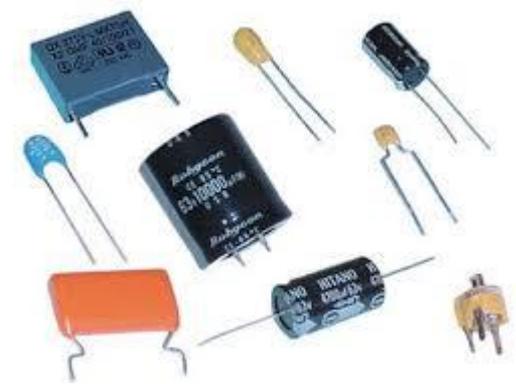
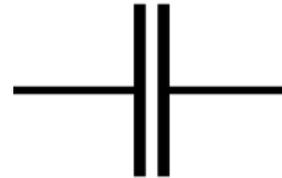
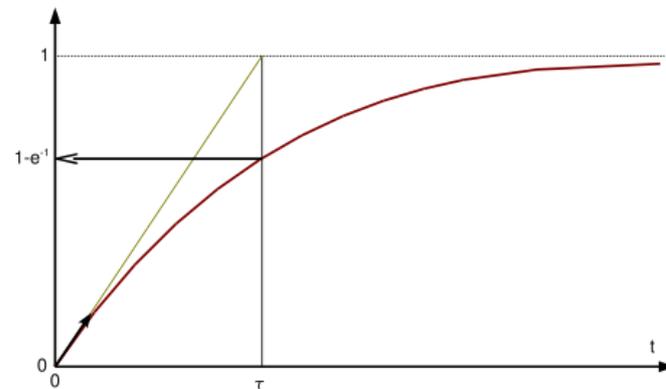


Electronique analogique



Éléments de circuits Condensateurs et selfs en régime variable



Liens vidéos

- Programme physique bac S avant 2011 (voir partie C)
- http://physique.chimie.pagesperso-orange.fr/T_S_Index_N.htm
- http://physique.chimie.pagesperso-orange.fr/TS_Physique/Physique_8_CONDENSATEUR_ET_DIPOL_E_RC.htm#ANCRE_4

À voir avant le cours

<https://www.youtube.com/watch?v=MUrG2sFIjYo>

<http://public.iutenligne.net/electronique/arrou-vignod/CircuitRC/index.html>

Cours d'Eric Peronnin

<https://www.youtube.com/watch?v=anR09xukwXg>

Plan du chapitre

- Objectifs
- Le condensateur comme élément de circuit
 - Lois générales
 - Association de condensateurs
 - Le circuit RC en régime continu par morceaux
 - Charge et décharge d'un condensateur à courant constant
 - Applications vues en TP
- La self inductance
 - Lois générales
 - Association de selfs inductances
 - Le circuit RL en régime continu
 - Comportement d'une self sous tension constante
- Etude en régime sinusoïdal

Objectifs du chapitre

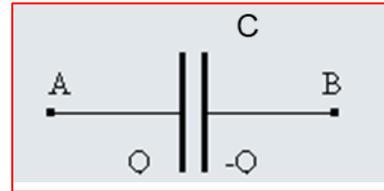
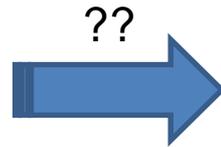
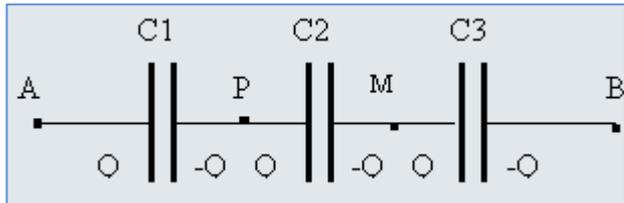
- Savoir utiliser le condensateur comme élément de circuit, associé ou non à une résistance.
- Savoir utiliser la self inductance comme élément de circuit, associée ou non à une résistance.
- Aborder les notions de filtrage et introduire le diagramme de Bode

Le condensateur comme élément de circuit

- Lois générales
- Association de condensateurs
- *Le circuit RC en régime continu par morceaux*
- *Charge et décharge d'un condensateur à courant constant*
- *Etude en régime sinusoïdal*

Association de condensateurs en série

- Cas de 3 condensateurs.



$$Q = C_1(V_A - V_P)$$

$$Q = C_2(V_P - V_M)$$

$$Q = C_3(V_M - V_B)$$

$$Q = C(V_A - V_B)$$

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = (V_A - V_P) + (V_P - V_M) + (V_M - V_B) = V_A - V_B = \frac{Q}{C}$$



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

- Généralisation

si n condensateurs de capacités C_1, C_2, \dots, C_n , sont montés en série, le condensateur équivalent a la capacité C telle que :

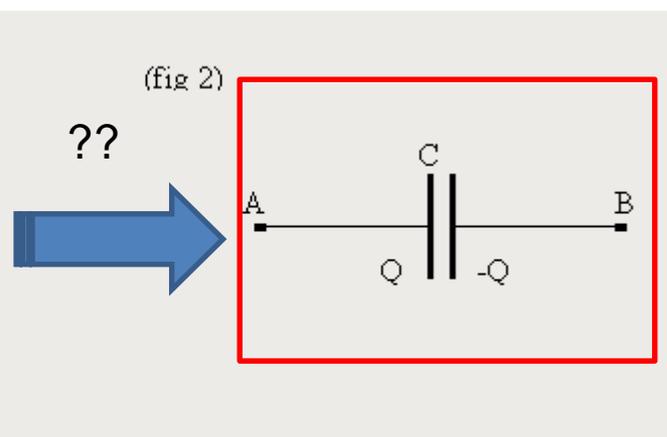
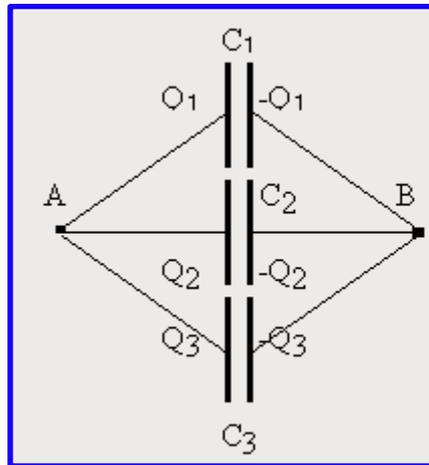
$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Retrouvez la démonstration ici

http://uel.unisciel.fr/physique/elecstat/elecstat_ch10/co/apprendre_ch10_07.html 7

Association de condensateurs en parallèle

- Cas de 3 condensateurs.



$$Q_1 = C_1(V_A - V_B)$$

$$Q_2 = C_2(V_A - V_B)$$

$$Q_3 = C_3(V_A - V_B)$$

$$Q = C(V_A - V_B)$$

$$C_1(V_A - V_B) + C_2(V_A - V_B) + C_3(V_A - V_B)$$

$$\therefore C = C_1 + C_2 + C_3$$

- Généralisation

si n condensateurs de capacités C_1, C_2, \dots, C_n , sont montés en parallèle, le condensateur équivalent a la capacité C telle que :

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

Retrouvez la démonstration ici

http://uel.unisciel.fr/physique/elecstat/elecstat_ch10/co/apprendre_ch10_07.html

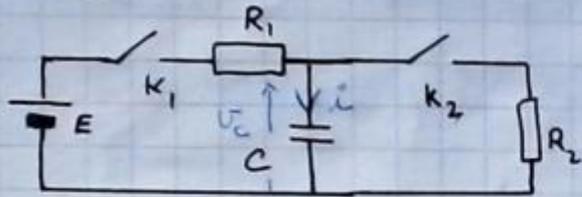
Le condensateur comme élément de circuit

- Lois générales
- Association de condensateurs
- Le circuit RC en régime continu par morceaux
 - ❖ Charge et décharge à travers une résistance
 - ❖ Considérations énergétiques
- *Charge d'un condensateur à courant constant*
- *Etude en régime sinusoïdal*

Charge et décharge à travers une résistance

Considérons le montage suivant où la capacité C a une charge initiale

$V_{C0} = \bullet$. A $t = 0^-$, les 2 interrupteurs sont ouverts. A $t = 0$, on ferme K_1 .



$$\text{Loi d'ohm } E = R_1 i + V_C \quad \text{or } i = C \frac{dV_C}{dt}$$
$$= R_1 C \frac{dV_C}{dt} + V_C$$

Equation différentielle du 1^{er} ordre, linéaire, à coeff const.

(Méthode de résolution générale vue + tard)

ici

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{E - V_C}{R_1 C}$$

on sépare les variables
on intègre

$$\int \frac{dV_C}{E - V_C} = \frac{1}{R_1 C} \int dt = - \int \frac{d(E - V_C)}{E - V_C} \quad \text{forme } \int \frac{du}{u}$$

$$\rightarrow \ln |(E - V_C)| = - \frac{t}{R_1 C} + K$$

$$(E - V_C) = \exp\left(-\frac{t}{R_1 C} + K\right) = \exp K \exp -\frac{t}{R_1 C}$$

$$V_C(t) = E - K \exp -\frac{t}{R_1 C}$$

Charge et décharge à travers une résistance

Détermination de K : à $t = 0^-$, $v_c(0^-) = v_{c0}$

à $t = 0^+$ $v_c(0^+) = v_{c0}$ aussi (car variation brutale impossible)

donc $v_c(0) = E - K$ soit $K = E - v_{c0}$

$$\text{Soit } v_c(t) = E - (E - v_{c0}) \exp\left(-\frac{t}{R_1 C}\right)$$
$$= v_{\infty} - (v_{\infty} - v_{c0}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Cas particulier

$$v_{c0} = 0 \text{ (capa initialement déchargée)} \quad v_c(t) = E(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right))$$

$\tau = R_1 C$ est la constante de temps du montage.

$$\text{Expression de } i_c(t) = C \frac{dv_c}{dt} = \frac{R_1 C}{R_1} (E - v_{c0}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

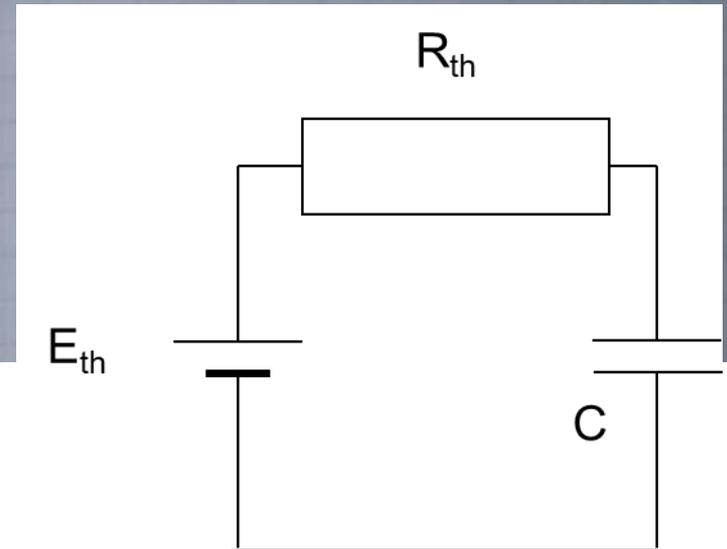
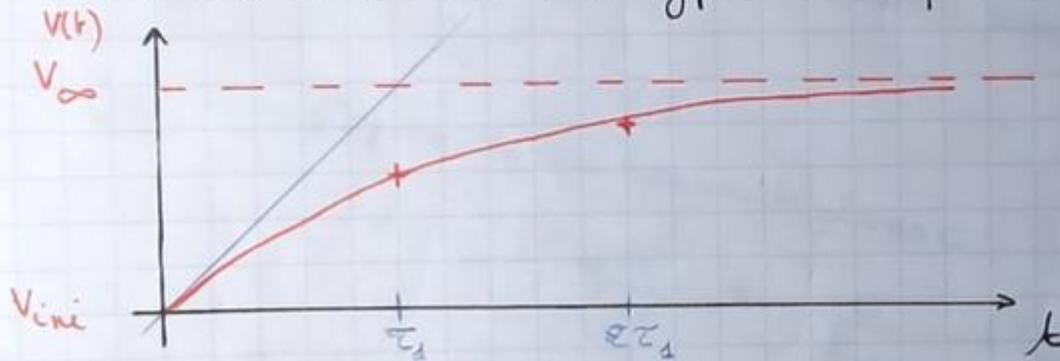
Formule générale

Si le montage ne comporte qu'un seul condensateur, un ensemble de résistances et des générateurs continus alors tous les points du montage vérifient une loi de la forme

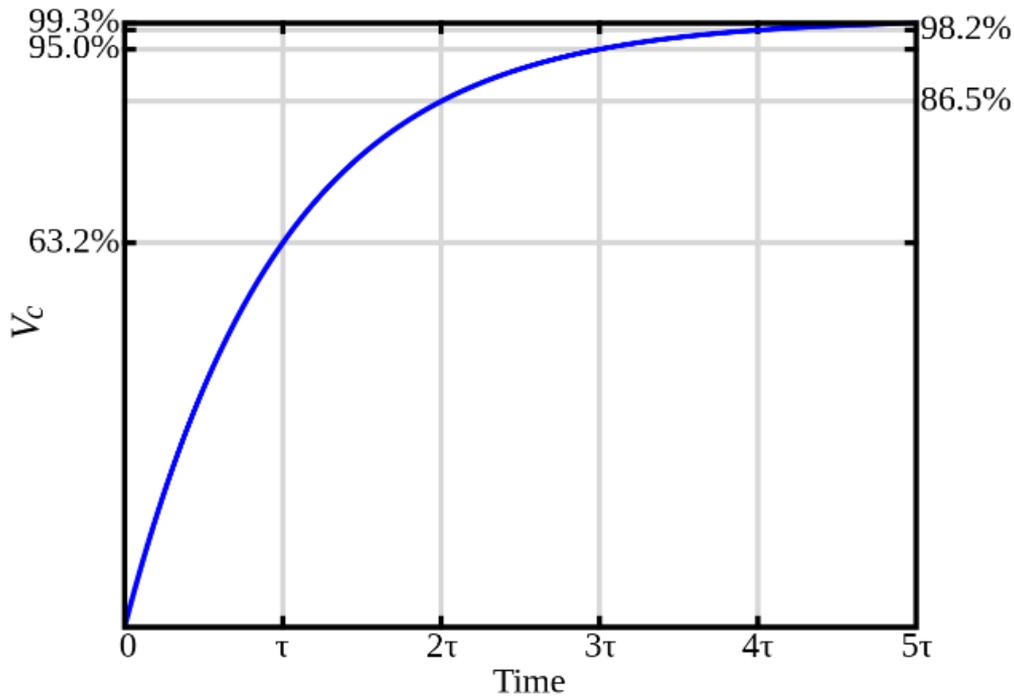
$$V(t) = V_{\infty} - (V_{\infty} - V_{ini}) \exp - \frac{t}{\tau}$$

où $\tau = R_{th} C$ avec R_{th} = résistance de Thevenin "vue par C"

Tracé d'une courbe de ce type (cas particulier où $V_{ini} = 0 \rightarrow$ choix de l'origine des y)



Etude de la courbe

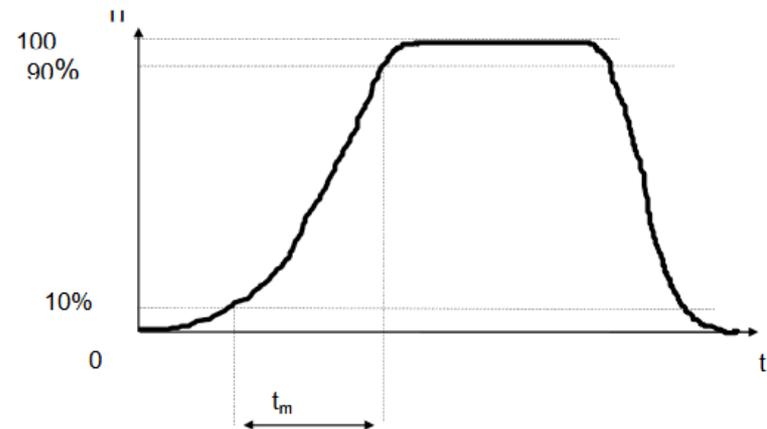


Le condensateur est chargé

- à 63% après un temps égal à τ
- à 86.5% après un temps égal à 2τ
- à 95% après un temps égal à 3τ
- à 98.2% après un temps égal à 4τ ;
- à 99.3% après un temps égal à 5τ

Les valeurs de 63 , 95 et 99% sont les plus importantes à retenir.

Temps de montée : définition générale



Détermination du temps de montée

ici, θ se situe entre $0,1 E$ et $0,9 E$ ($E = V_{\infty}$)

Condo 0.2 b

$$\text{soit } \begin{cases} 0,1 V_{\infty} = V_{\infty} - (V_{\infty} - V_{ini}) \exp - \frac{t_1}{\tau} \\ 0,9 V_{\infty} = V_{\infty} - (V_{\infty} - V_{ini}) \exp - \frac{t_2}{\tau} \end{cases}$$

$$\theta = t_2 - t_1$$

$$\begin{cases} 0,9 V_{\infty} = (V_{\infty} - V_{ini}) \exp - \frac{t_1}{\tau} \\ 0,1 V_{\infty} = (V_{\infty} - V_{ini}) \exp - \frac{t_2}{\tau} \end{cases}$$

$$0,9 = \exp - \left(\frac{t_1 - t_2}{\tau} \right) \Rightarrow \theta = \tau \ln 9 = 2,2 \tau$$

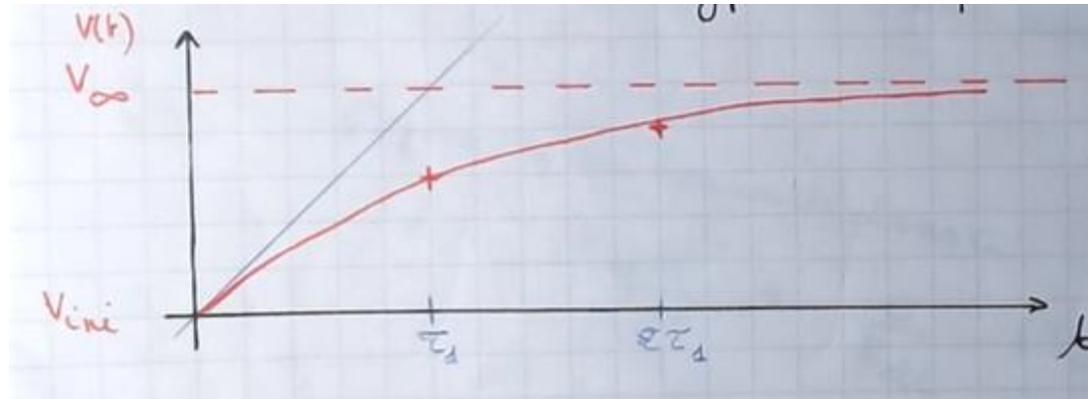
Le temps de montée ne dépend ni de V_{ini} , ni de V_{∞} et caractérise l'évolution du signal aux bornes de C
→ Valable pour tout signal impulsionnel.

Tangente à l'origine

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{v_\infty - v_i}{\tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$$

D'où l'équation de la tangente à l'origine

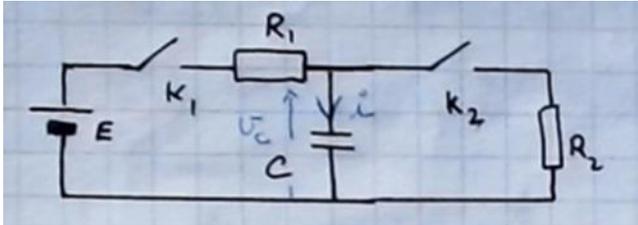
$$y = \frac{v_\infty - v_i}{\tau_1} t + v_{ini}$$



Valeur de y à $t = \tau_1$? $y(\tau_1) = E$

\Rightarrow La tangente à l'origine coupe l'asymptote à $t = \tau$

Etude de la décharge



- À $t \gg 5 \tau$, on ouvre K_1 , et on ferme K_2 simultanément.
- **Cet instant devient le nouvel instant initial de la séquence étudiée**

• La charge du condo ne peut varier brutalement $v_c(0^-) = v_c(0^+)$

• On utilise la formule générale $v_a = v_\infty - (v_\infty - v_{ini}) \exp - \frac{t}{\tau_2}$

$$v_{ini} = E$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

$$v_\infty = 0$$

$$v_c(t) = E \exp - \frac{t}{\tau_2}$$

Pour finir

- Expression du courant dans C

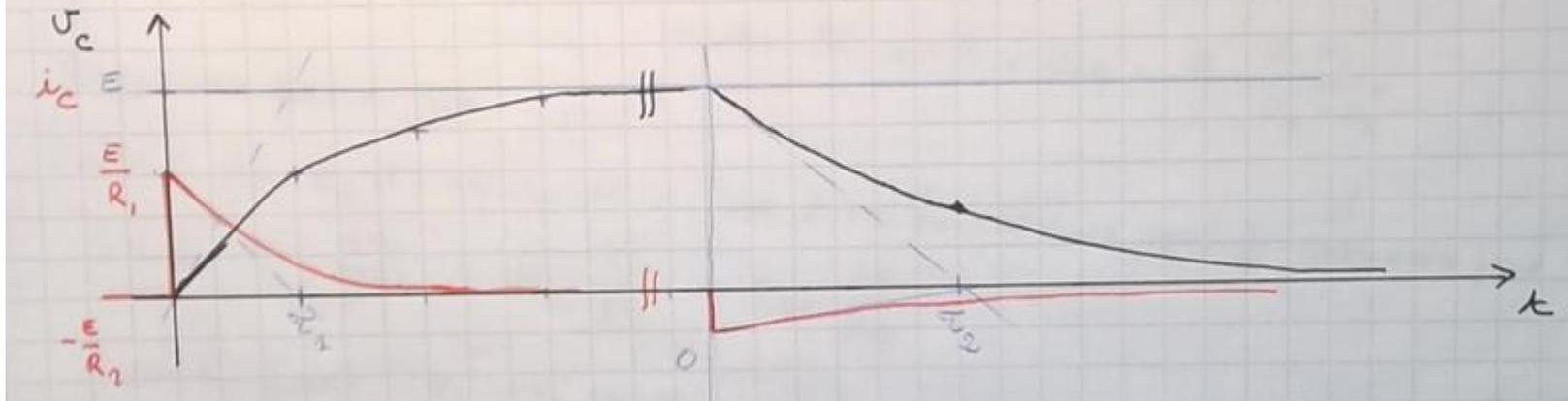
$$i_c = C \frac{dV_c}{dt} = \frac{C}{R_{th}C} (V_{\infty} - V_i) \exp -\frac{t}{R_{th}C}$$

$$\text{ici } i_c = \frac{V_{\infty} - V_i}{R_1} \exp -\frac{t}{R_1 C} = \frac{E - V_{c0}}{R_1} \exp -\frac{t}{R_1 C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_c(0) = \frac{E - V_{c0}}{R_1} \neq 0 \\ i_c(\infty) \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

- Décharge dans R_2

Tracé de l'ensemble



Considérations énergétiques

Energie emmagasinée par un condensateur pendant sa charge

$$P(t) = u(t) i(t) = u(t) c \frac{du}{dt}$$

Puissance instantanée

$$W(t) = \int_0^t P(t) dt$$

Energie accumulée à un instant t

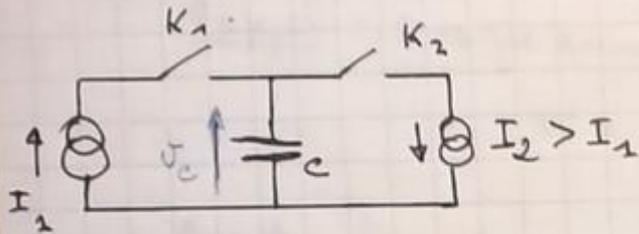
$$\begin{aligned} W_{\text{tot}} &= \int_0^{\infty} P(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} c u du \\ &= \frac{1}{2} c E^2 \end{aligned}$$

Si l'on considère toute la charge (soit $V_i = 0$ V)

Le condensateur comme élément de circuit

- Lois générales
- Association de condensateurs
- Le circuit RC en régime continu par morceaux
 - ❖ Charge et décharge à travers une résistance
 - ❖ Considérations énergétiques
- Charge et décharge d'un condensateur à courant constant
- *Etude en régime sinusoïdal*

Charge et décharge à courant constant



C initialement déchargé. à $t=0^-$ K_1 et K_2 ouverts

$t=0$: on ferme K_1 (K_2 reste ouvert)

$$I_1 = c \frac{dV_c}{dt} \quad \text{donc} \quad \int dV_c = \frac{I_1}{c} \int dt$$

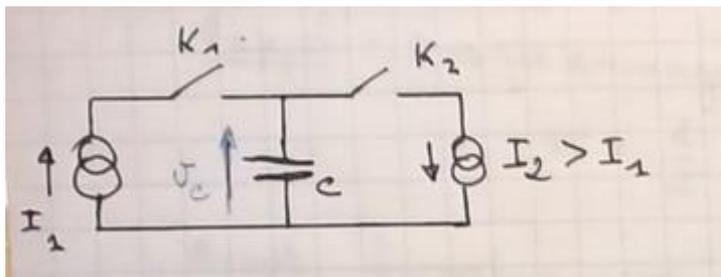
$$V_c(t) = \frac{I_1}{c} t + \text{cte} = \frac{I_1}{c} t$$

$t=t_1$: on ouvre K_1 et simultanément, on ferme K_2 ; on prend t_1 comme nouvelle origine des temps

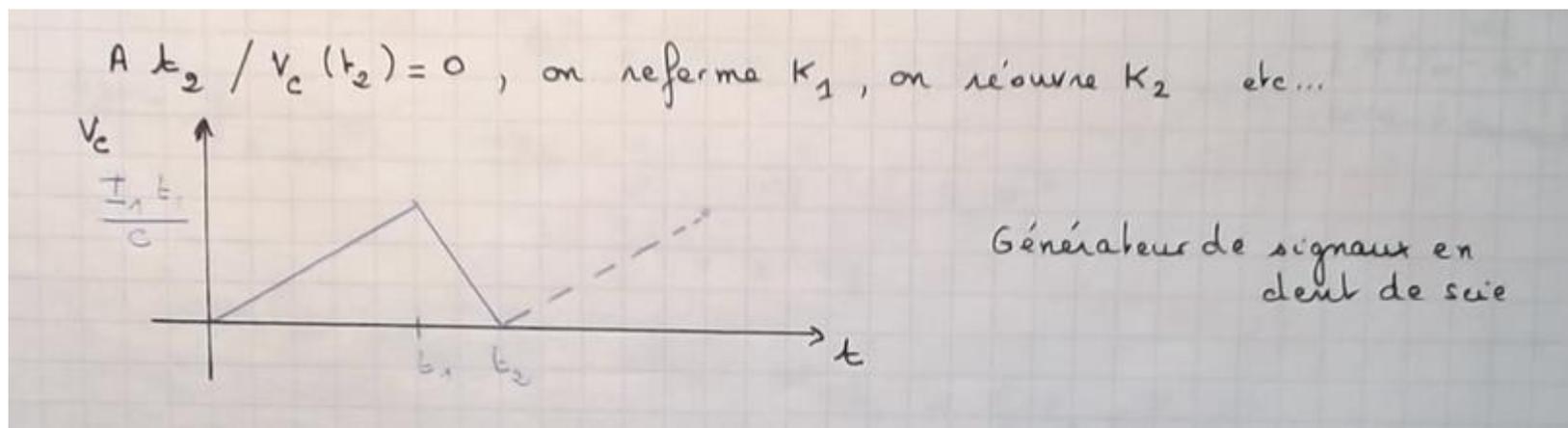
$$I_2 = -c \frac{dV_c}{dt} \quad \text{donc} \quad \int dV_c = -\frac{I_2}{c} \int dt$$

$$\begin{aligned} V_c(t) &= -\frac{I_2}{c} t + \text{cte} \\ &= -\frac{I_2}{c} t + \frac{I_1}{c} t_1 \end{aligned}$$

Charge et décharge à courant constant



Applications pratiques



Peut être utilisé pour créer la base de temps d'un oscilloscope

Etudes de cas

Multivibrateurs

Les multivibrateurs sont des montages qui permettent de générer en sortie une tension rectangulaire. On distingue

- Les multivibrateurs astables.
- Les multivibrateurs monostables.
- Les multivibrateurs bistables

Les astables sont des autos-oscillateurs, car ils ne reçoivent aucune impulsion de l'extérieur alors que les monostables et les bistables nécessitent une impulsion de déclenchement.

Tout multivibrateur comporte obligatoirement les organes suivants:

- Un élément actif (le transistor, l'amplificateur opérationnel, les portes logiques etc.)
- Un organe accumule de l'énergie (le condensateur)
- Un organe qui dissipe de l'énergie (résistance)

En fonction de l'élément actif, on distingue les multivibrateurs à transistor, les multivibrateurs à portes logiques et enfin les multivibrateurs à circuit intégré (NE555 ; 74121).

Multivibrateurs astables

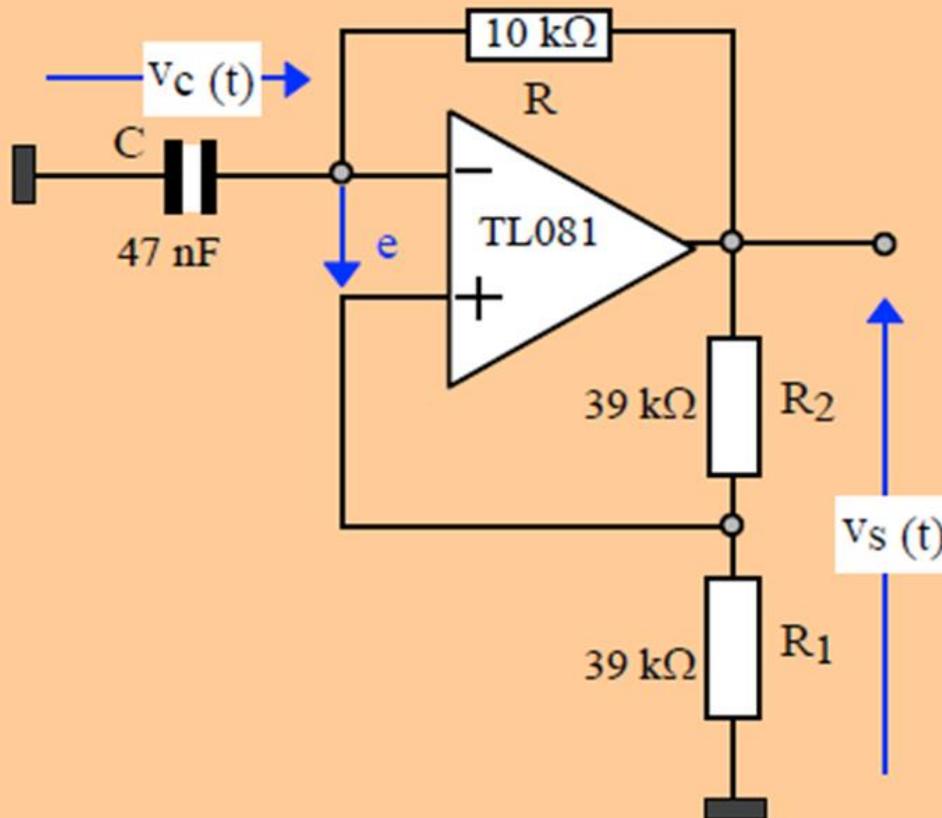
Un astable ou horloge est un dispositif qui change d'état spontanément sans qu'il soit nécessaire de lui appliquer une impulsion de commande. Il délivre à sa sortie un signal rectangulaire caractérisé par sa période T et son rapport cyclique $\beta = T_1/T$, T_1 : durée du niveau haut.

Multivibrateurs monostables

Un montage monostable qui possède 2 états : un état stable et un état instable., A partir de l'état stable une impulsion de commande ou de déclenchement le fait passer à l'état instable. La durée T de cet état instable est indépendante de la forme et de l'intensité de l'impulsion de commande mais dépend plutôt d'un réseau RC.

Le monostable réalise une fonction de temporisation utilisée chaque fois que l'on souhaite déclencher un dispositif avec retardement. Suivant les montages ou les besoins de temporisation, la temporisation peut aller de quelques microsecondes à quelques heures.

Multivibrateur Astable



$$T = 2RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

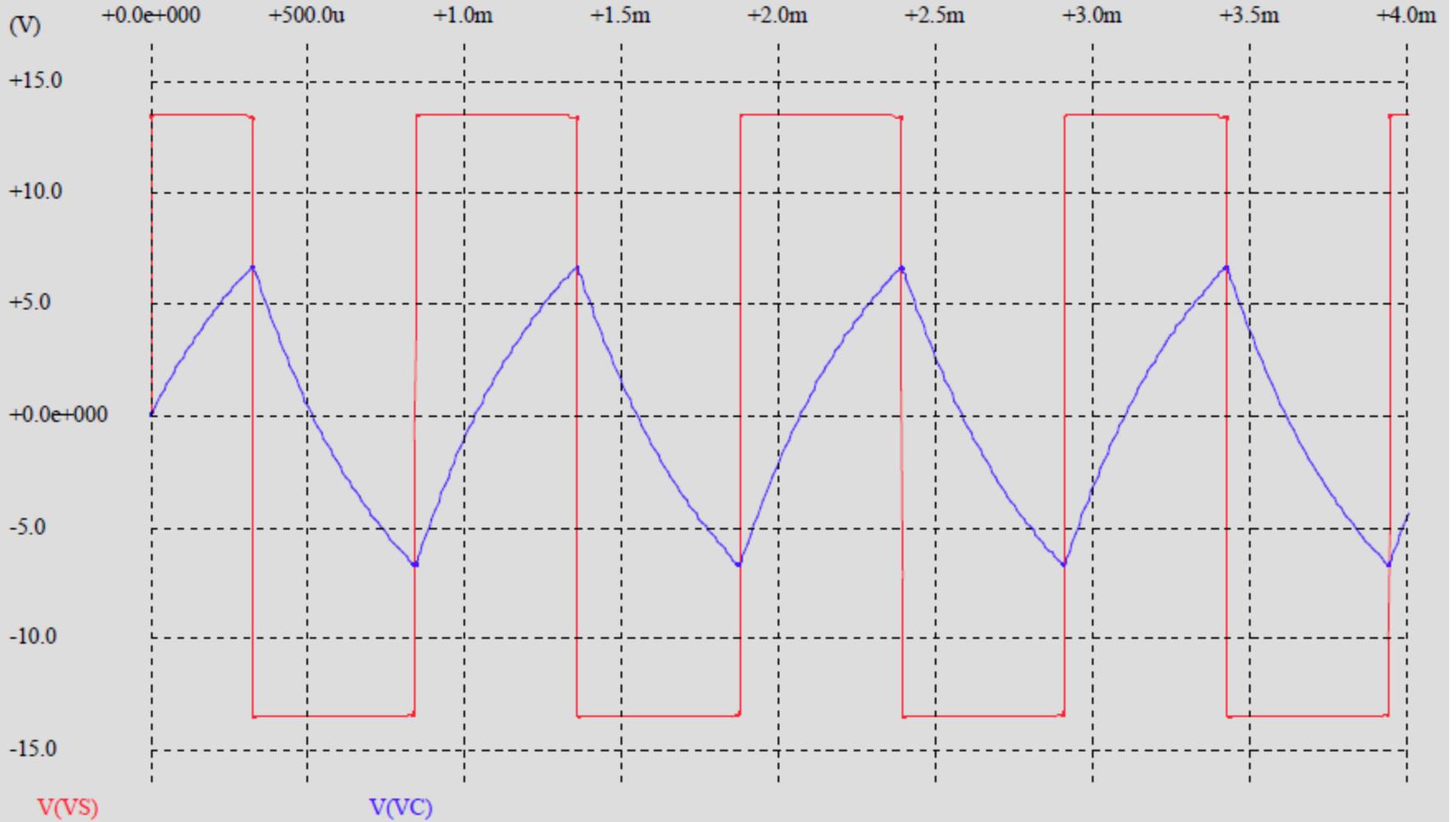
Multivibrateur Astable

Régime transitoire

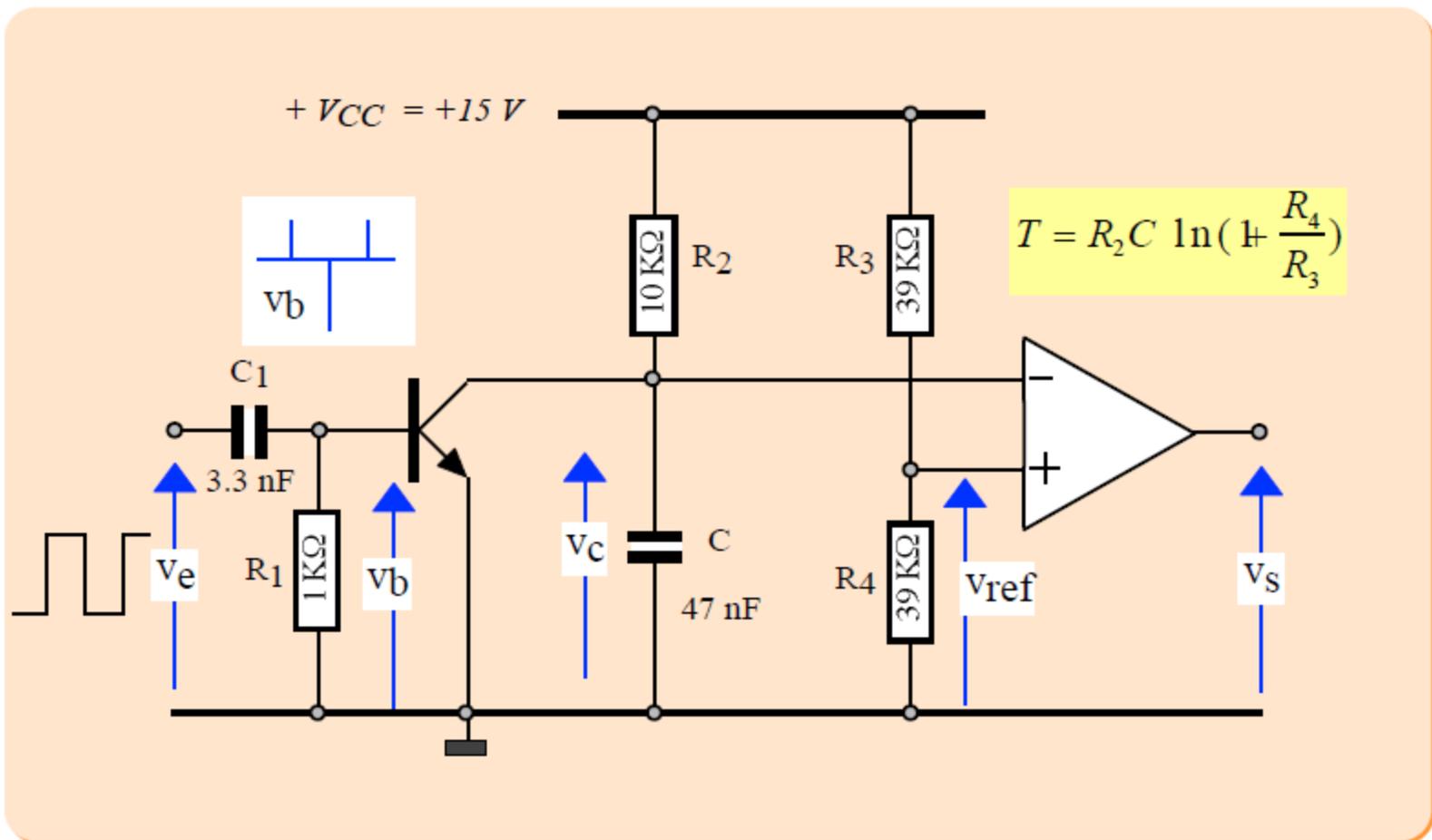
Régime permanent

astable.ckt

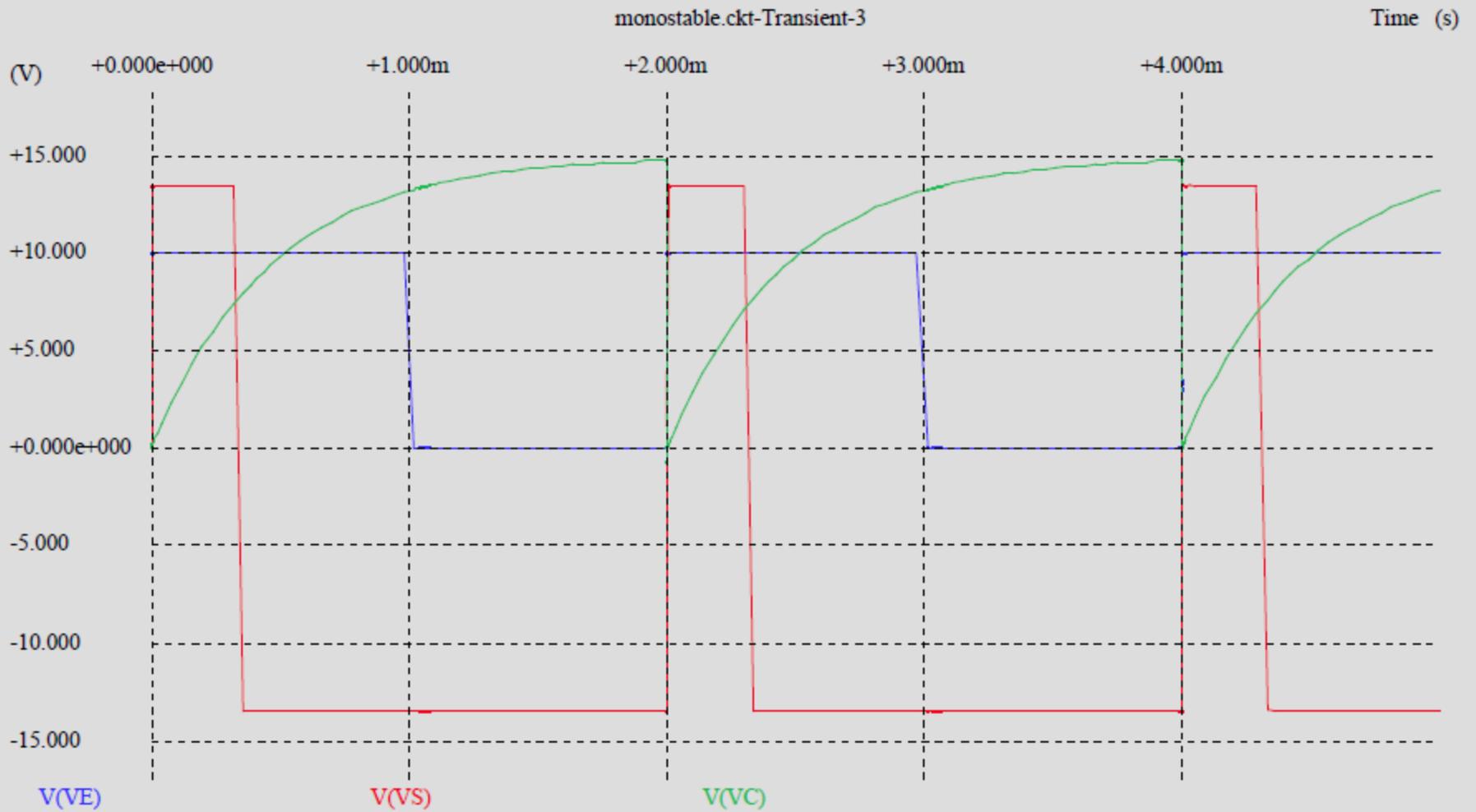
Time (s)



MULTIVIBRATEUR MONOSTABLE



Montage monostable



La self inductance comme élément de circuit

- Rappels de physique (source https://fr.wikibooks.org/wiki/%C3%89lectricit%C3%A9/La_bobine)

La bobine est un fil de conducteur enroulé sur lui-même, ayant une forme plus ou moins cylindrique. Le fil, souvent en cuivre, est parfois enroulé autour d'un cylindre métallique magnétique. Les bobines sont parfois appelées des inductances ou des selfs. Cette explication nous permet de mieux comprendre le comportement d'une bobine en courant continu : elle est équivalente à un interrupteur fermé, à un morceau de fil. Par contre, le comportement de la bobine est différent quand elle est parcourue par un courant qui varie dans le temps. Dans ce cas, la bobine va s'opposer aux variations brusques du courant et va en quelque sorte lisser celui-ci, en atténuer les variations. Pour résumer, une bobine s'oppose aux variations du courant et tend à lisser celui-ci. Une fois que le courant est stabilisé, la bobine se comporte comme un simple fil.

L'inductance d'une bobine [[modifier](#) | [modifier le wikicode](#)]

Quand du courant traverse un fil conducteur, il engendre un champ magnétique autour de lui. Ce champ est décrit par un paramètre, appelé le **flux magnétique** Φ . Ce dernier est de plus proportionnel au courant. Le coefficient de proportionnalité porte le nom d'**inductance** et se mesure en Henry.

$$\Phi = L \cdot I$$

Elle se calcule avec la formule théorique qui suit, avec les paramètres suivants :

- N le nombre de spires, de tours formés par le fil de conducteur.
- S la section du cylindre formé par les spires de fil conducteur.
- l la longueur du cylindre formé par les spires de fil conducteur.
- μ est la perméabilité magnétique du matériau localisé dans le cylindre formé par les spires.

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

La relation tension-intensité d'une bobine [\[modifier | modifier le wikicode \]](#)

Lorsque le courant est constant, ce champ magnétique n'a pas le moindre effet sur le circuit électrique. Mais quand le champ magnétique dans un fil varie, il entraîne l'apparition d'une tension à ses bornes. Pour résumer, une variation du courant engendre une variation du flux magnétique, qui entraîne l'apparition d'une tension. Pour un fil "normal", la tension n'est pas générée dans le fil, mais à ces alentours, dans le champ magnétique. Mais il existe un moyen pour que cette tension se manifeste dans le fil qui lui a donné naissance : enrouler le fil sur lui-même. Ainsi, chaque spire (chaque tour que fait le fil sur lui-même) engendrera une tension dans les spires contiguës. On obtient ainsi un composant électrique qui génère une tension à ses bornes quand le courant qui le traverse varie : une **inductance**.

La relation entre variation du flux magnétique et tension est résumée par l'**équation de Lenz**, que voici :

$$U = \frac{d\Phi}{dt}$$

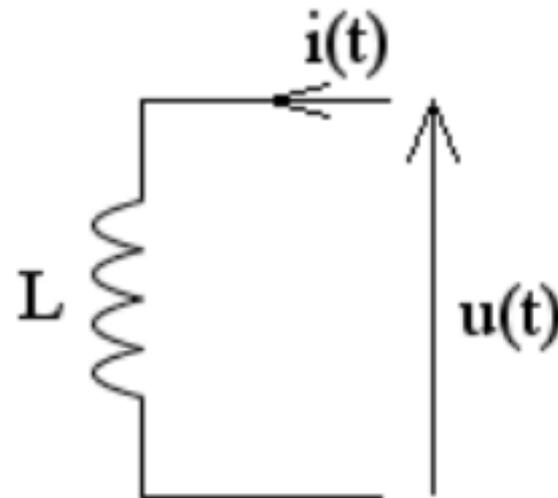
En appliquant la définition de l'inductance, on a :

$$U = \frac{d(L \cdot I)}{dt}$$

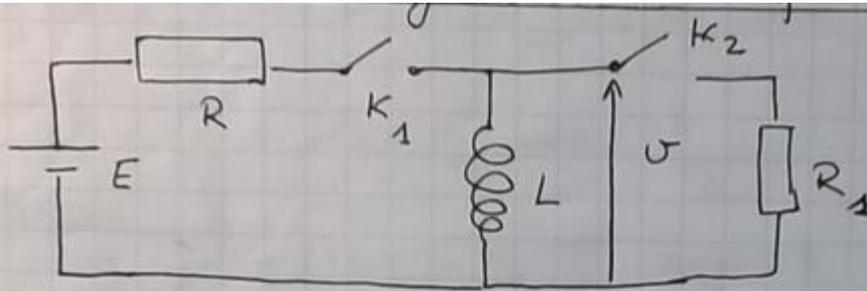
En supposant que l'inductance est une constante, on a :

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$$



Le circuit RL en régime continu



à $t = 0$, on ferme K_1 : $E = R i + v = R i + L \frac{di}{dt} = E$

Equation différentielle du 1^{er} ordre à coefficients constants \rightarrow à rapprocher de $v + RC \frac{dv}{dt} = E$ condensateur

$$\frac{L}{R} \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{R} \dots$$

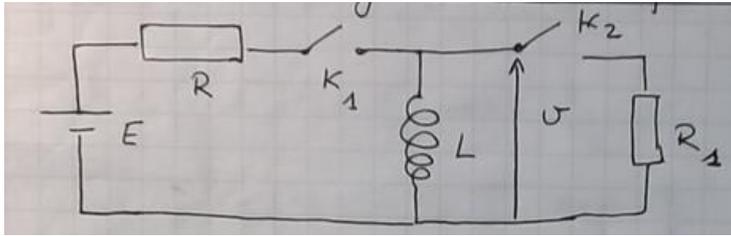
$$i(t) = i_{\infty} - (i_{\infty} - i_i) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

avec $\tau = \frac{L}{R}$

$$\text{et } v(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$= (i_{\infty} - i_i) R \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Le circuit RL en régime continu



Circuit étudié, pour lequel $i_i = 0$

Quand $t \rightarrow \infty$, $v \rightarrow 0$ alors $E = R i_\infty$ soit $i_\infty = \frac{E}{R}$

$$\text{alors } i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$$

$$\text{et } v(t) = E \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Energie emmagasinée dans la self à la fin de la "charge"

$$P = u i$$

$$W = \int P(t) dt$$

$$= \int_0^\infty \left(i(t) \cdot L \frac{di}{dt} \right) dt$$

$$= \int_0^\infty L i(t) di = \frac{1}{2} L \left[i^2(t) \right]_0^\infty = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R} \right)^2$$

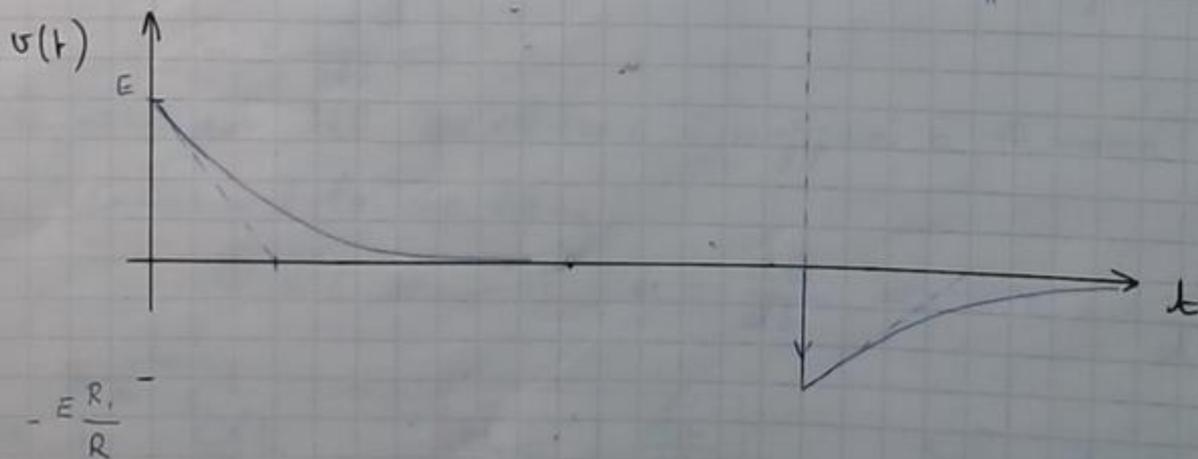
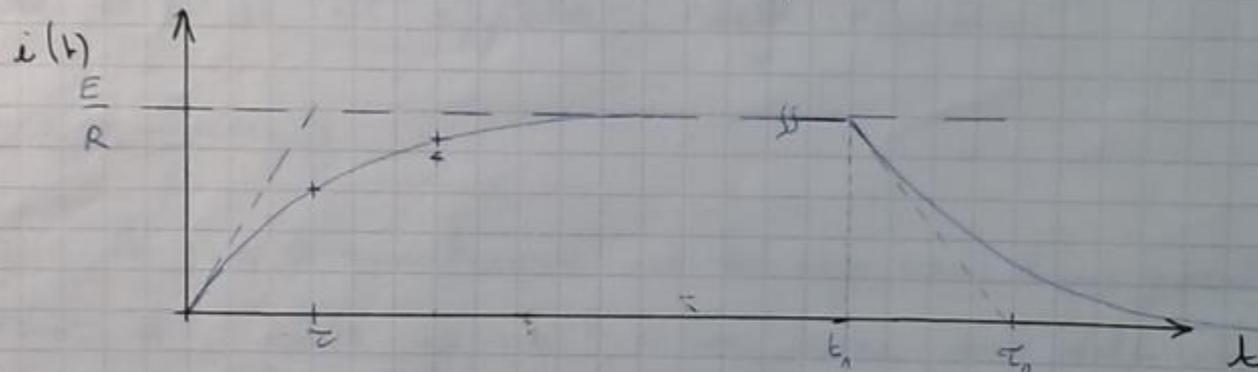
$$W = \frac{1}{2} L I_\infty^2$$

à $t_1 \gg 5\tau$, on ferme K_2 en ouvrant K_1 - On prend t_1 comme
 nouvel instant initial. Et $i_L(0^-) = i_L(0^+) = \frac{E}{R}$

quand $t \rightarrow \infty$, $v_L \rightarrow 0$ donc $i_{L\infty} = 0$ et $\tau_1 = \frac{L}{R_1}$

$$i(t) = \frac{E}{R} \exp - \frac{t}{\tau_1}$$

$$v(t) = -R_1 \frac{E}{R} \exp - \frac{t}{\tau_1}$$



Cas particulier du sinusoïdal

1. Rappel sur les notations complexes des grandeurs électriques

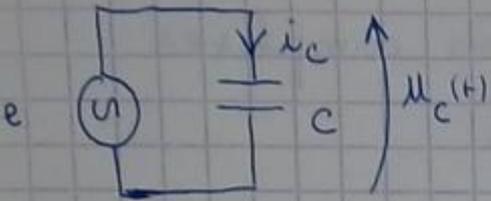
- En régime sinusoïdal $u(t) = U \cos(\omega t + \phi)$
 - ❖ 3 informations : U amplitude
 - ω pulsation
 - ϕ phase à l'origine
 - ❖ En outre : $\omega = 2 \pi f$ où f est la fréquence et $f = 1/T$ où T est la période
- Notation de Fresnel $\underline{U} = U \exp j\phi \exp j\omega t$
 - ❖ $U(t)$ est la partie réelle de \underline{U}

2. Impédance complexe d'un condensateur

3. Impédance complexe d'une self inductance

Cas particulier du sinusoïdal

1. Rappel sur les notations complexes des grandeurs électriques
2. Impédance complexe d'un condensateur



$$u_c(t) = u \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i_c(t) = C \frac{du_c}{dt}$$

$$= C u \omega \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Notations complexes

$$\underline{u}_c(t) = u \exp(j\omega t + \varphi)$$

$$\underline{i}_c(t) = j C \omega u \exp(j\omega t + \varphi)$$

$$= j C \omega \underline{u}_c(t)$$

$$\text{D'où } \underline{u}_c(t) = \frac{1}{j C \omega} \underline{i}_c(t)$$

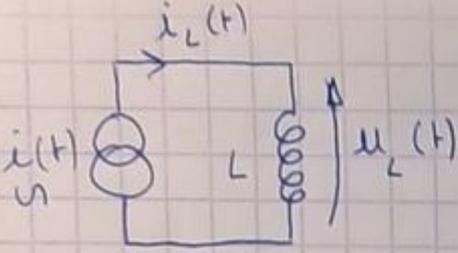
$$\underline{u}_c(t) = Z_c \underline{i}_c(t)$$

$$Z_c = \frac{1}{j C \omega} \quad \text{impédance complexe}$$

\Rightarrow Loi d'ohm applicable

Cas particulier du sinusoïdal

1. Rappel sur les notations complexes des grandeurs électriques
2. Impédance complexe d'un condensateur
3. Impédance complexe d'une self inductance



$$i_L(t) = I_L \cos(\omega t + \varphi)$$
$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt}$$
$$= L I_L \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Notations complexes
$$\underline{i}_L(t) = I_L \exp j(\omega t + \varphi)$$
$$\underline{u}_L(t) = j L \omega I_L \exp j(\omega t + \varphi)$$

soit
$$\underline{u}_L = j L \omega \underline{i}_L$$
$$= Z_L \underline{i}_L$$

avec
$$Z_L = j L \omega \quad \text{impédance complexe}$$
$$\Rightarrow \text{loi d'Ohm applicable.}$$