

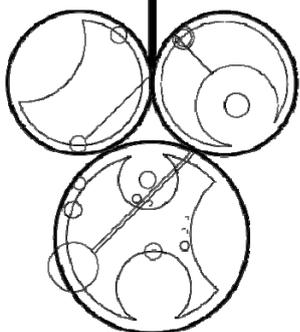
**Département GEII**  
**Électronique deuxième année, S4, 2021**

**BLOC B : "DES BASSES FREQUENCES AUX HAUTES FREQUENCES"**

- Comportement fréquentiel de composants passifs
- Coefficient de réflexion dans un câble coaxial
- Transmission par fibre optique

**BLOC C : CIRCUITS ELECTRONIQUES COURANTS**

- Modulation/Démodulation AM et Détection synchrone
- Filtrage Numérique
- Boucle à verrouillage de phase et synthèse de fréquence



## Thème 7 :

### Comportement fréquentiel de composants passifs

I- Préliminaires : le transfert de charges

II- La fonction « découplage » : utilisation des condensateurs

III- Etude du comportement en fréquence d'un condensateur

III-1. Modèle électrique équivalent

III-2. Influence sur le découplage

IV- Exercice d'application (*extrait d'un partiel de S3*)

#### **Objectifs :**

L'objectif de ce TD est de répondre à la question suivante : **pourquoi faut-il « découpler » les circuits électroniques et comment procéder ?**

- Dans une première partie, on débute par de brefs rappels sur le transfert de charges stockées dans un condensateur puis on étudie la fonction « découplage » sur un circuit simple (inverseur CMOS).
- Dans une deuxième partie, on étudie le comportement en fréquence de condensateurs et on analyse leurs imperfections ainsi que l'impact sur la fonction « découplage ».

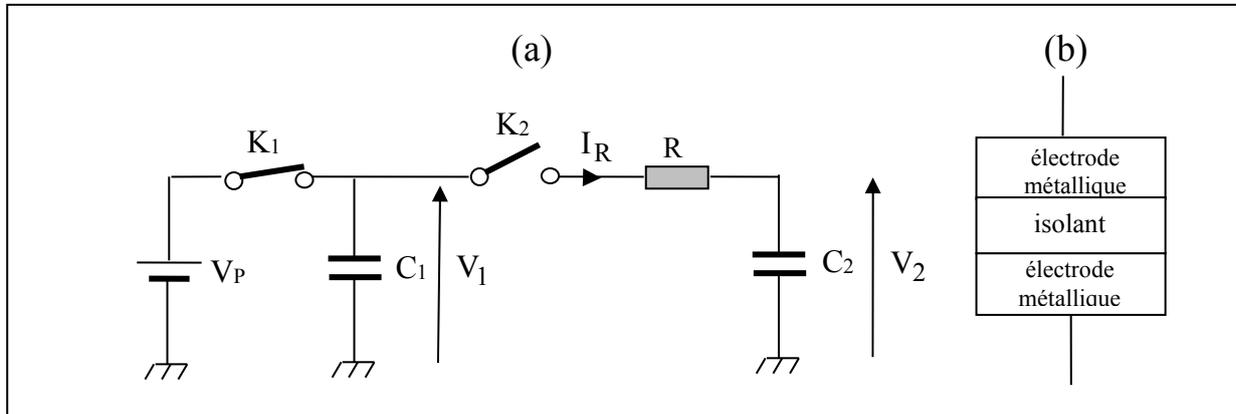
L'annexe I présente un rappel des principales équations régissant le fonctionnement d'un circuit R – C .

#### **Pré-requis :**

Cours d'électromagnétisme de S1 et S2. Cours-TD de propagation de S3.

## I- Préliminaires : le transfert de charges

**Question 1** : Soit le circuit à transfert de charges de la figure 1-a dans lequel  $K_1$  est fermé et  $K_2$  est ouvert. Quelle est la charge électrique  $Q_1$  stockée dans le condensateur  $C_1$  ? Indiquer où sont localisées les charges + et - dans les électrodes du condensateur  $C_1$  de la figure 1-b.



**Figure 1** : (a)- Circuit à transfert de charges, (b)- Structure du condensateur plan  $C_1$

-----  
 -----  
 ----

**Question 2** : Pour  $t < 0$ , le condensateur  $C_2$  est supposé déchargé. A l'instant  $t = 0$ , on ouvre  $K_1$  et on ferme  $K_2$ . Indiquer le trajet des électrons dans le circuit. En se basant sur le principe de conservation de la charge, quelle sont au bout d'un temps infini (à l'équilibre) les tensions  $V_1$  et  $V_2$  ?

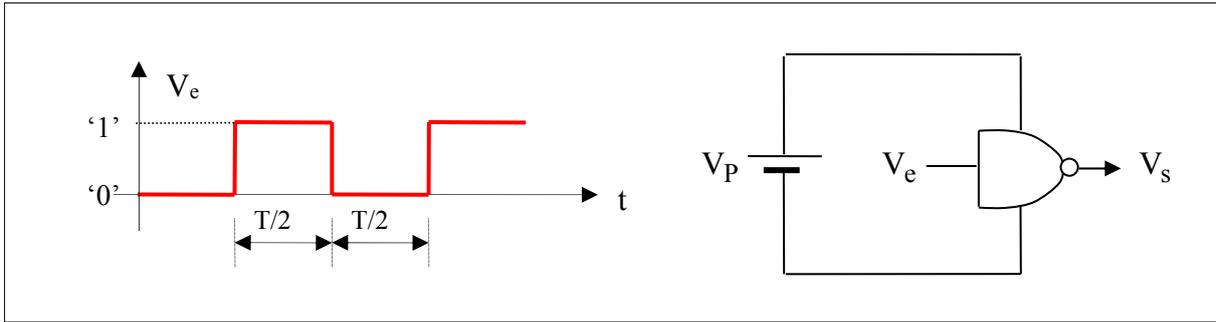
-----  
 -----  
 ----

**Question 3** : Donner l'expression du courant  $I_R$  circulant dans la résistance  $R$  pour  $t > 0$ . Il est de la forme  $I_\infty - (I_\infty - I_0)e^{-t/\tau}$  où  $I_\infty$  et  $I_0$  sont les courants pour  $t \rightarrow \infty$  et  $t = 0^+$  et  $\tau$  représente la constante de temps.

-----  
 -----  
 ----

## II- La fonction « découplage » : utilisation des condensateurs

Pour illustrer le découplage, prenons le cas d'un simple inverseur CMOS (Complementary Metal Oxyde Semiconductor) alimenté par une tension  $V_P$  et attaqué par un signal logique  $V_e$  « carré » de rapport cyclique 50% comme le montre la figure 2.

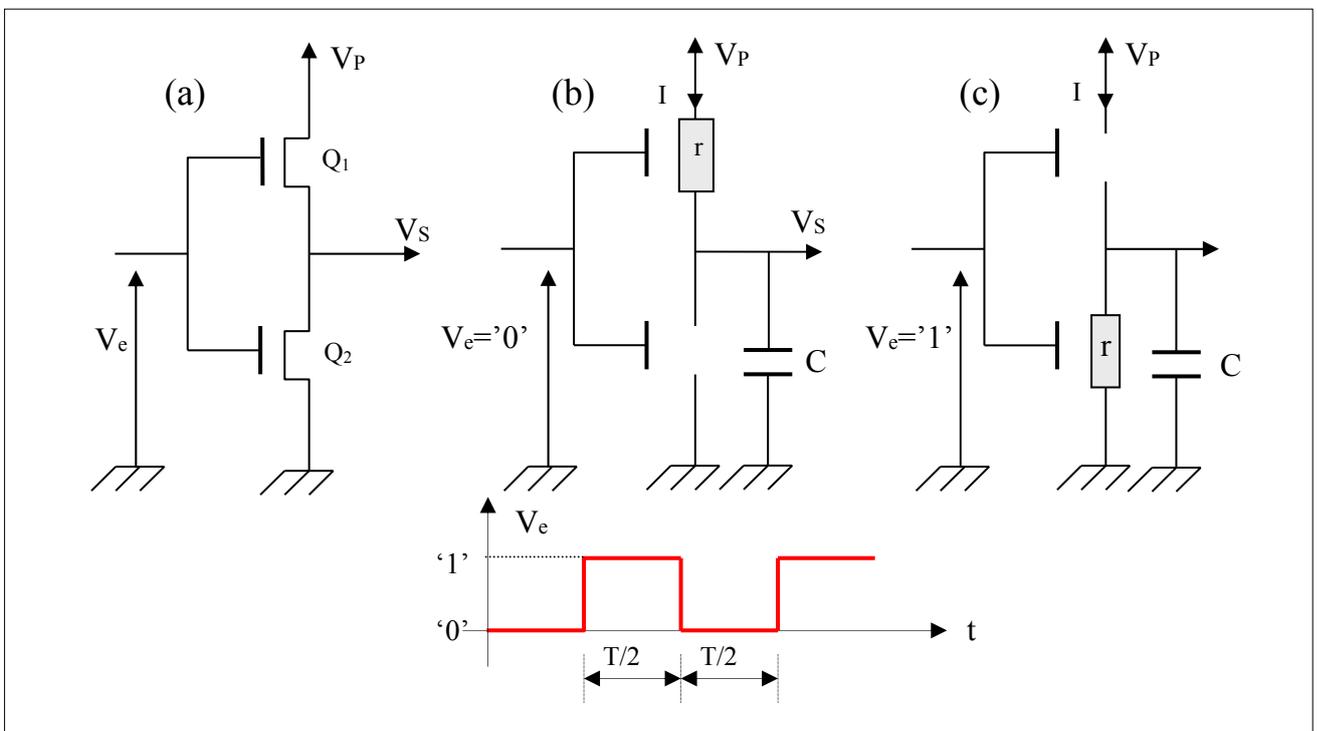


**Figure 2 :** Inverseur alimenté sous  $V_P$  et attaqué par un signal logique  $V_e$

On rappelle qu'un inverseur CMOS est constitué d'un MOS  $Q_1$  canal P et d'un MOS  $Q_2$  canal N comme le montre la figure 3-a. Le fonctionnement est le suivant :

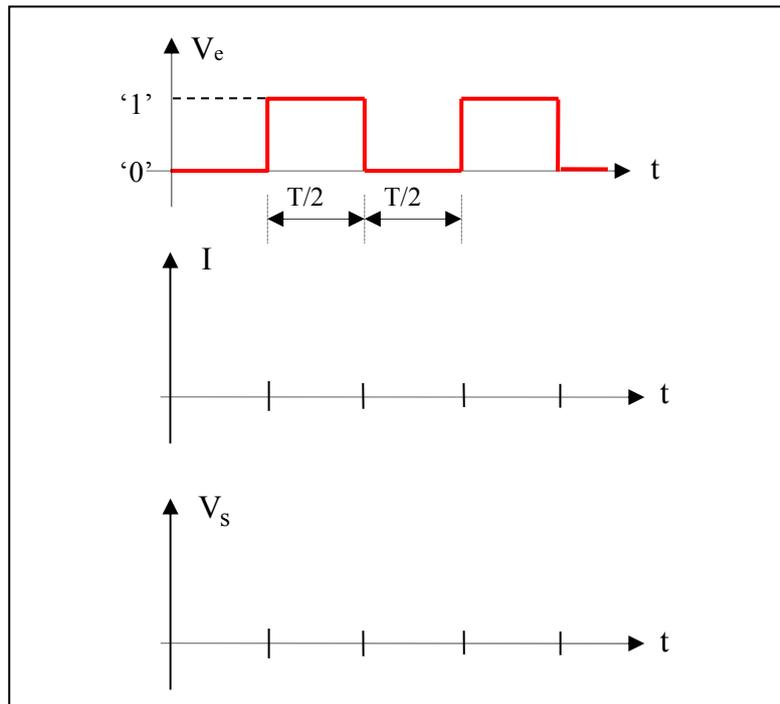
- Figure 3-b :  $V_e$  est à l'état '0'
  - $Q_1$  est saturé et il est équivalent à une résistance  $r$  de faible valeur,
  - $Q_2$  est quant à lui bloqué et il est équivalent à une résistance infinie.
- Figure 3-c :  $V_e$  est à l'état '1'
  - $Q_2$  est saturé et il est équivalent à une résistance  $r$  de faible valeur,
  - $Q_1$  est quant à lui bloqué et il est équivalent à une résistance infinie.

La capacité  $C$ , représentée sur les figures 3-b et 3-c, provient essentiellement de la capacité de charge due aux fils de sortie et de la capacité d'entrée des portes logiques connectées en aval du montage.



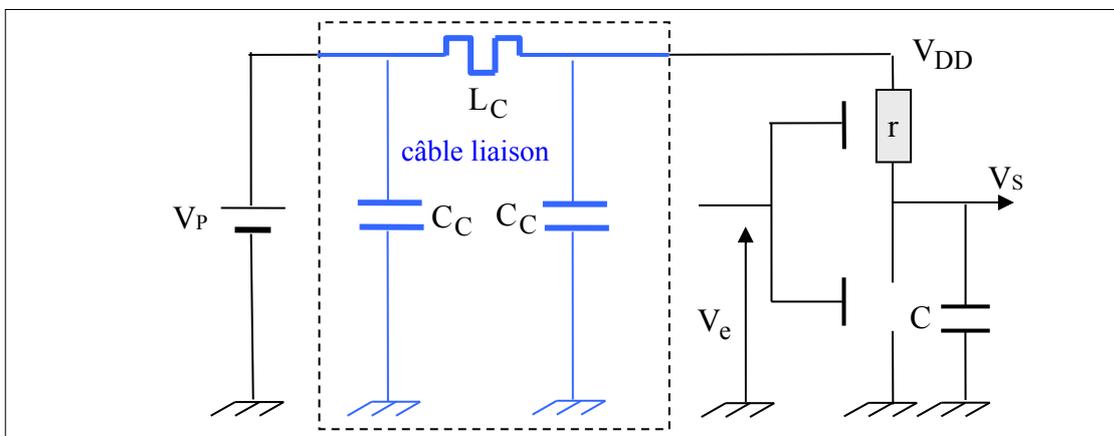
**Figure 3 :** Modélisation simplifiée d'un inverseur CMOS

**Question 5 :** Tracer et coter le graphe du courant  $I$  fourni par l'alimentation  $V_P$ . Tracer également le graphe de la tension  $V_s$ . On suppose la constante de temps  $r.C \ll T/2$ .



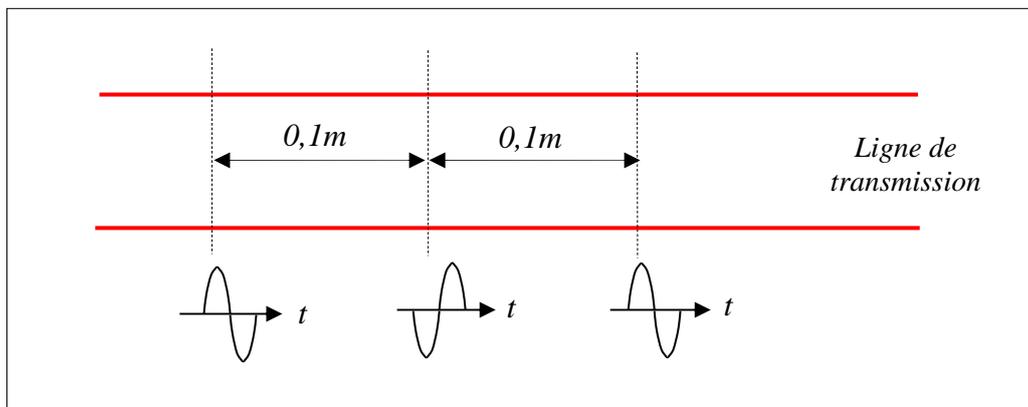
En pratique, le circuit inverseur est relié à l'alimentation  $V_P$  par un câble d'une certaine longueur. Ce câble peut être modélisé par une structure dite en « Pi » comme le montre la figure 4. Cette impédance fait apparaître une inductance  $L_C$  et deux capacités  $C_C$ , si la longueur du câble est très inférieure à la longueur d'onde alors, on a les relations suivantes :

- $L_C$  = inductance linéique x longueur du câble
- $C_C$  = capacité linéique x (longueur du câble)/2

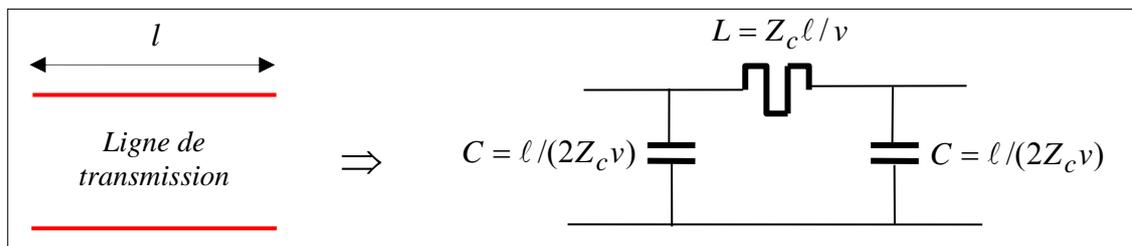


**Figure 4 :** Modélisation du câble d'alimentation entre l'alimentation  $V_P$  et l'inverseur.

**NB** : Si quelques centimètres de câble sont négligeables aux basses fréquences, il n'en est pas de même aux hautes fréquences. En effet, dès que la longueur des câbles devient du même ordre de grandeur que la longueur d'onde  $\lambda$ ,  $\lambda = v/f$  avec  $v$  la vitesse de propagation et  $f$  la fréquence, le phénomène de propagation n'est plus négligeable. La vitesse de propagation dans un câble coaxial (type BNC) est de l'ordre de  $2 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$  et si  $f$  est, par exemple, de l'ordre de  $1 \text{ GHz}$  alors  $\lambda = 0,2 \text{ m}$ . En conséquence, si une onde sinusoïdale parcourt un câble supposé **sans pertes et adapté**, ou de longueur infinie, la tension est identique (déphasée de  $360^\circ$ ) uniquement tous les  $20 \text{ cm}$  comme le montre la figure 5. Le câble n'est donc pas **équipotentiel**. On montre que si la longueur  $\ell$  de la ligne de transmission, supposée sans pertes, reste inférieure à  $\lambda$ , le tronçon  $\ell$  admet comme représentation le quadripôle de la figure 6.



**Figure 5** : Photographie, à un instant  $t$ , de la tension le long d'une ligne de transmission sans pertes et adaptée, ou de longueur infinie, où la longueur d'onde  $\lambda = 0,2 \text{ m}$ .



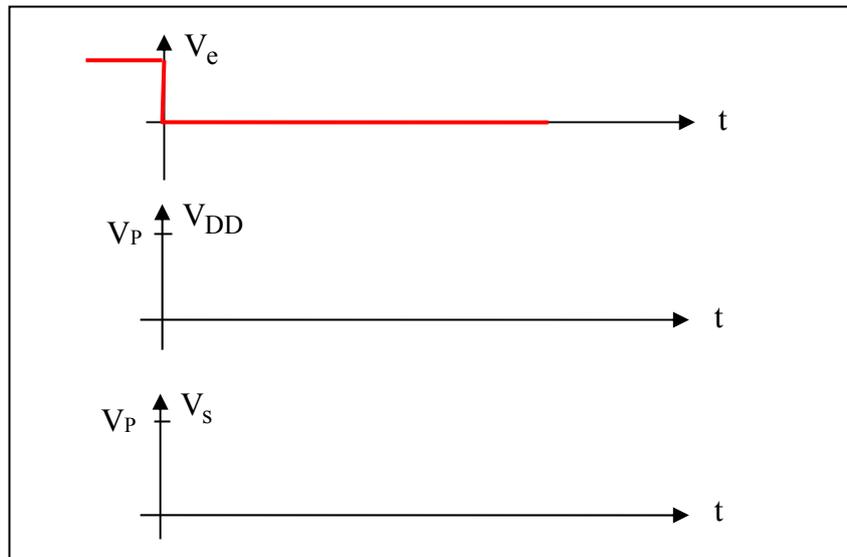
**Figure 6** : Quadripôle équivalent à un tronçon de ligne de transmission sans pertes de longueur  $\ell$  dans le cas où  $\ell < \lambda$ . La ligne a une impédance caractéristique  $Z_c$  et une vitesse de transmission  $v$ .

On s'intéresse qu'au **passage de  $V_e = '1'$  à  $V_e = '0'$**  pour répondre aux questions suivantes.

**Question 6 :** Quelles sont, juste avant la transition, les valeurs des tensions  $V_{DD}$  et  $V_s$  et du courant dans l'inductance  $L_c$  du circuit de la figure 4. On suppose que  $V_e = '1'$  est appliqué depuis très longtemps.

**Question 7 :** L'inductance  $L_c$  s'oppose aux variations du courant et **faisons l'hypothèse que le courant dans  $L_c$  ne varie pas**. En vous aidant des réponses aux questions précédentes, tracer alors l'évolution de  $V_{DD}$  et  $V_s$  en fonction du temps. Vers quelle valeur tendent  $V_{DD}$  et  $V_s$  pour  $t \rightarrow \infty$  ?

Application numérique : On donne  $C_c = 20$  pF et  $C = 10$  pF



-----  
 -----  
 ----

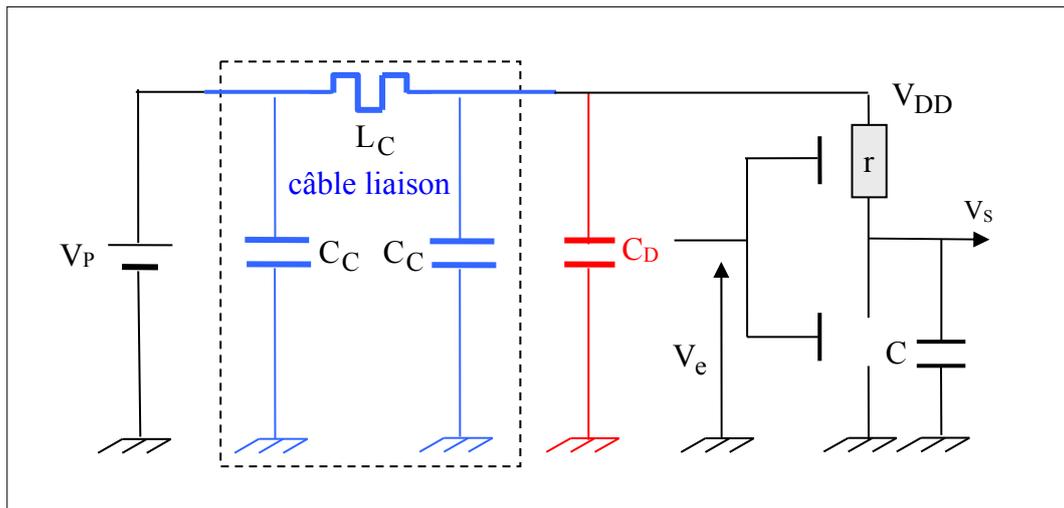
**Question 8 :** En pratique, le courant dans l'inductance varie. De façon qualitative, dessiner alors l'allure plus réaliste de  $V_{DD}$  et  $V_s$  .

-----  
 -----  
 ----

Pour qu'un circuit CMOS fonctionne correctement, il est recommandé que les fluctuations de la tension d'alimentation restent inférieures à 25% de la marge de bruit car au-delà, les états haut et bas en sortie ne sont plus assurés. Pour un circuit classiquement alimenté sous 5V, les fluctuations doivent donc rester inférieures à 250mV.

**Question 9 :** Pour réduire les fluctuations de la tension d'alimentation  $V_{DD}$ , on place aux bornes du circuit intégré, comme le montre le schéma de la figure 7, un **condensateur de découplage**  $C_D$  de forte valeur, quelques  $\mu\text{F}$  par exemple,  $C_D$  est tel que  $C_D \gg C$ . En s'appuyant sur le résultat de la question 7, montrer que  $C_D$  permet de réduire très fortement les fluctuations de la tension  $V_{DD}$ .

-----  
 -----  
 ----



**Figure 7 :** Le condensateur de découplage  $C_D$  permet de réduire les fluctuations de la tension d'alimentation  $V_{DD}$

**A RETENIR** : On peut maintenant généraliser le résultat obtenu à tout type de circuit intégré, logique et analogique. Pour maintenir une tension d'alimentation constante des circuits, il faut disposer aux bornes de ceux-ci d'un « **gros** » **réservoir d'électrons**, c'est le rôle joué par le condensateur de découplage.

On peut également dire que pour que les fluctuations de la tension d'alimentation soient les plus faibles possibles il faut que l'impédance aux variations du circuit d'alimentation soit la plus faible possible. L'impédance aux variations sera d'autant plus faible que  $C_D$  sera grand, puisque le module de l'impédance est égal à  $\frac{1}{C_D \omega}$ .

Pour obtenir une fluctuation de tension d'alimentation inférieure à  $\Delta V$  par exemple, quand le courant  $I$  consommé par le circuit est de la forme  $I = I_0 + \Delta I \cos(\omega t)$  où  $I_0$  est le courant moyen et  $\Delta I$  l'amplitude du courant à la fréquence  $\omega$ , il faut satisfaire l'inégalité :

$$C \gg \frac{\Delta I}{\omega \Delta V} \quad (1)$$

**Question 10 :** On considère un circuit alimenté sous 5V fonctionnant à 1kHz et dont les fluctuations maximales en courant et en tension sont respectivement égales à 1μA et 1mV. Calculer la valeur de la capacité de découplage appropriée.

**NB :** En pratique pourtant quand on met un « gros » condensateur de découplage, on n'obtient pas vraiment le résultat attendu. Il y a encore des fluctuations de tension et cela d'autant plus que les appels de courant du circuit sont à hautes fréquences. En effet, **les condensateurs présentent des défauts**, c'est ce que nous nous proposons d'étudier maintenant.

### III- Etude du comportement en fréquence d'un condensateur

#### III-1. Modèle électrique équivalent

L'impédance complexe d'un condensateur de capacité C ne se résume pas seulement au terme  $\frac{1}{jC\omega}$ . De part sa constitution, l'impédance d'un condensateur fait apparaître une **inductance**. Cette inductance a deux origines :

- i) une origine interne liée à la structure du condensateur,
- ii) l'autre origine est liée à la longueur des fils de connexion.

Un condensateur « single ended », ou encore à insertion, possède une inductance plus élevée qu'un condensateur CMS (Composant Monté en Surface) de même valeur (figures 8-a et 8-b). Par ailleurs, le matériau diélectrique de permittivité  $\epsilon_r$  situé entre les deux électrodes métalliques ne se polarise pas instantanément dans le champ électrique résultant de l'application de la tension aux bornes du condensateur et cela se traduit par l'apparition d'une **résistance** caractérisant les **pertes diélectriques**. Une partie de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur.

La figure 9 montre le schéma électrique série équivalent d'un condensateur, l'inductance est notée ESL (Equivalent Serie Inductance) et la résistance ESR (Equivalent Serie Resistor).

La figure 10 montre le graphe du module de Z en fonction de la fréquence.

**Question 11 :** Ecrire l'impédance complexe Z du circuit équivalent de la figure 9. Quel est le comportement de Z pour  $\omega \rightarrow 0$  et  $\omega \rightarrow \infty$  ?

La fréquence de résonance série  $F_R$  correspond au minimum du module de Z, donner l'expression de cette fréquence en fonction de  $C_s$  et ESL. Tracer l'allure de  $\log_{10}(\text{module de } Z)$  en fonction de  $\log_{10}(\text{fréquence})$ .

-----  
-----

**Question 12 :** Déterminer, d'après le graphe en figure 10, pour un condensateur de valeur nominale 100 pF, les valeurs de  $C_s$ , ESR et ESL.

-----  
-----

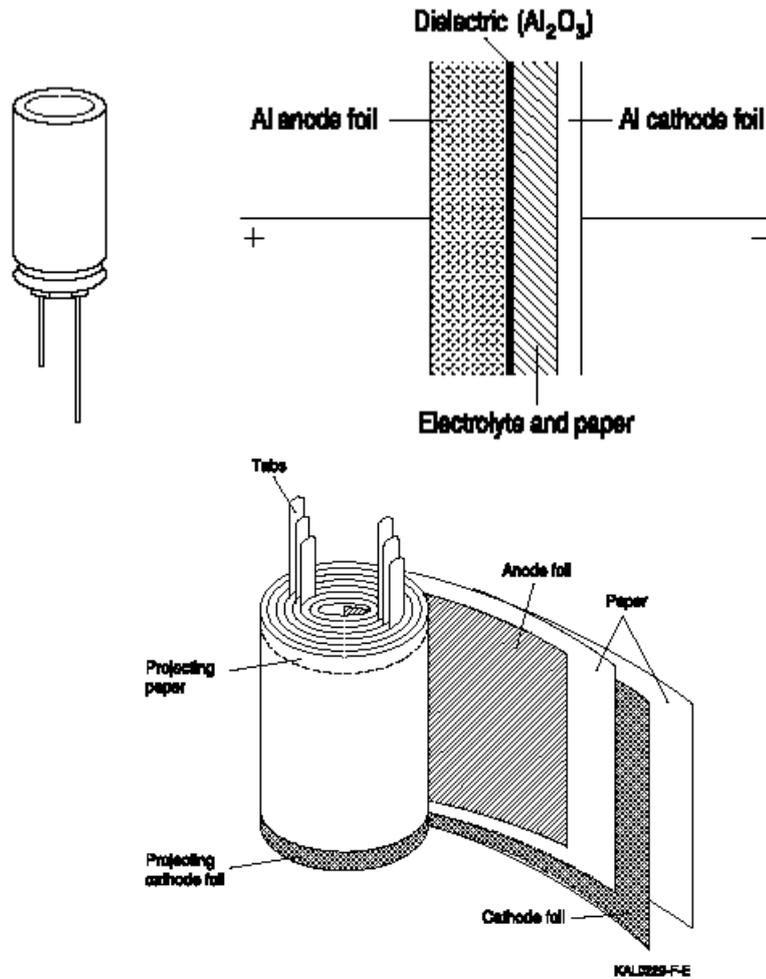


Figure 8-a : Condensateur électrochimique aluminium single ended ([www.epcos.com](http://www.epcos.com))

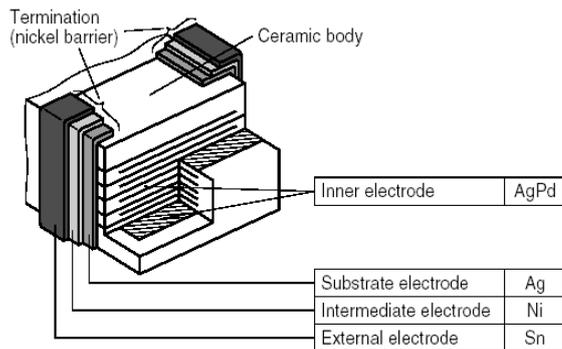


Figure 8-b : Condensateur céramique CMS ([www.epcos.com](http://www.epcos.com))

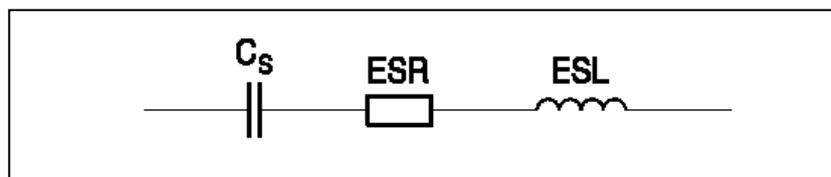
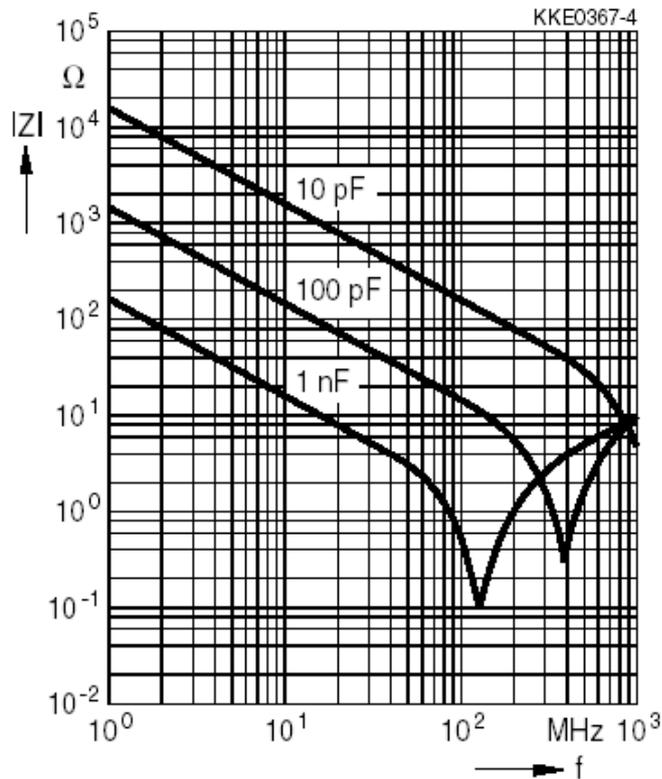


Figure 9 : Modèle électrique équivalent d'un condensateur ([www.epcos.com](http://www.epcos.com))

Impedance |Z| versus  
frequency f

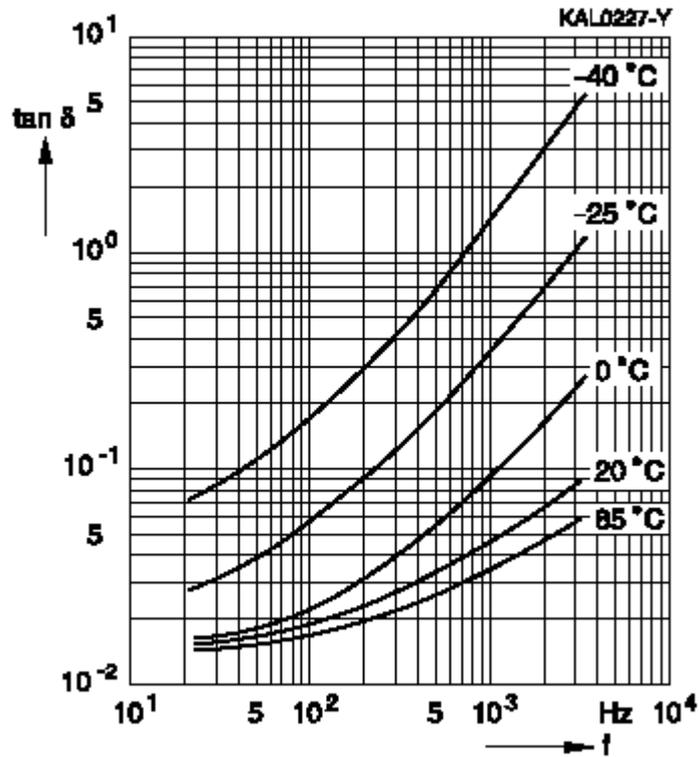


**Figure 10** : Impédance  $Z$  en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de condensateurs céramiques CMS ([www.epcos.com](http://www.epcos.com))

Les fabricants de condensateurs privilégient de caractériser les **pertes diélectriques** par une grandeur appelée  $\tan(\delta)$  et qui est l'inverse du coefficient de qualité  $Q$  du circuit en figure 9 :

$$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{1}{Q} = \operatorname{ESR} \cdot C_S \cdot \omega \quad (2)$$

La figure 11 montre, pour un condensateur électrochimique aluminium de  $63 \mu\text{F}$ , la variation de  $\operatorname{tg}(\delta)$  en fonction de la fréquence pour différentes températures de fonctionnement. Ce graphe montre que le produit  $\operatorname{ESR} \cdot C_S$  dépend de la fréquence sinon on obtiendrait une droite de pente 1 dans un tracé  $\log(\operatorname{tg}(\delta))$  fonction de  $\log(f)$ .

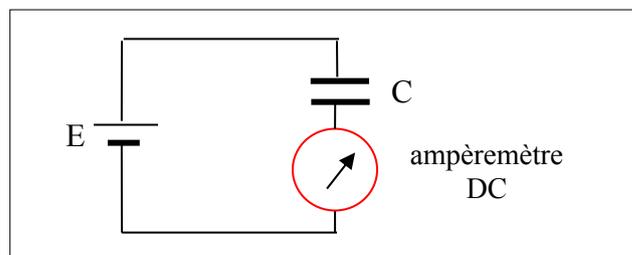


**Figure 11 :** Variation de  $\tan \delta$  d'un condensateur électrochimique de  $63 \mu\text{F}$  en fonction de la fréquence et pour différentes températures de fonctionnement ([www.epcos.com](http://www.epcos.com))

**Question 13 :** L'inductance ESL d'un condensateur de  $3,3 \mu\text{F}$  est égale à  $20 \text{ nH}$  ([www.epcos.com](http://www.epcos.com)). Calculer la fréquence de résonance  $F_R$ .

-----  
 -----

La conductivité électronique des isolants des condensateurs n'est pas rigoureusement nulle et il existe donc un courant dit de fuite (*leakage current*) qui dépend de la tension appliquée (figure 12). Il ne faut pas confondre le **courant de fuite** avec les **pertes diélectriques** mentionnées précédemment. Dans le premier cas, il s'agit d'électrons qui vont d'une électrode à l'autre alors que dans le second cas ce sont des dipôles électriques qui ne réagissent pas instantanément dans le champ électrique alternatif. A la place de courant de fuite, on parle également de résistance d'isolement.



**Figure 12 :** Mesure du courant de fuite d'un condensateur en DC

Pour un condensateur électrochimique de  $63 \mu\text{F}$  soumis à une tension de  $15\text{V}$  par exemple, le courant de fuite est égale à  $43 \mu\text{A}$  ([www.epcos.com](http://www.epcos.com)), ce qui donne une résistance d'isolement d'environ  $350 \text{k}\Omega$ . Pour un condensateur céramique CMS, de plus faible valeur, la résistance d'isolement est plus élevée, de l'ordre de  $10^7 \Omega$ .

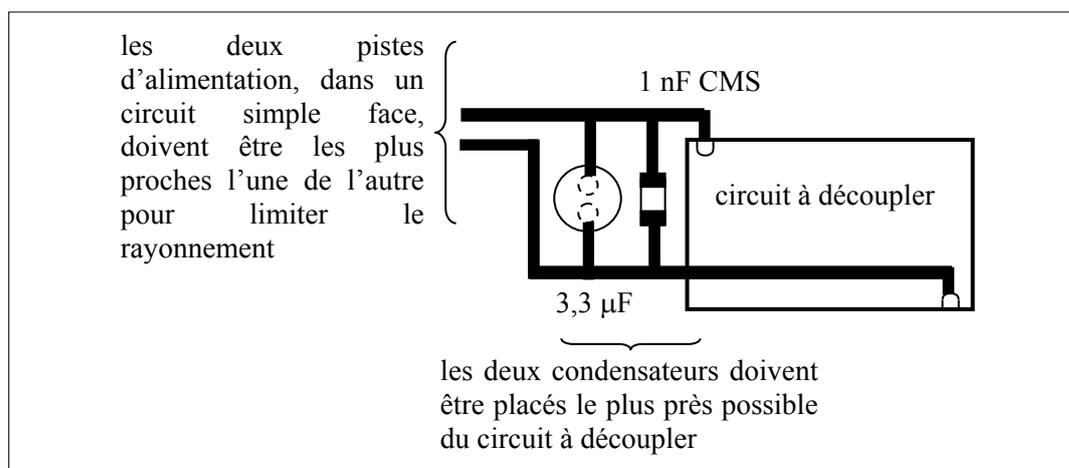
### III-2. Influence sur le découplage

Nous venons de voir que le but du découplage est de maintenir une tension quasi-constante aux bornes des circuits logiques et analogiques. Pour cela, il faut que l'impédance aux variations soit la plus faible possible. Si on disposait de condensateurs parfaits, sans défaut, il suffirait de placer, aux bornes du circuit à découpler, un condensateur de forte valeur (voir Eq. 1). Ce n'est pas le cas, donc comment procéder ?

Soit un circuit à découpler dont le courant d'alimentation comprend une composante continu  $I_0$  et deux composantes alternatives, d'amplitude  $10\text{mA}$ , à  $10 \text{kHz}$  et  $80 \text{MHz}$ . La tolérance sur les fluctuations de la tension d'alimentation est de l'ordre de  $100 \text{mV}$ .

- Pour découpler à  $10 \text{kHz}$ , il faut choisir un condensateur avec une fréquence de résonance supérieure à  $10 \text{kHz}$  et un condensateur électrochimique de quelques  $\mu\text{F}$  doit convenir. Prenons, par exemple, un condensateur de  $3,3 \mu\text{F}$  de fréquence de résonance égale à  $620 \text{kHz}$ . A  $10 \text{kHz}$ , il présente une impédance de  $4,8 \Omega$ , ce qui conduit à une variation de tension de  $\approx 48 \text{mV}$ . A la fréquence de  $80 \text{MHz}$ , le condensateur de  $3,3 \mu\text{F}$  ne se comporte plus comme un condensateur mais comme une inductance.
- Pour découpler le  $80 \text{MHz}$ , un condensateur de  $1 \text{nF}$  avec une fréquence de résonance de  $\approx 120 \text{MHz}$  doit convenir. Il présente une impédance de  $\approx 2 \Omega$  ce qui conduit à une variation de tension de  $\approx 20 \text{mV}$ .

Pour découpler correctement le circuit, il faut placer les deux condensateurs en parallèle comme le montre le schéma de la figure 13 et le plus près possible du circuit pour réduire les inductances de connexion.



**Figure 13** : Découplage d'un circuit à l'aide de deux condensateurs

**Question 14 :** Pourquoi ne peut-on pas uniquement utiliser le condensateur de 1 nF ?

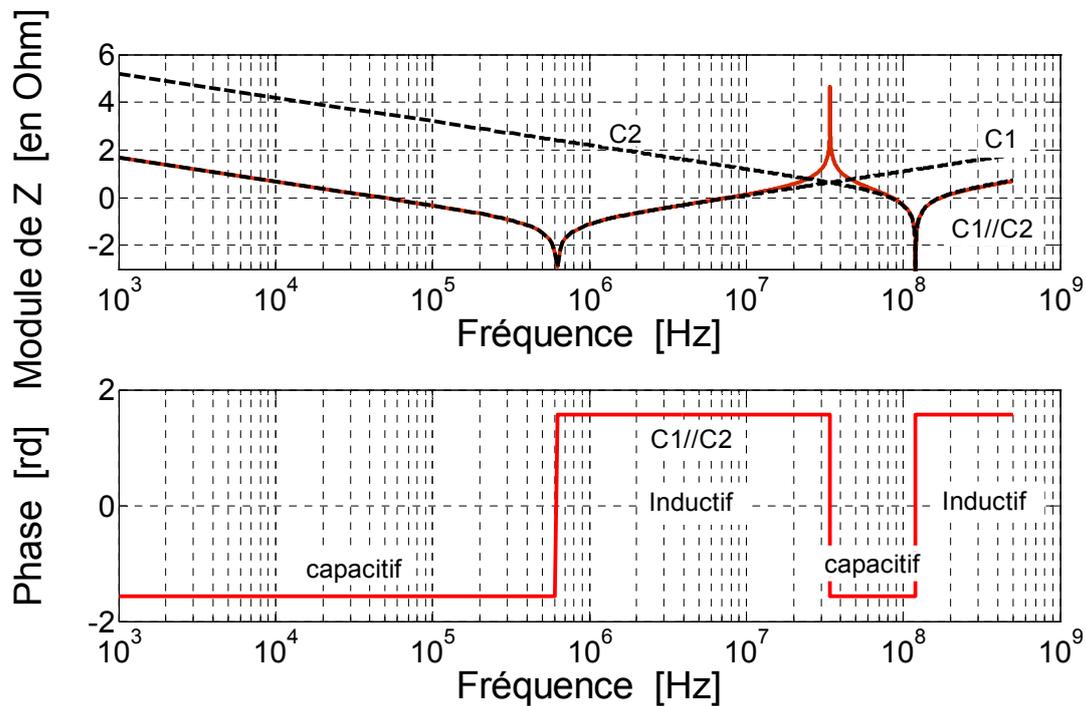
---



---

**Question 15 :** On découple donc le circuit avec les deux condensateurs en parallèle. Le module et la phase de l'impédance  $Z$  des deux condensateurs mis en parallèle sont donnés en figure 14. On constate un phénomène d'anti-résonance ( $|Z| \rightarrow \infty$ ) à 35MHz.

- Expliquer la raison de cette anti-résonance.
- En considérant les admittances de chaque condensateur, retrouver la valeur par le calcul.



**Figure 14 :** Module et phase de l'impédance  $Z$  des deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  mis en parallèle

---



---

Le dernier point aborde la problématique des fils de liaison et de leur influence sur le comportement fréquentiel d'un condensateur. On suppose le condensateur dont les caractéristiques sont présentées en figure 15. Le module et la phase de l'admittance de ce condensateur sont donnés à la figure 16.

**Question 15 :** Calculer la valeur approchée des éléments du modèle électrique équivalent du condensateur avec fils.

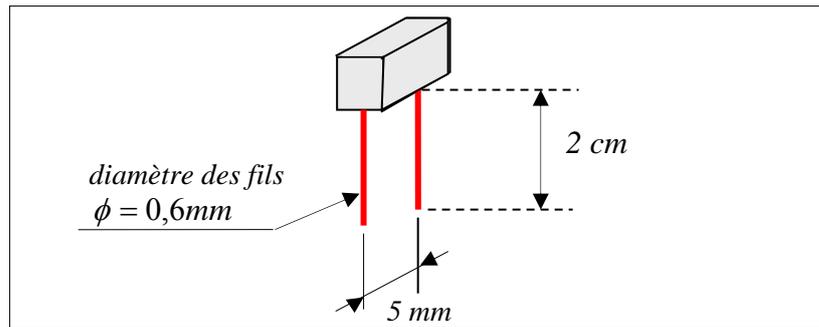


Figure 15 : Dimensions du condensateur.

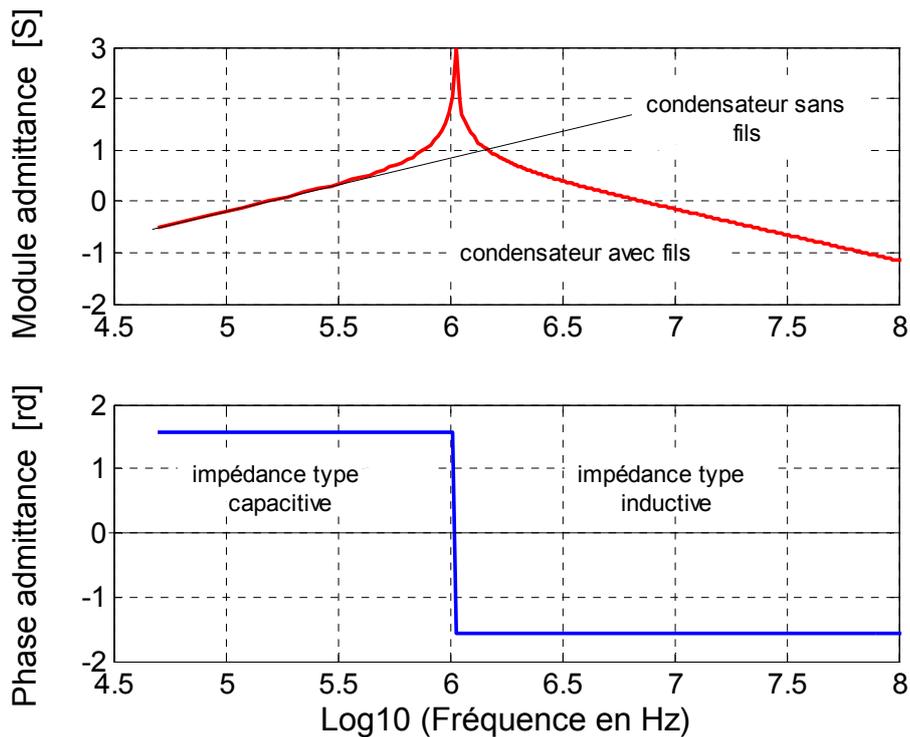


Figure 16 : Module et phase de l'admittance du condensateur.

**A RETENIR** : Il faut donc retenir qu'un condensateur (comme les autres composants passifs) possède son propre modèle électrique équivalent qui intègre les effets capacitifs mais également parasites (pertes diélectriques du matériau isolant et effets de connectique selfique prépondérants à hautes fréquences). Ces éléments peuvent être déterminées à partir du tracé de la variation du module de l'impédance (ou de l'admittance) en fonction de la fréquence. Ces éléments parasites influencent fortement la fonction « découplage » d'un condensateur notamment car ils contribuent à diminuer sa fréquence de résonance.

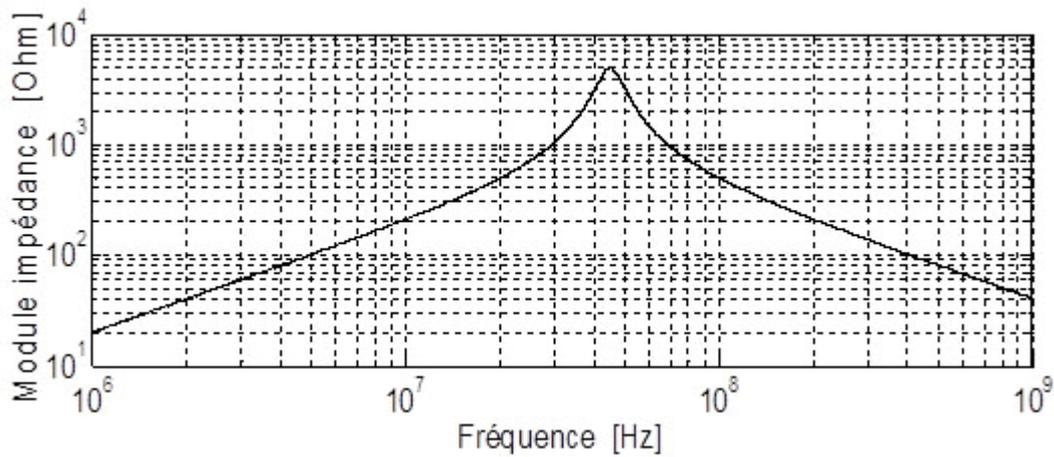
#### IV- Exercice d'application (extrait d'un partiel de S3)

Q1- Dessiner le modèle électrique d'un condensateur en justifiant les différents éléments.

Q2- Quel est l'intérêt d'un condensateur CMS par rapport à un condensateur à insertion ?

Q3- Donner le modèle électrique d'une bobine en justifiant les différents éléments.

Q4- On a relevé le graphe en fréquence d'un composant inconnu. La courbe est donnée en figure 1.

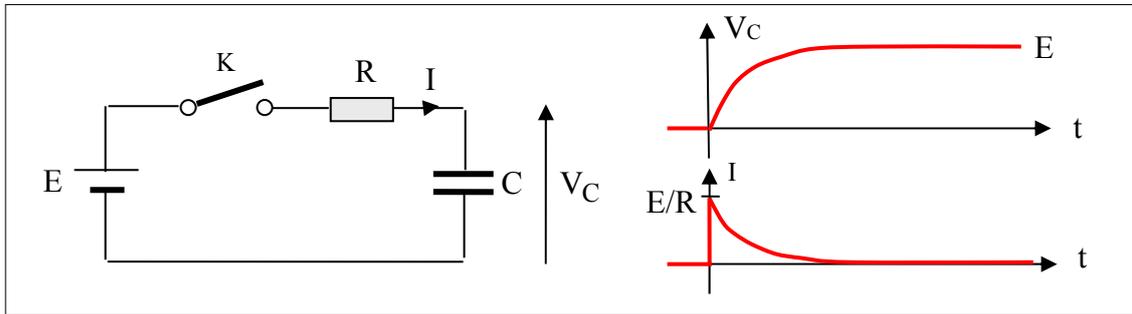


**Figure 1** : Courbe d'impédance d'un composant inconnu

Q4-a) De quel type de composant (résistance, bobine ou condensateur) s'agit-il a priori ? Justifier votre réponse.

Q4-b) A partir de cette courbe, calculer les valeurs de la résistance R, de la capacité C et de l'inductance L qui apparaissent dans le schéma équivalent de ce composant. On fera un dessin du schéma du composant.

## Annexe I : Rappel des équations du circuit R - C



- Tension  $V_C$  aux bornes du condensateur

$$V_C = V_\infty - (V_\infty - V_{\text{init}})e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = RC, V_\infty = E \text{ et } V_{\text{init}} = 0$$

$$\text{d'où : } V_C = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad (1)$$

- Courant  $I$  de charge du condensateur

$$I = I_\infty - (I_\infty - I_{\text{init}})e^{-t/\tau} \text{ avec } I_\infty = 0 \text{ et } I_{\text{init}} = E/R \text{ d'où : } I = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} \quad (2)$$

- Energie  $W_E$  fournie par la source  $E$

$$W_E = \int_0^\infty EI(t)dt = \frac{E^2}{R} \int_0^\infty e^{-t/\tau} dt = \frac{E^2}{R} \left[ \frac{e^{-t/\tau}}{-\frac{1}{\tau}} \right]_0^\infty = E^2 C \quad (3)$$

- Energie  $W_R$  dissipée par la résistance  $R$

$$W_R = \int_0^\infty RI^2(t)dt = \frac{E^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/\tau} dt = \frac{E^2}{R} \left[ \frac{e^{-2t/\tau}}{-\frac{2}{\tau}} \right]_0^\infty = \frac{E^2 C}{2} \quad (4)$$

- Energie  $W_C$  stockée dans le condensateur

$$W_C = W_E - W_R = \frac{E^2 C}{2} \quad (5)$$

- Charge  $Q_C$  stockée dans le condensateur

$$Q_C = \int_0^\infty I dt = \int_0^\infty \frac{E}{R} e^{-t/\tau} dt = \frac{E}{R} \int_0^\infty e^{-t/\tau} dt = \frac{E}{R} \left[ \frac{e^{-t/\tau}}{-\frac{1}{\tau}} \right]_0^\infty = EC \quad (6)$$

## Thème 8:

### Coefficient de réflexion dans un câble coaxial

#### I- Atténuation dans un câble coaxial : régime continu et harmonique

I-1. Pertes en régime continu

I-2. Pertes en régime harmonique

I-3. Phénomène de l'effet de peau

#### II- Adaptation d'impédance – Puissance dans la charge

#### III- Propagation en régime impulsionnel

III-1. Coefficient de réflexion

III-2. Régime impulsionnel

#### IV- Propagation en régime harmonique

IV-1. Cas de l'onde progressive

IV-2. Cas de l'onde stationnaire – Notion de ROS

#### V- Exercice d'application (*extrait d'un partiel de S3*)

#### **Objectifs :**

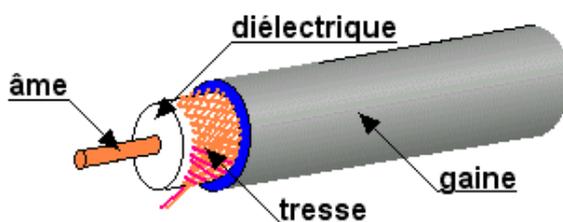
L'objectif de ce TD est de comprendre ce qu'est une **ligne de transmission** formée par un câble coaxial de manière à éviter une mauvaise utilisation. Evaluer la **limitation de ses performances (pertes)** et son comportement en **régime impulsionnel et régime harmonique** (en fonction de la fréquence).

#### **Pré-requis :**

Cours de physique de S3. Cours d'optique géométrique (réflexion dans un miroir). Cours de mathématique sur les fonctions à deux variables.

L'usage du câble coaxial s'étend à toute application dans laquelle un signal doit être transporté d'un point à un autre en subissant un minimum de déformation et d'affaiblissement, le tout en étant protégé des interférences extérieures. L'avantage d'un câble coaxial sur une ligne bifilaire (constituée de deux conducteurs parallèles séparés par un diélectrique) réside dans la création d'un écran (cage de Faraday) qui protège le signal des perturbations électromagnétiques et qui évite que les conducteurs ne produisent eux-mêmes des perturbations. Un câble coaxial peut être placé le long des murs, gouttières ou enfoui car la présence d'objets à proximité n'influence pas la propagation du signal dans la ligne.

Le câble coaxial ou ligne coaxiale est une ligne de transmission, composée d'un câble à deux conducteurs. L'âme centrale, qui peut être mono-brin ou multi-brins (en cuivre ou en acier cuivré ou en cuivre argenté), est entourée d'un matériau diélectrique (isolant). Le diélectrique est entouré d'une gaine conductrice tressée (ou feuille d'aluminium enroulée), appelée blindage, puis d'une enveloppe de matière plastique (PVC).



**Figure 1 :** Structure d'un câble coaxial

La connexion à un câble coaxial doit être réalisée par l'utilisation de connecteurs coaxiaux adaptés au câble et montés en respectant les indications fournies pour conserver à l'ensemble les caractéristiques souhaitées en termes de qualité de transmission (par exemple le connecteur BNC).



**Figure 2 :** Connecteurs BNC (Baby Neill-Concelman)

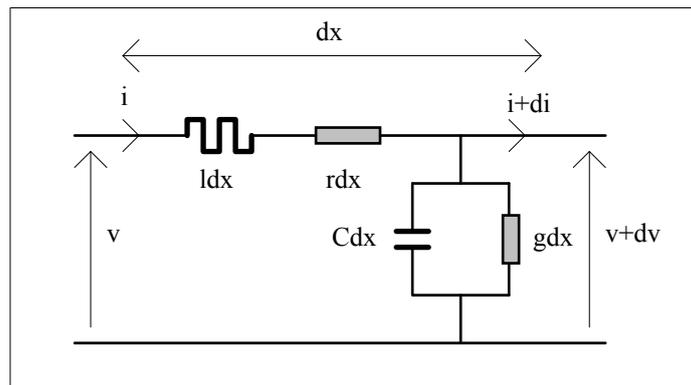
Durant ce TD, nous allons étudier deux principaux paramètres qui doivent être pris en compte lors de l'utilisation d'un câble coaxial comme ligne de transmission :

- l'atténuation dans le câble coaxial,
- la nécessité d'adapter la ligne de transmission (adaptation d'impédance) permettant de transmettre le maximum de puissance à une charge placée à l'extrémité de la ligne.

## I- Atténuation dans un câble coaxial : régime continu et harmonique

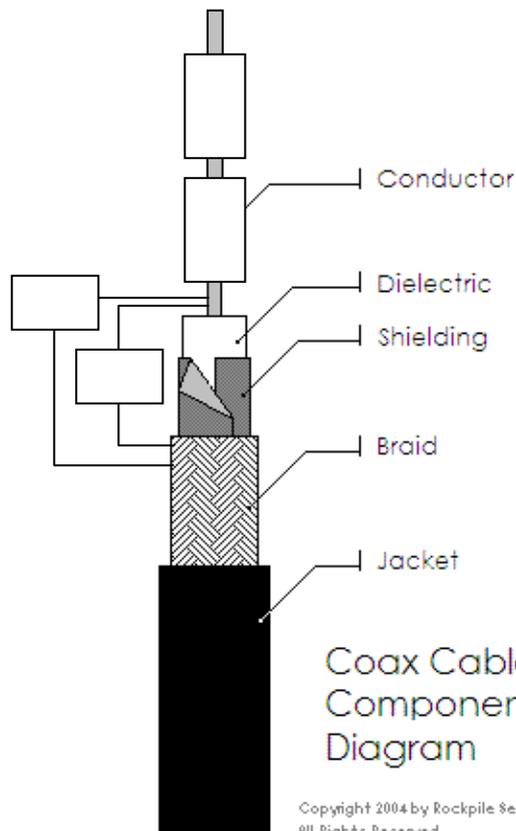
Un tronçon de longueur  $dx$  d'un câble coaxial peut être modélisé par le schéma de la figure 3 où  $l$ ,  $r$ ,  $C$  et  $g$  sont respectivement l'inductance, la résistance, la capacité et la conductance par unité de longueur du câble, également appelées constantes linéiques. On rappelle que pour un câble faible perte, l'impédance caractéristique  $Z_c$  et la vitesse de propagation  $v$  sont

respectivement données par :  $Z_c \approx \sqrt{\frac{l}{C}}$  et  $v = \frac{1}{\sqrt{lC}}$ .



**Figure 3 :** *Modèle électrique équivalent d'un tronçon de ligne de longueur  $dx$*

**Question 1 :** Placer, sur la figure 4, les éléments électriques  $l$ ,  $r$ ,  $C$  et  $g$ .



**Figure 4 :** *Schéma d'un câble coaxial avec emplacement pour y faire figurer les éléments électriques de sa modélisation.*

## I-1. Pertes en régime continu

La perte de signal dans un câble coaxial est principalement due à la résistivité électrique des conducteurs utilisés (généralement en cuivre).

**Question 2** : Si ce matériau est du cuivre de résistivité  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  à température ambiante, déterminer la résistance de 100m de câble de type RG58 supposé cylindrique avec un diamètre d'âme de 0.81mm. Pour ce calcul, on négligera la résistance de la tresse.

-----  
-----

**Question 3** : Quelle sera alors l'atténuation  $A_{tt}$  d'une tension continue sur une distance de 100m si on ne prend en compte que la résistance du câble et si ce dernier est terminé par une charge de  $50\Omega$  ? Exprimer le résultat en dB.

-----  
-----

## I-2. Pertes en régime harmonique

Les documentations fournies par les constructeurs de câbles RG58, dont l'impédance caractéristique est égale à  $50\Omega$ , montrent que les pertes sont plus grandes que celles que vous venez de calculer, et surtout, qu'elles **dépendent de la fréquence** du signal appliqué (tableau 1).

Fréquence	1MHz	10MHz	100MHz	1GHz
Atténuation (dB/100m)	1.1	3.9	12.5	39.4

**Tableau 1** : Atténuation d'un câble RG58 pour différentes fréquences de signal appliqué

Nous allons à présent tenter de justifier l'origine de ces pertes.

**Question 4** : D'après les connaissances acquises en S1 et S2, les pertes résistives (pertes Joule) ne dépendent à priori pas de la fréquence du courant traversant le conducteur. Néanmoins expérimentalement, on observe une dépendance à la fréquence de ces pertes. Un conducteur parcouru par un courant est le siège d'un champ magnétique (théorème d'Ampère), à partir de ce constat, essayer d'expliquer, sans calcul, ce qui peut se passer dans un conducteur soumis à un courant alternatif (pensez à la loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ ).

-----  
-----

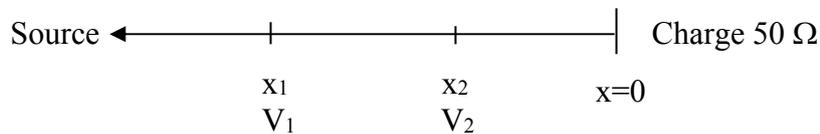
Dans le cas des lignes à faibles pertes, on montre que le **coefficient d'atténuation**  $\alpha$  (en  $m^{-1}$ ) ou encore en Neper (Np comme Neper, Mathématicien Ecosais (1556-1617), inventeur des logarithmes) dépend des éléments du modèle électrique équivalent et s'écrit :

$$\alpha(\text{en } m^{-1}) = \frac{1}{2} \left( r \sqrt{\frac{c}{l}} + g \sqrt{\frac{l}{c}} \right) \quad (1)$$

Soient  $V_1$  et  $V_2$  les amplitudes des tensions mesurées aux point  $x_1$  et  $x_2$  d'une ligne adaptée, c-à-d terminée par une charge égale à l'impédance caractéristique. Les tensions  $V_1$  et  $V_2$  s'écrivent :

En  $x_1$  :  $V_1 = Ke^{\alpha x_1}$

En  $x_2$  :  $V_2 = Ke^{\alpha x_2}$  avec  $V_2 < V_1$  et  $x_1 > x_2$



$$\frac{V_1}{V_2} = e^{\alpha(x_1 - x_2)} \text{ d'où : } \ln \frac{V_1}{V_2} = \alpha(x_1 - x_2) \text{ et } \alpha(\text{en } m^{-1}) = \frac{1}{(x_1 - x_2)} \ln \frac{V_1}{V_2}$$

De façon à analyser si l'origine physique des pertes d'un câble coaxial peut être modélisée par l'équation (1), il nous faut établir la correspondance entre  $\alpha$  et les pertes en dB pour une longueur de 100m.

**Question 5** : A partir de l'équation (1) et sachant que  $\log_{10}(x) = \frac{1}{\ln 10} \ln(x)$ , écrire l'expression de l'**atténuation** pour 100m de câble, en montrant que :

$$20 \log \frac{V_1}{V_2} \text{ (en dB)} = \frac{2000}{\ln(10)} \cdot \alpha = 868,58 \cdot \alpha \quad (\alpha \text{ en } m^{-1}) \quad (2)$$

-----  
 -----

**Question 6** : En se rappelant que l'impédance caractéristique  $Z_c$  d'un câble coaxial est égale à :  $Z_c = \sqrt{\frac{l}{C}}$  et si on néglige la conductance  $g$  de l'isolant entre l'âme du câble et la tresse de masse, calculer l'**atténuation** (en dB/100m) d'un câble RG58 d'impédance caractéristique  $50\Omega$ . Comparer la valeur trouvée à l'atténuation en régime continu et aux valeurs du tableau 1. Quelles sont vos conclusions ?

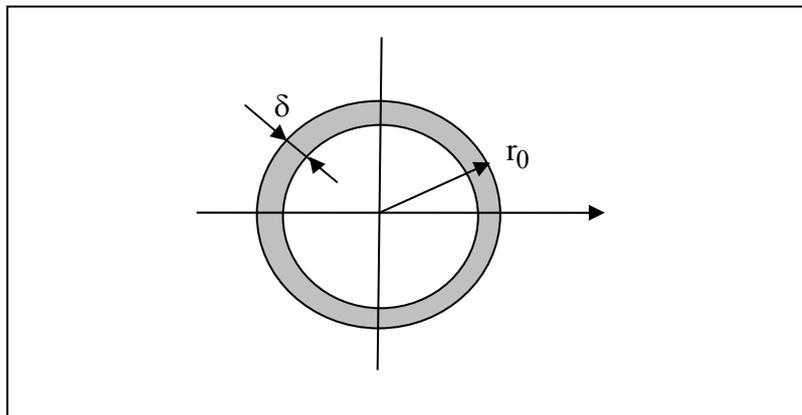
-----  
 -----

### I-3. Phénomène de l'effet de peau

- En courant continu, la densité de courant dans un conducteur est uniforme et le courant passe dans toute la section  $S = \pi r_0^2$  du conducteur,  $r_0$  étant le rayon du conducteur.
- En courant alternatif, la densité de courant n'est plus uniforme, le courant ne circule qu'à la périphérie du conducteur dans une couronne d'épaisseur  $\delta$  : c'est l'effet de peau (figure 5). En conséquence, la surface offerte au courant diminue et la résistance augmente. L'effet de peau est d'autant plus prononcé que la fréquence est élevée. L'épaisseur de peau  $\delta$  est donnée par :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma \mu f}} \quad \text{si } \frac{r_0}{2} \sqrt{\pi f \sigma \mu} > 1 \quad (3)$$

où  $\sigma$  est la conductivité du matériau,  $\sigma = 1/\rho$  (en  $\text{Sm}^{-1}$ ),  $\mu = \mu_0 \mu_r$  (en  $\text{Hm}^{-1}$ ) est la perméabilité magnétique du conducteur et  $f$  est la fréquence en Hz.



**Figure 5** : Effet de peau et passage du courant dans la zone grisée d'épaisseur  $\delta$

**Question 7** : Exprimer alors la section effective à travers laquelle le courant passe en fonction de  $r_0$ , le rayon du conducteur, et de  $\delta$ .

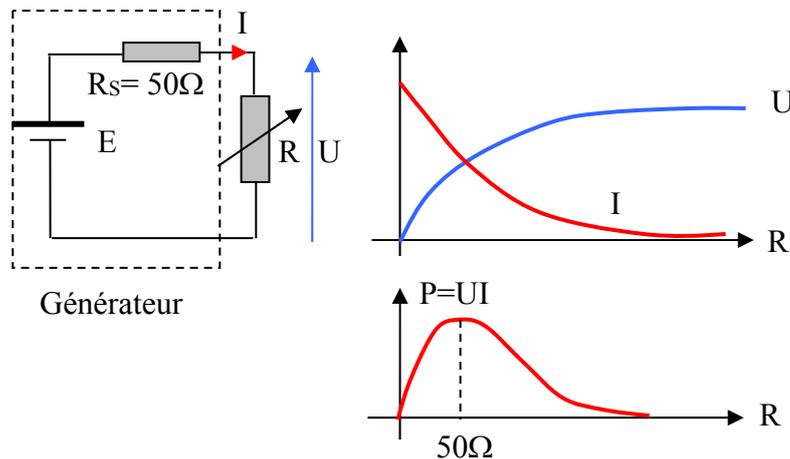
-----  
 -----

**Question 8** : Compléter le tableau suivant pour 100m de câble RG58. Comparer vos valeurs au tableau 1.

Fréquence f	1MHz	10MHz	20MHz	100 MHz
Epaisseur de peau $\delta$ (en mm)				
Section effective ( $\text{m}^2$ )				
$r$ ( $\Omega/\text{m}$ )				
atténuation (dB/100m)				

## II- Adaptation d'impédance – Puissance dans la charge

En TD S3 de physique, nous avons montré que lorsque la condition d'adaptation d'impédance est réalisée, la puissance transmise par la ligne de transmission à la charge est maximale. En effet, dans ce cas, le coefficient de réflexion est nul et il n'y a pas d'onde réfléchie. Considérons un circuit électrique constitué d'un émetteur : un générateur de tension **continu** (une tension à vide  $E$  et une résistance de source  $R_s$ ) et une charge de résistance  $R$  (Fig. 6).



**Figure 6 :** Schéma illustrant l'adaptation de transmission de puissance

**Question 9 :** On dispose d'un générateur sinusoïdal délivrant une tension efficace de 2 V à vide et ayant une résistance interne de  $50\Omega$ . On étudie les deux situations suivantes :

- le générateur est chargé par une résistance de  $50\Omega$ , quelle est la puissance (en W) dissipée dans la charge ?
- la charge du générateur correspond maintenant à un câble d'impédance caractéristique  $50\Omega$ , supposé sans perte, terminé par une charge de  $50\Omega$ , quelle est la puissance dissipée dans la charge de  $50\Omega$  ? Justifier votre résultat.

## III- Propagation en régime impulsionnel

### III-1. Coefficient de réflexion

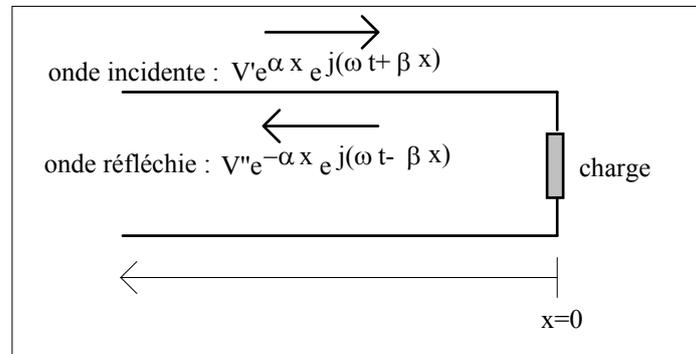
Si on reprend le modèle équivalent d'un câble coaxial proposé en figure 3, on montre que la tension complexe  $\underline{V}(x, t)$  et le courant complexe  $\underline{I}(x, t)$  peuvent se mettre sous la forme :

$$\underline{V}(x, t) = V' e^{\alpha x} e^{j\beta x} e^{j\omega t} + V'' e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} e^{j\omega t} = \underline{V}_i + \underline{V}_r \quad (4)$$

$$\underline{I}(x, t) = \frac{1}{Z_c} (V' e^{\alpha x} e^{j\beta x} e^{j\omega t} - V'' e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} e^{j\omega t}) = \frac{1}{Z_c} (\underline{V}_i - \underline{V}_r)$$

En d'autres termes, en tout point  $x$  de la ligne et quelque soit l'instant  $t$ , la tension  $V(x, t)$  et le courant  $I(x, t)$  correspondent toujours à la somme (figure 7) :

- d'une onde incidente circulant de la source vers la charge,
- d'une onde réfléchie circulant de la charge vers la source.



**Figure 7** : Ondes incidente et réfléchie sur une ligne de transmission

En un point  $x$  quelconque de la ligne, le coefficient de réflexion  $\Gamma(x)$ , rapport de l'onde réfléchie sur l'onde incidente, s'écrit dans le cas d'une ligne sans perte :

$$\Gamma(x) = \frac{V'' e^{-j\beta x}}{V' e^{j\beta x}} = \frac{V''}{V'} e^{-2j\beta x} \quad (5)$$

Le coefficient de réflexion  $\Gamma(x = 0)$  en  $x = 0$ , est égal au coefficient de réflexion de la charge  $Z_1$  :

$$\Gamma(x = 0) = \Gamma_1 = \frac{V''}{V'} \quad (6)$$

$\Gamma_1$  peut s'écrire en fonction de  $Z_1$  et  $Z_c$ , pour cela écrivons la tension et le courant en  $x = 0$  :

$$\begin{cases} \underline{V(0, t)} = V' e^{j\omega t} + V'' e^{j\omega t} \\ \underline{I(0, t)} = \frac{1}{Z_c} (V' e^{j\omega t} - V'' e^{j\omega t}) \end{cases} \quad \text{et} \quad Z_1 = \frac{\underline{V(0, t)}}{\underline{I(0, t)}} = Z_c \frac{V' + V''}{V' - V''} = Z_c \frac{1 + \frac{V''}{V'}}{1 - \frac{V''}{V'}}$$

$$\text{d'où } \Gamma_1 = \frac{V''}{V'} = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} \quad (7)$$

**Question 10** : Si à l'extrémité de la ligne en  $x = 0$ , on connecte une charge  $Z_1$  égale à l'impédance caractéristique  $Z_c$ . Quelle est la valeur du coefficient de réflexion ? Préciser les valeurs de l'amplitude et de la phase.

-----  
 -----

**Question 11** : Si l'extrémité d'un câble est laissée ouverte, quelle est la valeur du coefficient de réflexion, précisez les valeurs de l'amplitude et de la phase ?

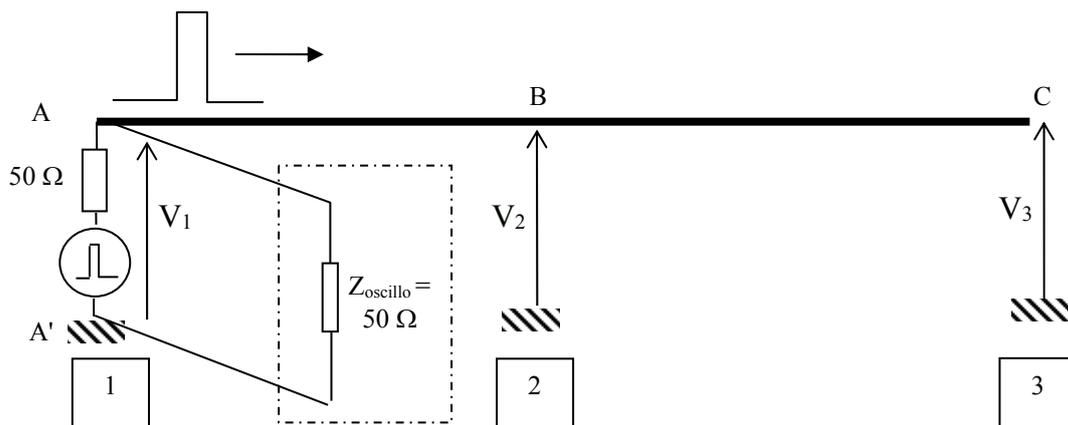
-----  
 -----

**Question 12** : Si l'extrémité d'un câble d'impédance caractéristique  $50\Omega$  est chargée par une impédance  $Z_1 = (50+j25)\Omega$ , quelle est la valeur du coefficient de réflexion (préciser les valeurs de l'amplitude et de la phase) ? Comment modifieriez-vous la charge pour éviter la naissance d'une onde réfléchi en bout de ligne ?

-----  
 -----

### III-2. Régime impulsionnel

Un générateur, d'impédance de source  $50\Omega$ , injecte une impulsion périodique d'amplitude  $4V$ , de largeur  $\theta = 300\text{ ns}$  dans une ligne de d'impédance caractéristique  $50\Omega$  dont l'extrémité est laissée ouverte (figure 8). **Le régime de fonctionnement est considéré comme impulsionnel** quand  $\theta \ll T$  (très faible rapport cyclique) et  $\theta \ll L/v$  où  $T$  est la période des signaux,  $L$  la longueur de la ligne et  $v$  la vitesse.



**Figure 8** : Propagation d'une impulsion sur une ligne en circuit ouvert

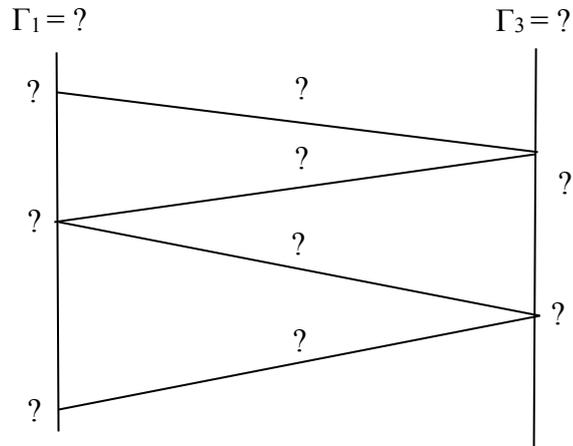
On souhaite vérifier l'amplitude des impulsions au point A en utilisant un oscilloscope d'impédance d'entrée  $50\Omega$ , branché entre les points A et A' par l'intermédiaire d'un câble coaxial d'impédance caractéristique  $50\Omega$ .

**Question 13** : Dessiner le schéma équivalent entre les points A et A' en justifiant votre raisonnement.

*Pour vous aider : chercher, dans un premier temps, l'impédance entre les points A et A' due au câble et à l'oscilloscope.*

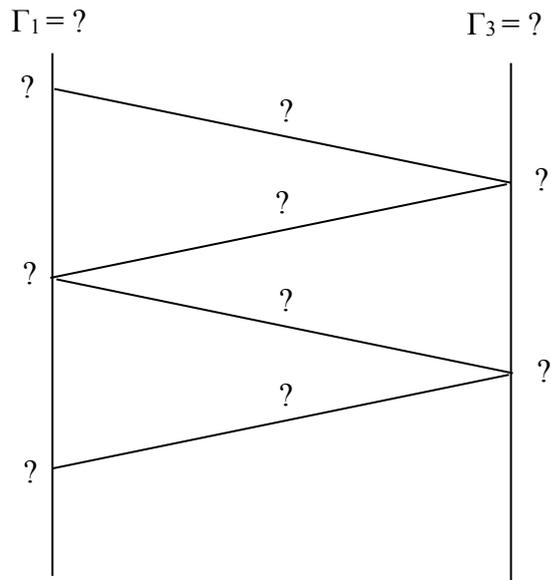
-----  
 -----

**Question 14** : En utilisant le résultat précédent, compléter alors le schéma de réflexion ci-dessous. Calculer la valeur de l'amplitude du pulse à  $t = 0^+$  entre les points A et A'.



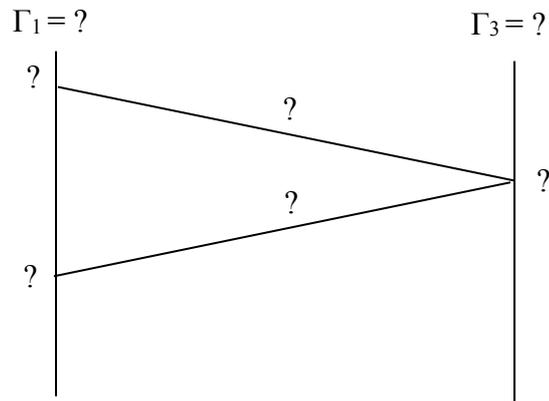
**Figure 9** : Schéma de réflexion de la ligne en **circuit ouvert**

**Question 15** : Refaites le même exercice, mais avec cette fois la ligne mise en court circuit (Fig. 10).



**Figure 10** : Schéma de réflexion de la ligne en **court-circuit**

**Question 16** : Refaites le même exercice, mais avec cette fois la ligne terminée par  $50\Omega$  (Fig. 11).



**Figure 11** : Schéma de réflexion de la ligne **terminée par  $50\Omega$**

Pour calculer les amplitudes des pulses, vous avez fait implicitement l'hypothèse que la vitesse de propagation des ondes  $v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}}$  était indépendante de la fréquence.

En réalité, l'inductance dépend de la fréquence à cause de l'effet de peau et en conséquence, la vitesse  $v$  dépend de la fréquence

**Question 17 :** Quelle conséquence cet effet peut-il avoir sur la forme des impulsions ?

*Pour vous aider : penser qu'une impulsion périodique se décompose en une infinité de fréquences (décomposition en série de Fourier).*

-----

-----

## IV- Propagation en régime harmonique

### IV-1. Cas de l'onde progressive

Le cas le plus simple d'onde progressive périodique est une onde dite "mono-harmonique" de fréquence  $f$  unique. Un observateur placé à une abscisse  $x$  voit uniquement une onde incidente, il n'y a pas d'onde réfléchi. La tension complexe s'écrit alors :

$$\underline{V}(x, t) = V' e^{j\beta x} e^{-\alpha x} e^{j\omega t} \quad (8)$$

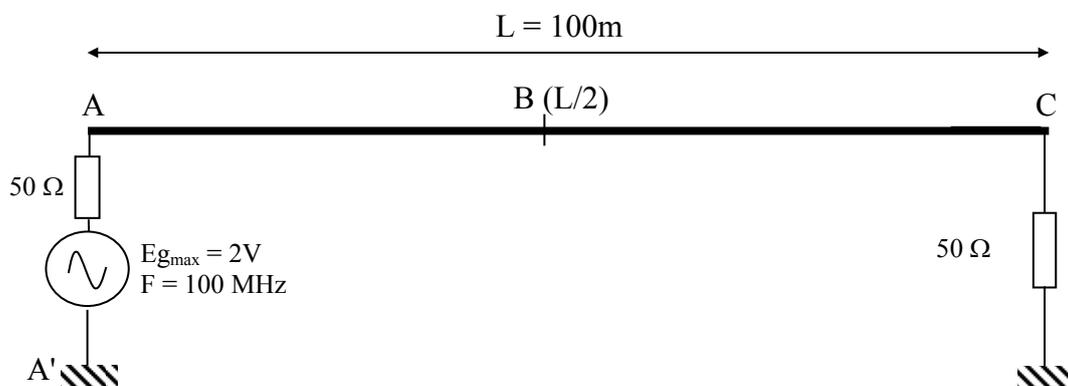
avec :  $\alpha$  le coefficient d'atténuation de la ligne ( $m^{-1}$ ),  $\beta$  la constante de phase ( $radm^{-1}$ ) et  $\omega$  : la pulsation ( $rads^{-1}$ )

NB : l'origine  $x = 0$  est prise au niveau de la charge. On considèrera  $V_p = 2 \cdot 10^8$

La tension réelle mesurable correspond à la partie réelle de  $\underline{V}(x, t) = V' e^{j\beta x} e^{-\alpha x} e^{j\omega t}$  soit :

$$|V'| e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \phi) \text{ où } V' = |V'| e^{j\phi} \quad (9)$$

**Question 18 :** On considère la ligne coaxiale de la figure 12. Calculer  $\lambda$ . Donner l'allure de la tension relevée aux points A, B et C si  $\alpha = 0$ . Conclusion ?



**Figure 12 :** Exemple de ligne en régime d'onde progressive

## IV-2. Cas de l'onde stationnaire – Notion de ROS

La création d'une onde stationnaire est liée à la propagation de deux ondes de même pulsation mais se propageant en sens inverse. Ce type d'ondes est différent d'une onde progressive. Elle se caractérise par le fait que l'amplitude de l'onde dépend maintenant de la variable d'espace  $x$ . On définit ainsi :

- les nœuds d'onde : points où l'amplitude est minimale ( $v_{\min}$ )
- les ventres d'onde : points où l'amplitude sera maximale ( $v_{\max}$ )

On définit le rapport d'onde stationnaire (ROS) comme étant :

$$\text{ROS} = \frac{v_{\max}}{v_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_1|}{1 - |\Gamma_1|} \quad (10)$$

Remarque :

- Dans la cas d'une ligne adaptée,  $\text{ROS} = 1$
- Dans la cas d'une ligne désadaptée,  $\text{ROS} \gg 1$

En pratique, une onde stationnaire est générée en désadaptant la ligne de transmission. On étudie ici le cas où la charge  $Z_1 \rightarrow \infty$ , c'est-à-dire une ligne ouverte. On fait l'hypothèse d'une ligne sans perte.

**Question 19 :**

- Calculer la valeur du rapport d'ondes stationnaires (ROS).
- Si la charge est infinie, le courant  $I(x=0, t) = 0$ , déduire alors des équations de la tension et du courant la relation simple entre  $V'$  et  $V''$ .

$$\underline{V}(x, t) = V' e^{j\beta x} e^{j\omega t} + V'' e^{-j\beta x} e^{j\omega t} \quad (11)$$
$$\underline{I}(x, t) = \frac{1}{Z_c} \left( V' e^{j\beta x} e^{j\omega t} - V'' e^{-j\beta x} e^{j\omega t} \right)$$

- Donner alors l'expression de la tension  $\underline{V}(x, t)$  à une abscisse  $x$  et à un instant  $t$ .

-----  
-----

**Question 20 :** La tension  $V'$  est complexe, elle peut s'écrire par exemple :  $|V'|e^{j\phi}$ , en déduire alors que la tension  $v(x, t)$  mesurée (partie réelle de  $\underline{V}(x, t)$ ) à une abscisse  $x$  et à un instant  $t$  se met sous la forme :

$$v(x, t) = 2|V'| \cos(\beta x) \cos(\omega t + \phi) \quad (12)$$

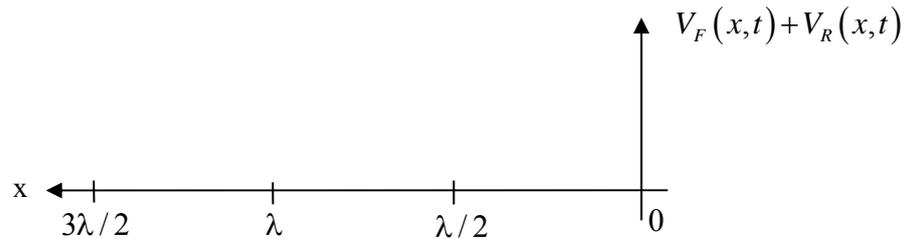
**On vérifie bien que l'amplitude de la tension dépend de la position sur la ligne.**

-----  
-----

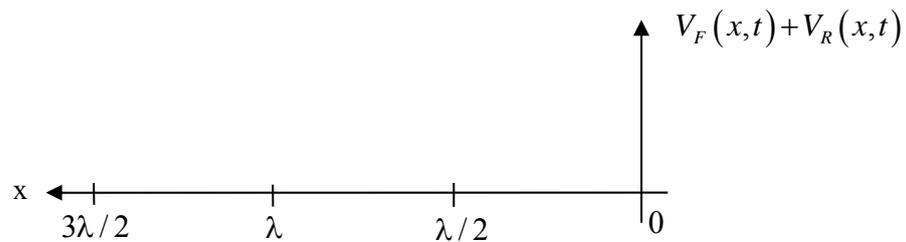
**Question 21:** A partir de l'expression d'une onde incidente  $V_{\text{Forward}}$  et d'une onde réfléchie  $V_{\text{Reflected}}$  exprimée ci-dessous, quelle sera la forme de l'onde stationnaire le long du câble coaxial dans le cas (i) d'une charge  $50\Omega$ , (ii) d'un court-circuit, et (iii) d'un circuit ouvert ?

$$\begin{cases} V_F(x,t) = \cos(-\beta \cdot x + \omega \cdot t) \\ V_R(x,t) = \Gamma \cdot V_F(0,0) \cos(\beta \cdot x + \omega \cdot t) \end{cases}$$

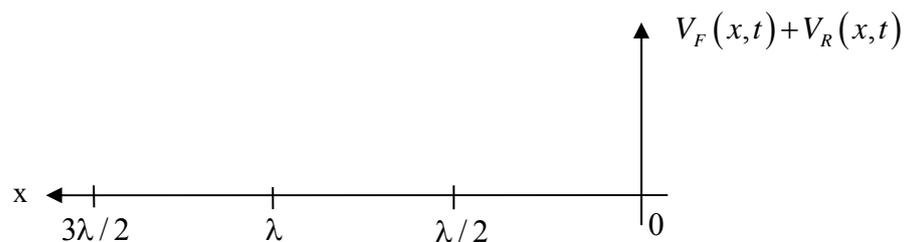
Tracer  $V_F(x,t) + V_R(x,t)$  de la tension en fonction de  $x$  pour trois temps différents dans le cas d'une charge  $50\Omega$



Tracer  $V_F(x,t) + V_R(x,t)$  de la tension en fonction de  $x$  pour trois temps différents dans le cas d'un court-circuit



Tracer  $V_F(x,t) + V_R(x,t)$  de la tension en fonction de  $x$  pour trois temps différents dans le cas d'un circuit ouvert



**A RETENIR :** Il faut donc retenir que la propagation dans un câble coaxial est régie par les phénomènes physiques relatifs à la propagation d'ondes : somme d'une onde incidente et onde rétrograde. La superposition de ces deux ondes forment une onde qui dépend du temps  $t$  mais également de l'abscisse  $x$ . Ces effets sont visibles dès que la longueur d'onde est inférieure à la longueur du câble. On mesure les effets de cette onde par l'intermédiaire de la tension  $V(x,t)$  et/ou du courant  $I(x,t)$ . Trois grands paramètres sont généralement caractérisés sur un câble coaxial :

- Atténuation (en  $m^{-1}$  ou en dB/100m) :
  - en régime continu : uniquement dépendante des éléments résistifs du montage (résistance du câble et partie résistive de la charge)

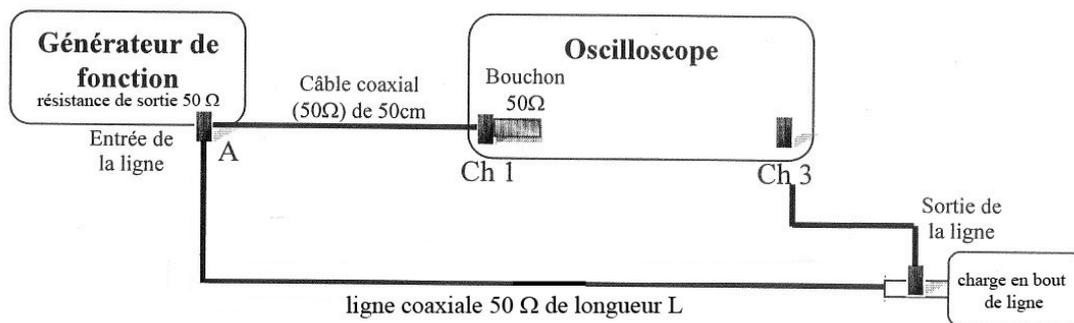
- en régime harmonique : dépendant principalement de l'effet de peau
- Coefficient de réflexion qui impose le rapport entre l'amplitude de la tension réfléchie et la tension incidente (indépendant de l'abscisse) et dont la phase dépend de l'abscisse.
- Rapport d'ondes stationnaires (ROS) : caractérise en régime harmonique le taux de désadaptation d'un câble coaxial fermé sur une charge d'impédance  $Z_{load}$ .

## V- Exercice d'application (extrait d'un partiel de S3)

On considère un câble coaxial dont les constantes linéiques sont respectivement égales à :  
 $\ell = 325 \text{ nH.m}^{-1}$  et  $C = 57,75 \text{ pF.m}^{-1}$ .

Q1- Calculer l'impédance caractéristique  $Z_C$  du câble ainsi que la vitesse de propagation  $V_\phi$  des ondes.

On considère le montage de la figure 1, similaire à celui du TP sur le câble coaxial.



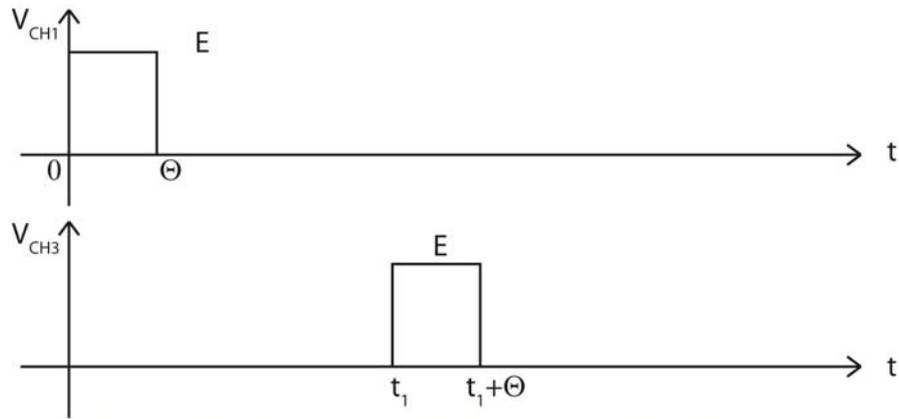
**Figure 1**

Q2- Calculer l'impédance vue par la ligne à son entrée (impédance équivalente au générateur + oscilloscope). En déduire le coefficient de réflexion ( $\Gamma_g$ ) en entrée.

Q3- Dans un premier temps, on branche une charge adaptée en extrémité de ligne. On relève en sortie de ligne le chronogramme de la figure 2.

On mesure  $E = 1 \text{ V}$ ,  $\Theta = 90 \text{ ns}$  et  $t_1 = 326 \text{ ns}$ .

En déduire la longueur ( $L$ ) du câble.

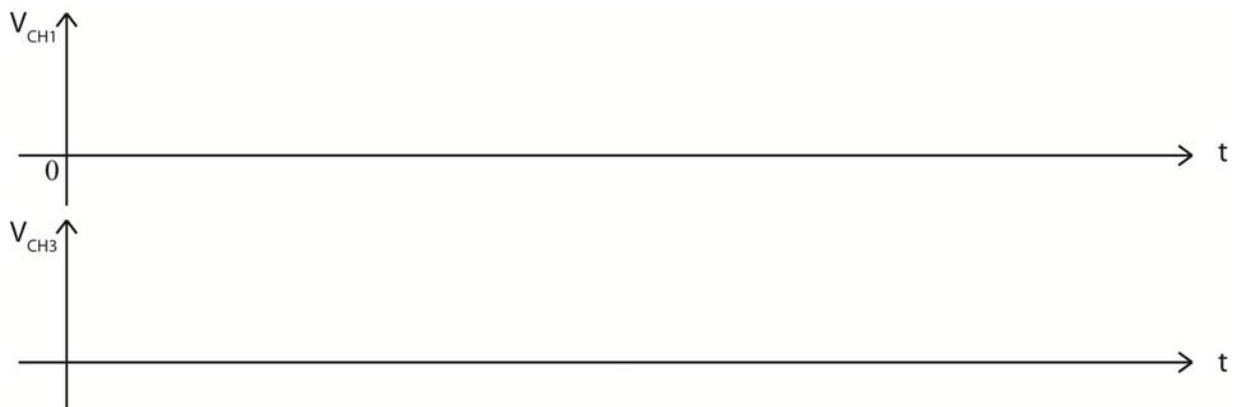


**Figure 2**

Q4- On branche maintenant une charge de  $50 \Omega$  en bout de ligne sans modifier les réglages du générateur :

Q4-a) Calculer le coefficient de réflexion ( $\Gamma_1$ ) en bout de ligne.

Q4-b) Faire un schéma, coté au niveau du temps et des amplitudes, des chronogrammes des tensions que l'on mesure à l'entrée et à la sortie de la ligne dans l'intervalle  $[0-1,5\mu s]$  sur la figure 3.



**Figure 3**

## Thème 9 :

### Transmission par fibre optique

#### *Caractérisations de composants actifs et passifs - Fonction de multiplexage optique - Mesure de la dispersion chromatique*

#### Objectifs :

- Savoir caractériser et manipuler une fibre optique ainsi que des composants actifs (source de lumière, photodétecteur) et passifs (atténuateur, coupleur, multiplexeur) dans des réseaux optiques pour des applications de télécommunication
- Analyser l'influence de la dispersion chromatique d'une fibre optique sur la qualité de la transmission de signaux numériques.

#### **I/ Introduction**

De nos jours, les techniques de transmission de l'information les plus répandues sont :

- le câble coaxial,
- les ondes hertziennes terrestres,
- la transmission par satellites,
- les fibres optiques.

Dans ces réseaux de communication, on peut distinguer la présence de systèmes guidés (câble, fibre) et non guidés (ondes hertziennes). Les besoins en capacité d'informations deviennent de plus en plus importants puisqu'on transmet de plus en plus de données (ex. images et sons par internet) et la croissance du trafic ne va faire qu'augmenter dans les prochaines années (vidéo à la demande, TV numérique, TV 3D...). Les progrès réalisés ayant permis de fortement diminuer l'atténuation dans les fibres optiques (1960 : 20dB/km → 1980 : 0,2 dB/km à 1,55µm), il a été possible de construire des réseaux de transmission à très longues distances (liaisons inter continentales > 1000km). Dans les années 90, la technique du multiplexage de longueurs d'onde (WDM pour "Wavelength Division Multiplexing") est introduite dans les réseaux et permet d'accroître considérablement les débits (> 100Gb/s sur une seule fibre). Dans les Laboratoires, on travaille actuellement sur des systèmes de transmission pouvant atteindre 1Tb/s ( $10^{12}$  bits/s) en combinant le multiplexage dans le temps (TDM pour "Time Division Multiplexing") et en longueur d'onde (WDM). Néanmoins, la transmission d'un tel rythme de données impose des contraintes de performance très exigeantes des différents composants électroniques et optiques (actifs et passifs).

De manière générale, un système de transmission par fibre optique comprend les éléments suivants :

- Une source optique appelée émetteur associée à un dispositif de modulation de cette source optique avec un signal électrique contenant l'information à véhiculer.
- Le support ou vecteur de transmission (fibre).
- Un photodétecteur qui transforme le signal optique en un signal électrique.
- Une électronique servant à amplifier et à traiter le signal permettant de restituer l'information utile.
- Des composants passifs : connecteurs, coupleurs, multiplexeurs/démultiplexeurs.
- Des amplificateurs optiques (dans le cas de transmission à longue distance).

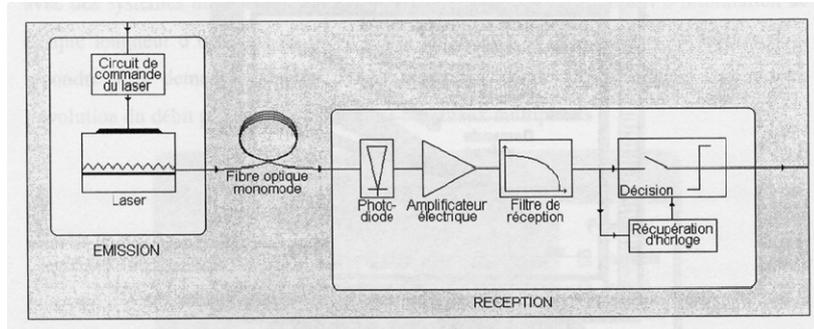
La figure 1 présente l'architecture générale d'un réseau optique intégrant un émetteur (source Laser<sup>1</sup> commandée et régulée en courant), une fibre optique monomode et un récepteur dont le premier élément est une photodiode puis du conditionnement du signal (amplificateur, filtre, PLL).

Les deux paramètres essentiels pour déterminer la qualité d'un système de télécommunication sont :

---

<sup>1</sup> LASER : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

- La bande passante, limitée en plusieurs points du lien de transmission par : le taux de modulation de la source, le modulateur lui-même, le canal de transmission, le photodétecteur et l'électronique du récepteur.
- La portée dépend de la puissance émise par la source, de l'atténuation de la fibre, des pertes de couplage (connecteurs, rupture de milieu, épissures), de la sensibilité du photodétecteur et du récepteur associé et du bruit généré par le récepteur.



**Figure 1 :** Architecture d'un réseau à fibre optique (d'après A. Dubois "Simulation de systèmes de télécommunication par fibre optique: de la conception des systèmes à la validation des composants", Thèse de Doctorat, Université de Limoges, 2001)

L'objectif de cette préparation est d'étudier certains composants intégrés dans ces réseaux et de savoir caractériser une liaison par fibre optique. Cette préparation s'appuie sur les notions de transmission par fibre optique vue au S3. Le TP permettra de manipuler et valider un certain nombre de grandeurs mesurées sur certains composants (sources, composants passifs, fibres) d'une maquette pédagogique développée par la société IDIL Fibres Optiques. Cette maquette permet de simuler un réseau à fibre optique.

Les réseaux par fibre optique nécessitent de convertir les impulsions électriques en impulsions optiques, transmises par le cœur de la fibre optique. Ces liaisons utilisent la modulation en intensité c'est-à-dire le carré du champ électrique ou la puissance optique. La fibre optique peut donc être considérée comme un élément optique linéaire pour la modulation en intensité.

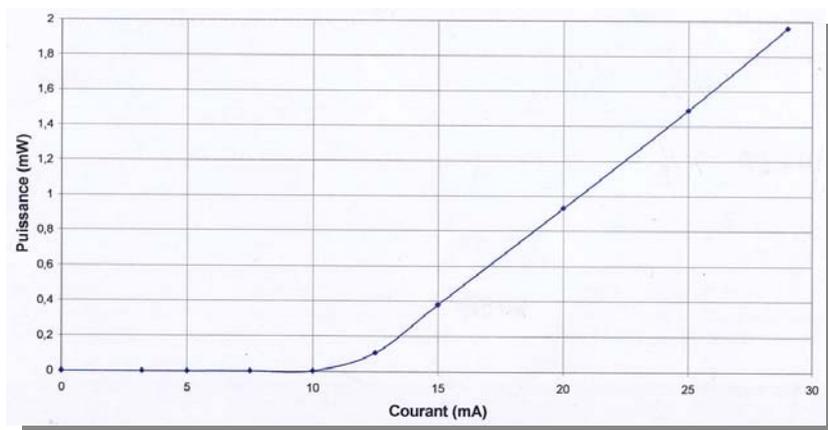
Dans les réseaux optiques, les sources utilisées sont exclusivement à base de semiconducteurs (n'intégrant pas l'élément silicium) qui possèdent des propriétés d'émission de lumière : les diodes électroluminescentes et les diodes Laser. De par leurs performances (puissance émise et qualité spectrale), les diodes Laser sont les émetteurs les plus couramment utilisés dans les réseaux de communication par fibre.

## II/ Extraction des paramètres électro-optiques d'une diode Laser

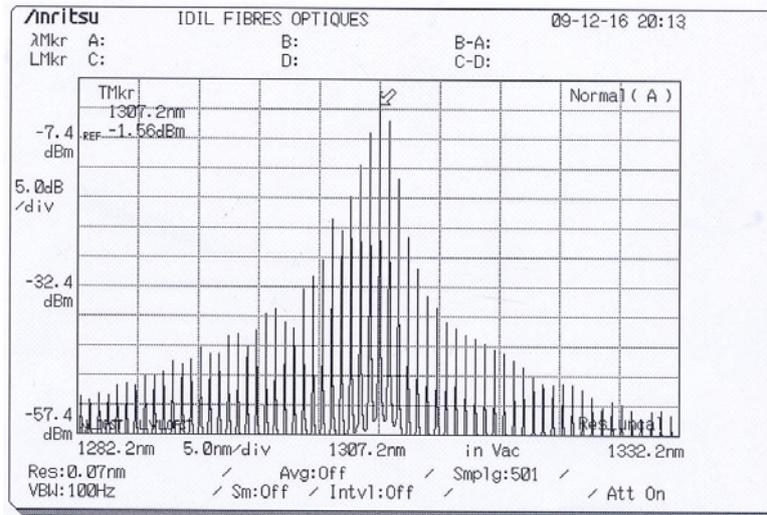
On considère la diode Laser multimodes à 1310 nm fournie par le fabricant IDIL Fibres optiques. La puissance  $P_{opt}(I)$  en fonction du courant  $I$  et le spectre d'émission sont respectivement donnés en figures 2 et 3.

**Question 1 :** Déterminer les grandeurs suivantes :

- le courant de seuil ( $I_{th}$  en mA) et l'efficacité (en mW/mA) de la diode Laser pour  $I > I_{th}$ .
- le span et la résolution spectrale utilisés pour la mesure.
- la longueur d'onde centrale (en nm) et la puissance (en W) de la raie centrale.



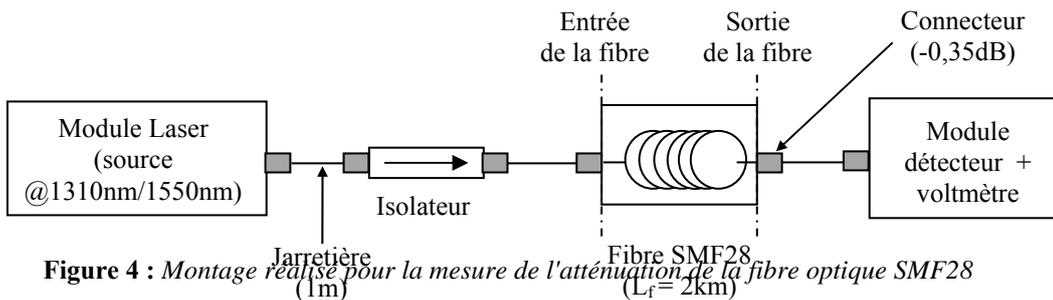
**Figure 2 :** Caractéristique  $P_{opt}(I)$  de la diode Laser multimodes à 1310nm en fonction du courant  $I$  d'alimentation



**Figure 3 :** Spectre d'émission de la diode Laser multimodes à 1310nm

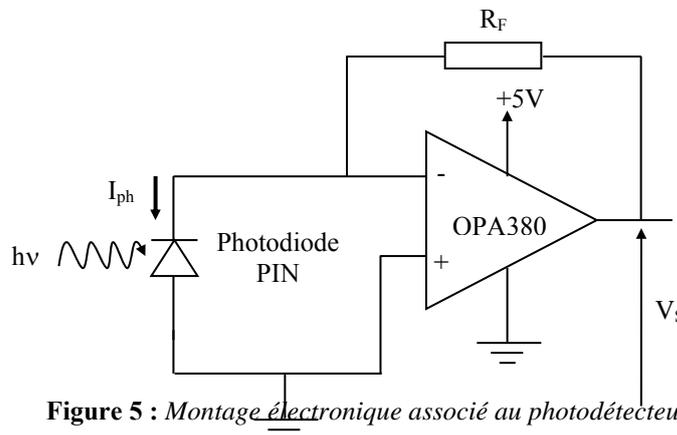
### III/ Mesure de l'atténuation d'une fibre optique

On souhaite mesurer l'atténuation d'une fibre optique monomode à 1310 nm et 1550 nm. Pour cela, on utilise le montage de la figure 4.



**Figure 4 :** Montage réalisé pour la mesure de l'atténuation de la fibre optique SMF28

- L'isolateur permet d'éviter que des réflexions parasites viennent perturber la source Laser (ex. accroche sur un mode adjacent).
- Le module détecteur est basé sur une photodiode convertissant la lumière en un photocourant ( $I_{ph}$ ) suivi d'un **amplificateur de type transimpédance** (Cf. figure 5). La sensibilité moyenne du détecteur est égale à  $200 \text{ mV}/\mu\text{W}_{opt}$  quelle que soit la longueur d'onde.
- Compte tenu du faible coefficient d'atténuation et de la faible longueur de la fibre, **les pertes dans la connectique ne doivent pas être négligées.**



**Figure 5 :** Montage électronique associé au photodétecteur

**Remarque :** Pensez à tenir compte, dans vos calculs, que la tension  $V_S$  mesurée **correspond** à une puissance optique illuminant le photodétecteur.

**Question 2 :** Déterminer la relation entre  $V_S$  et  $I_{ph}$ . Quelle est la tension aux bornes de la photodiode ? Justifier la raison pour laquelle il est impératif de ne pas polariser en direct la photodiode. Elle peut, par contre, être polarisée en inverse, quel en serait l'avantage et quel en serait l'inconvénient.

**Question 3 :** Tracer la courbe  $V_S = f(I_{ph})$  en faisant varier  $I_{ph}$  entre  $1\mu A$  et  $100\mu A$ . On prendra  $R_F = 100k\Omega$ . Quelle est la tension  $V_{Smax}$  maximale ? Elle est obtenue pour un courant de saturation  $I_{phsat}$ , quelle est la valeur de ce courant ? Quelle est la puissance optique  $P_{optsat}$  correspondante reçue par le photodétecteur ? La sensibilité de la photodiode PIN est égale à  $0,7A/W_{opt}$ .

**Question 4 :** Les mesures suivantes ont été réalisées en amont et en aval de la fibre SMF28 avec le voltmètre mesurant  $V_S$ .

Mesure à 1310 nm :	Mesure à 1550 nm :
$V_{\text{entrée fibre}} = V_{S1} = 0,82\text{ V}$	$V_{\text{entrée fibre}} = V_{S1} = 0,82\text{ V}$
$V_{\text{sortie fibre}} = V_{S2} = 0,62\text{ V}$	$V_{\text{sortie fibre}} = V_{S2} = 0,64\text{ V}$

En tenant compte des pertes dans les connecteurs, en déduire l'atténuation de la fibre aux deux longueurs d'onde. Comparer vos valeurs à celles de la spécification technique de la fibre SMF28.

## IV/ Dispersion chromatique

Si on envoie une impulsion de largeur  $\Delta t$  sur une fibre optique de longueur  $L$ , on récupère une impulsion élargie de la quantité  $\Delta t_{ch}$  comme le montre la figure 6. L'élargissement dépend :

- de la largeur spectrale  $\Delta\lambda$  de la source laser
- de la longueur  $L$  de la fibre
- de la dispersion chromatique  $D(\lambda)$  (Cf. figure 7), somme de la dispersion due au matériau (*material dispersion*) et de la dispersion due au fait qu'une partie du rayonnement se propage dans la gaine d'indice plus faible que le cœur (*waveguide dispersion*). La dispersion due au matériau est reliée à la variation de l'indice  $n(\lambda)$  (Cf. figure 8) en fonction de la longueur d'onde, c'est la dérivée seconde

$$\frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2} \text{ qui intervient.}$$

On démontre que  $\Delta t_{ch}$  est égale à :

$$\Delta t_{ch} = L \cdot D(\lambda) \cdot \Delta\lambda \quad (E-1)$$

Autour de la longueur de dispersion nulle, la dispersion chromatique  $D(\lambda)$  peut se mettre sous la forme approchée :

$$D(\lambda) \approx \frac{S_0}{4} \left( \lambda - \frac{\lambda_0^4}{\lambda^3} \right) \quad (E-2)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde pour laquelle  $D(\lambda) = 0$  (*Zero Dispersion Wavelength*) et  $S_0$  est la pente (*Zero Dispersion Slope*) en  $\lambda_0$ .

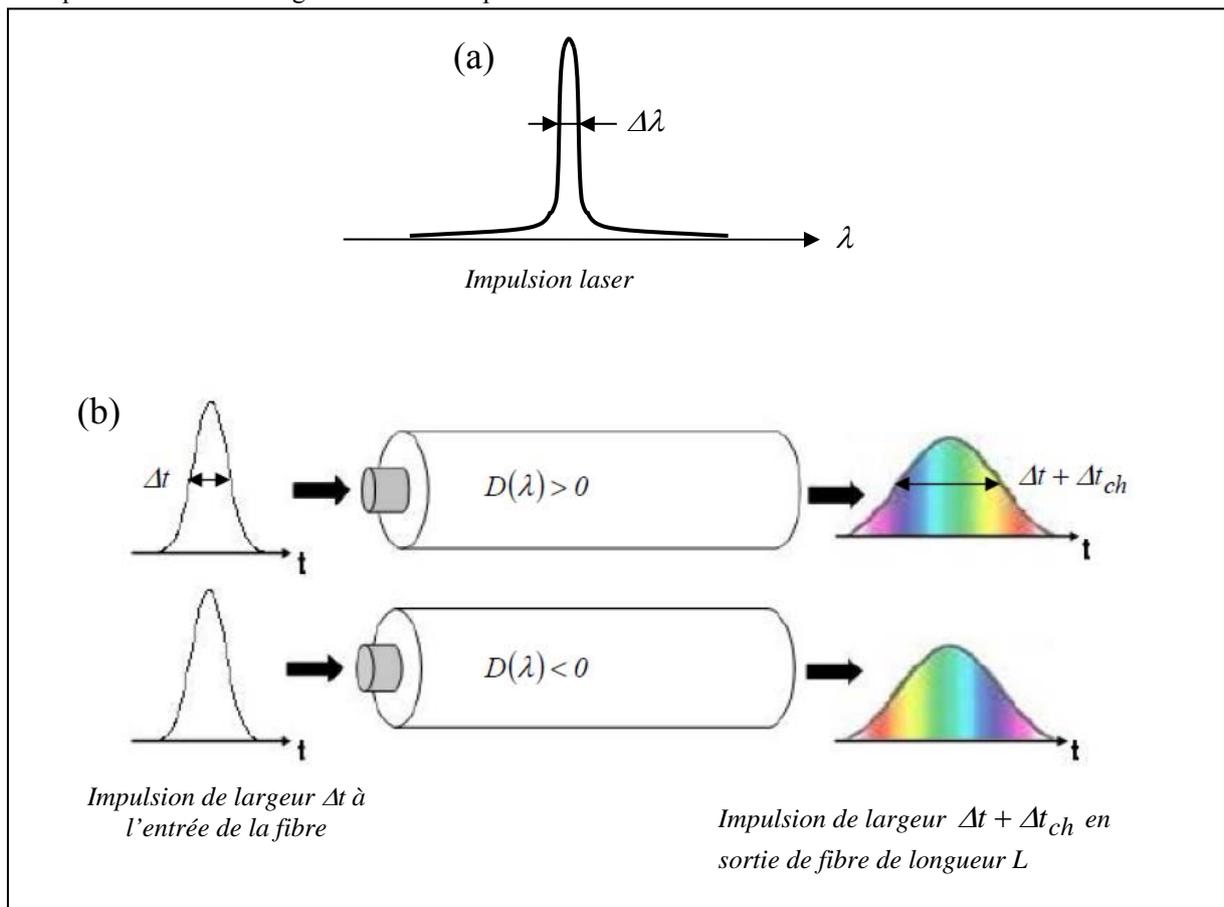
L'expression (E.2) est valable pour une plage de longueur d'onde donnée. Par exemple pour la fibre monomode SMF-28 de Corning, elle est valable pour  $1200 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1600 \text{ nm}$ .

**La dispersion chromatique  $D(\lambda)$  s'exprime en  $\text{ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}$ . La dispersion  $D(\lambda)$  correspond à l'élargissement de  $1 \text{ ps}$  d'une impulsion de largeur spectrale  $\Delta\lambda = 1 \text{ nm}$  dans une fibre de longueur  $L = 1 \text{ km}$ .**

Compte tenu du fait que la dispersion chromatique  $D(\lambda)$  d'une fibre  $\text{SiO}_2$  est relativement faible dans la gamme  $1310 - 1550 \text{ nm}$  ( $< 20 \text{ ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}$ ), la mesure de  $D(\lambda)$  est relativement difficile et nécessite soit :

- de travailler avec des fibres de longue distance
- d'élargir la largeur spectrale de la source
- de générer des impulsions extrêmement étroites

**Question 5 :** Une diode laser à  $1550 \text{ nm}$ , de largeur spectrale  $1 \text{ nm}$ , envoie des impulsions de largeur  $10 \text{ ns}$  dans une fibre monomode dont les valeurs de la « *Zero Dispersion Wavelength* » et de la « *Zero Dispersion Slope* » sont respectivement égales à  $1310 \text{ nm}$  et  $0,092 \text{ ps.nm}^{-2}.\text{km}^{-1}$ . Quelle doit être la longueur  $L$  de la fibre pour observer un élargissement de l'impulsion de  $1 \text{ ns}$  ?



**Figure 6 :** (a) largeur  $\Delta\lambda$  du laser, (b) impulsions en entrée et en sortie de fibre avec  $D(\lambda) > 0$  et  $D(\lambda) < 0$  (extrait thèse de thèse V. Tombelaine, 2007, Univ. Limoges)

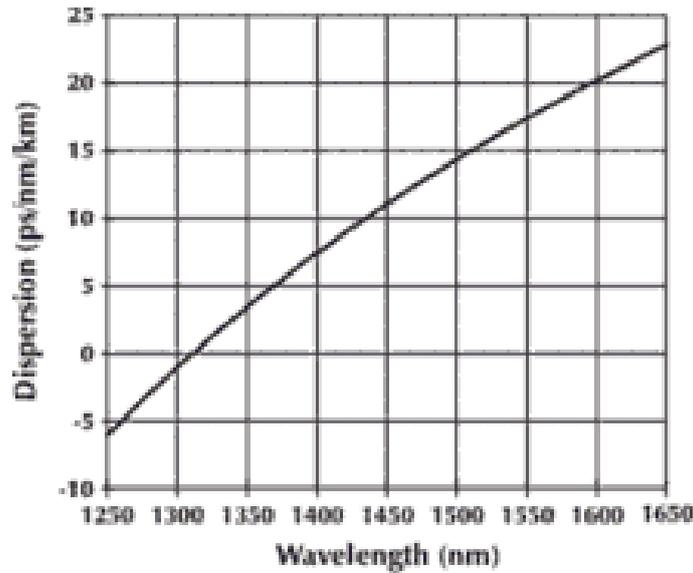


Figure 7 : Dispersion chromatique de la fibre monomode SMF-28 de Corning

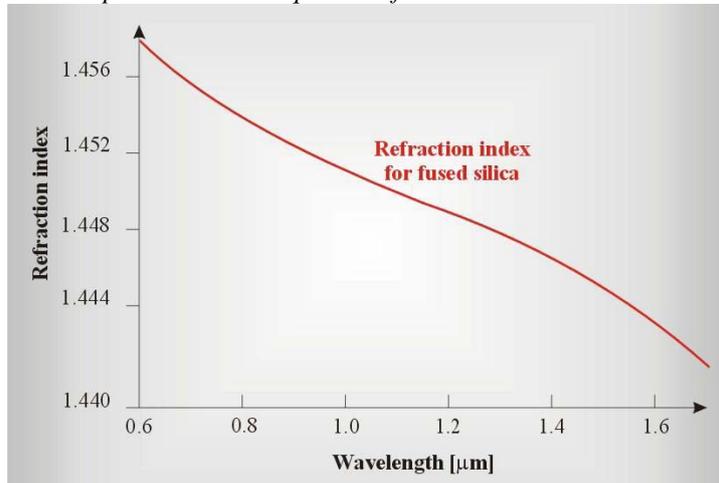
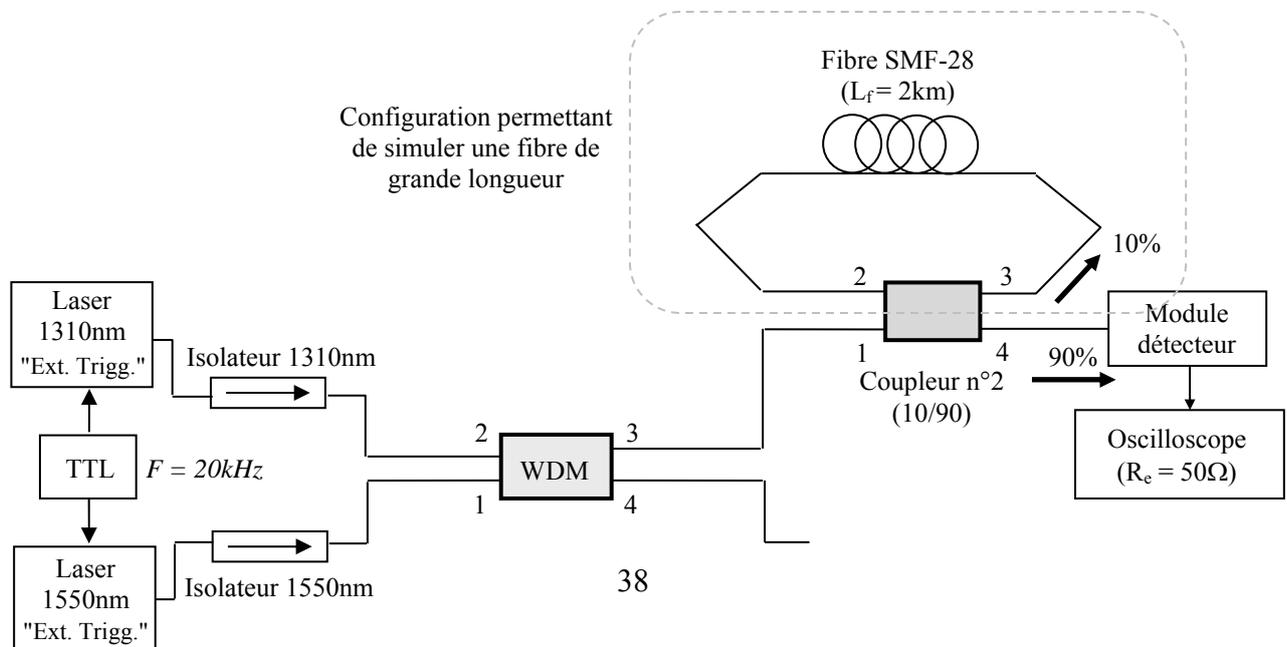


Figure 8 : Exemple de variation de l'indice  $n$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ , cas de la silice fondue

Dans le TP proposé, la solution pédagogique retenue consiste à simuler une grande largeur spectrale d'impulsion en envoyant deux pulses laser synchrones de longueur d'onde  $1310\text{ nm}$  et  $1550\text{ nm}$ . Ces impulsions sont multiplexées puis acheminées vers un coupleur 10/90. Une fibre de grande longueur est également simulée en utilisant la rétroaction de la sortie du coupleur vers l'entrée en passant par une fibre SMF-28 de longueur  $2\text{ km}$  (Cf. figure 9).



**Figure 9 :** Schéma pédagogique "utilisé" pour la mesure de la dispersion chromatique

Pour cette mesure, il est nécessaire au préalable de comprendre le fonctionnement de deux types de composants dit passifs : le **coupleur** et le **multiplexeur**. C'est l'objet du paragraphe suivant.

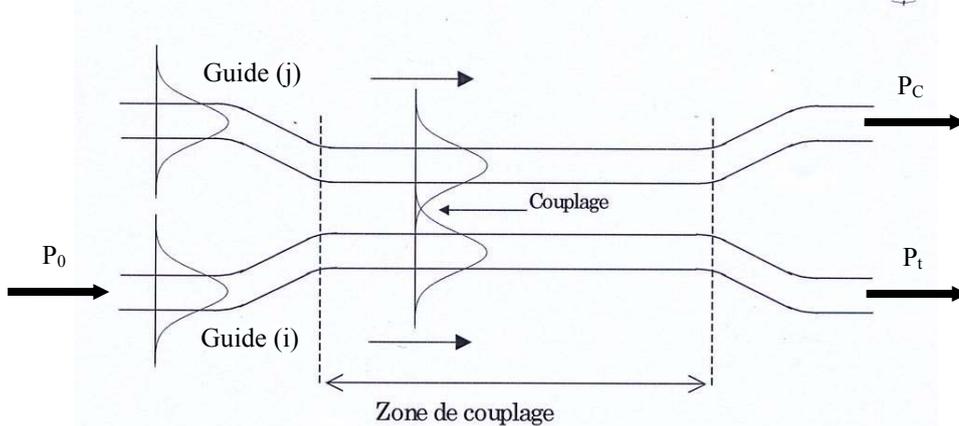
## V/ Etude de composants passifs : coupleur et multiplexeur

### V-1/ Le coupleur

Un coupleur a pour principale fonction de coupler deux ondes et son principe de fonctionnement est lié à la théorie des modes couplés. Cette théorie suppose que le champ optique dans le guide résulte de la superposition de deux modes seulement. Ces derniers peuvent appartenir au même guide. Le couplage est en général assuré par une perturbation volontairement introduite. Les deux modes peuvent appartenir à deux guides distincts mais suffisamment proches, qui vont se coupler par voisinage comme l'illustre la figure 10.

De manière générale, on peut adapter la longueur de la zone de couplage pour obtenir un coefficient de couplage  $K$  d'un guide (i) vers un autre guide (j) et un coefficient de transmission  $(1 - K)$  vers le même guide (i). On a alors, pour un coupleur **idéal sans perte** :

$$P_C = K.P_0 \text{ et } P_t = (1 - K)P_0 \quad \text{avec } P_C + P_t = P_0 \quad (E-3)$$

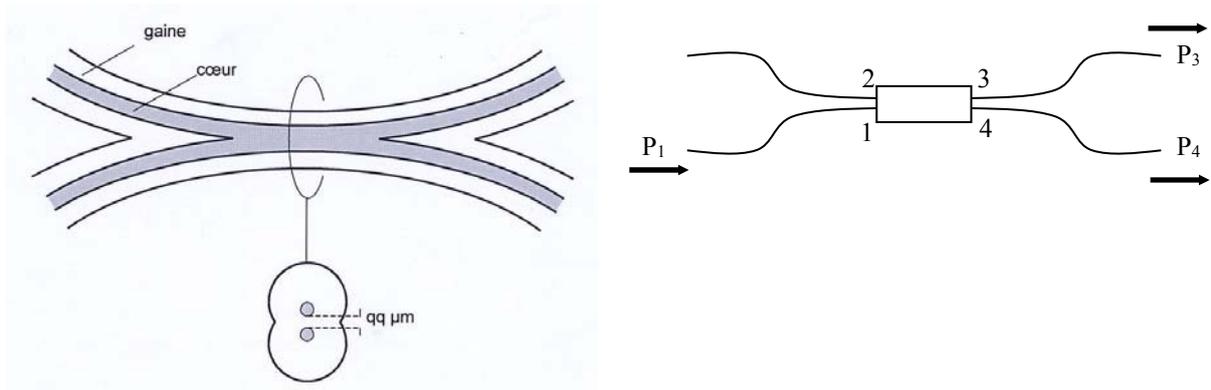


**Figure 10 :** Couplage de deux ondes optiques appartenant à deux guides différents (d'après C. Vassallo, *Optique Guidée, Cours de 1<sup>ère</sup> Année Optronique, ENSSAT, Université de Rennes 1, 1993*)

#### Remarques :

- Les coupleurs sont symétriques c'est-à-dire que l'on peut injecter un signal dans n'importe lequel des 4 bras du coupleur et obtenir le même effet dans les 2 bras opposés.
- Le coefficient de couplage  $K$  dépend de  $\lambda$ , on trouve cependant des coupleurs dont  $K$  est quasiment constant sur une plage de longueur d'onde.

Les coupleurs à fibre sont réalisés par la fusion/étirage contrôlé de deux fibres. Cette technique permet de fusionner les deux gaines et de rapprocher les deux cœurs de quelques microns pour le couplage des deux guides (figure 11).



**Figure 11 :** Schéma de principe d'un coupleur à fibre

En pratique, un coupleur présente des pertes, autrement dit  $P_C + P_t < P_0$ . Un coupleur (2 x 2) est modélisé non pas par un seul coefficient mais par deux coefficients,  $K$  et  $\gamma$  :

$$\frac{P_3}{P_1} = (1 - \gamma)K = \frac{P_3}{P_1} \quad (\text{E-4})$$

$$\frac{P_4}{P_1} = (1 - \gamma)(1 - K) \quad (\text{E-5})$$

A partir des relations (E-4) et (E-5), on montre que :

$$K = \frac{P_3}{P_3 + P_4} \text{ et } \gamma = 1 - \frac{P_3 + P_4}{P_1}$$

Le coefficient  $\gamma$  modélise les pertes,  $\gamma = 0$  en l'absence de perte, en effet dans ce cas  $P_3 + P_4 = P_1$ . Dans les datasheet, les pertes sont données en  $dB$  :

$$\alpha_{dB} = 10 \log(1 - \gamma) = 10 \log\left[\frac{P_3 + P_4}{P_1}\right] \quad (\text{E-6})$$

**Question 6 :** Dans le tableau ci-dessous sont reportées les mesures effectuées sur un coupleur (2 x 2) 1550nm de type 10202A-XX de la société THORLABS.

Entrée/ Sortie	1 (Niveau d'entrée = 3,05V)*	3 (Niveau d'entrée = 3,05V)*
1		1,45V
2		1,30V
3	1,43V	
4	1,33V	

\* Les niveaux d'entrée correspondent à une puissance optique illuminant le photodétecteur et donc à une certaine tension  $V_s$

Calculer :

- Le coefficient de couplage (Coupling ratio)  $K$
- Les pertes (Excess losses)  $\alpha_{dB}$

Comparer vos valeurs à celles de l'annexe et en déduire la référence du coupleur mesuré.

**Définitions :**

**Excess Loss :**

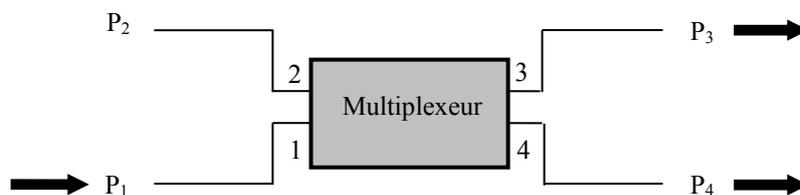
Excess loss is the ratio of the optical power launched at the input port of the coupler to the total optical power measured from all output ports, expressed in dB.

**Insertion Loss :**

Insertion loss is the ratio of the optical power launched at the input port of the coupler to the optical power from any single output port, expressed in dB. The insertion loss includes the coupler splitting loss and excess loss and is the most useful parameter for system design. The maximum and minimum insertion loss is the upper and lower limit, respectively, of the insertion loss of the coupler and applies over the entire wavelength range specified in the bandpass. The typical insertion loss is the expected value of the insertion loss measured at the specified center wavelength. Multimode couplers are measured with an equilibrium mode fill.

**V-2/ Le multiplexeur**

Un multiplexeur est un élément passif indispensable pour assurer l'augmentation des débits transportés par une fibre optique (technique du multiplexage par longueur d'onde ou WDM). Son rôle essentiel est de pouvoir mélanger des signaux optiques afin de faire passer plusieurs porteuses (N), émettant chacune à  $\lambda_i$ , dans une même fibre. Si chaque porteuse ( $\lambda_i$ ) est modulée par un signal de bande passante  $\Delta f$ , la bande passante occupée par le signal de sortie est alors égale à  $N.\Delta f$ . Un multiplexeur agit comme un coupleur dont les caractéristiques de couplage (décrivant la répartition de la puissance sur chaque brin de sortie) sont bien spécifiques en fonction de la longueur d'onde (Cf. figure 12).



**Figure 12 : Schéma de fonctionnement d'un multiplexeur**

On peut alors déterminer, par la mesure des puissances  $P_1$ ,  $P_3$  et  $P_4$ , les paramètres du multiplexeur pour une longueur d'onde donnée de manière identique au coupleur (Cf équations E-4).

Puisque le coefficient de couplage  $K$  d'un coupleur dépend de la longueur d'onde, on peut réaliser un multiplexeur dont le coefficient de couplage  $K = 0$  pour une longueur d'onde  $\lambda_1$  et  $K = 1$  pour une longueur d'onde  $\lambda_2$ . **On réalise ainsi une fonction de multiplexage optique en longueur d'onde.**

<i>Entrée</i>		
<i>Voie 1</i>	<p>Coefficient de couplage à <math>\lambda_1</math></p> $K(\lambda_1) = \frac{P_3(\lambda_1)}{P_3(\lambda_1) + P_4(\lambda_1)}$	<p>Coefficient de couplage à <math>\lambda_2</math></p> $K(\lambda_2) = \frac{P_3(\lambda_2)}{P_3(\lambda_2) + P_4(\lambda_2)}$
<i>Voie 2</i>	Coefficient de couplage à $\lambda_1$	Coefficient de couplage à $\lambda_2$

	$K(\lambda_1) = \frac{P_4(\lambda_1)}{P_3(\lambda_1) + P_4(\lambda_1)}$	$K(\lambda_2) = \frac{P_4(\lambda_2)}{P_3(\lambda_2) + P_4(\lambda_2)}$
--	---	---

Ainsi si l'on injecte les longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  dans la voie 1, les deux longueurs d'onde se retrouvent séparées dans les voies 3 et 4 (Cf. figure 13).

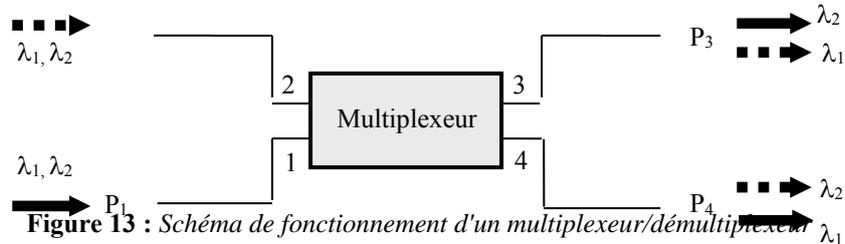


Figure 13 : Schéma de fonctionnement d'un multiplexeur/démultiplexeur

On considère que la fonction multiplexage aux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  est assurée, quelle que soit la voie d'entrée, si :

$$\begin{cases} K(\lambda_1) = 0\% \\ K(\lambda_2) = 100\% \end{cases}$$

**Question 7 :** Le tableau ci-dessous indique les mesures effectuées sur le multiplexeur WDM12P pour des applications WDM de la société OZ Optics.

Entrée/ Sortie	1310nm		1550nm	
	1 (Puissance d'entrée = 2,76V)	2 (Puissance d'entrée = 2,76V)	1 (Puissance d'entrée = 3,03V)	2 (Puissance d'entrée = 3,03V)
3	6,64mV	2,65V	2,44V	31,93mV
4	2,20V	8,22mV	28,77mV	2,78V

Calculer pour les deux longueurs d'onde :

- Le coefficient de couplage  $K$
- Les pertes  $\alpha_{dB}$

**Question 8 :** Les impulsions laser à  $1310\text{ nm}$  et  $1550\text{ nm}$  ont chacun une largeur d'environ  $15\text{ ns}$ , elles sont synchrones avec le signal TTL de fréquence  $20\text{ kHz}$ . La figure 16 représente la tension mesurée sur la sortie 4 du coupleur n°2 (10/90) et la figure 17 est un zoom du pic A. Expliquez qualitativement les formes des signaux de la figure 16 et 17.

Les deux impulsions, de longueur d'onde respective  $\lambda_0 = 1310\text{ nm}$  et  $\lambda_1 = 1550\text{ nm}$ , se propagent avec des vitesses différentes. Par ailleurs, au cours de la propagation, chaque pulse est élargi de  $\Delta t_{ch}$  et cet élargissement est quasiment négligeable, de l'ordre de la centaine de  $ps$  à  $1550\text{ nm}$  après  $10\text{ km}$ , il est donc non mesurable avec l'instrumentation disponible au Département GEii.

Pour accéder à la dispersion  $D(\lambda)$ , relations (E-1, E-2), on fait l'approximation suivante : on dit que l'impulsion, somme des deux longueurs d'onde  $\lambda_0 = 1310 \text{ nm}$  et  $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}$ , est équivalente à une source de largeur spectrale de  $1550 - 1310 = 240 \text{ nm}$  et une longueur d'onde moyenne de  $\frac{1550 + 1310}{2} = 1430 \text{ nm}$ .

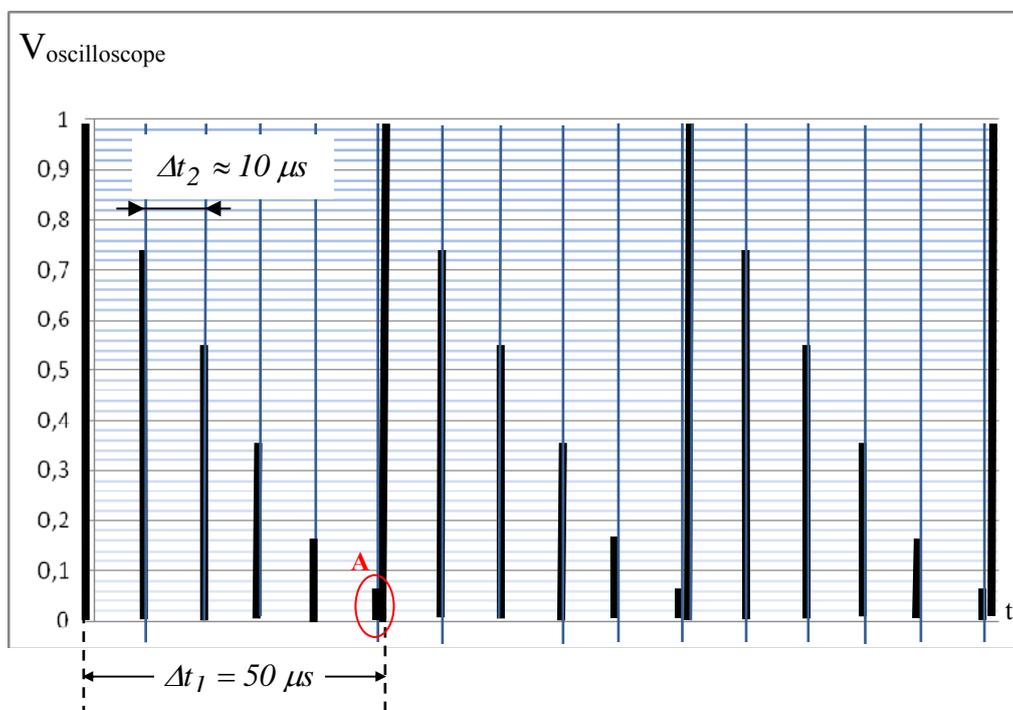


Figure 16 : Signal mesuré sur la sortie 4 du coupleur n°2 (10/90)

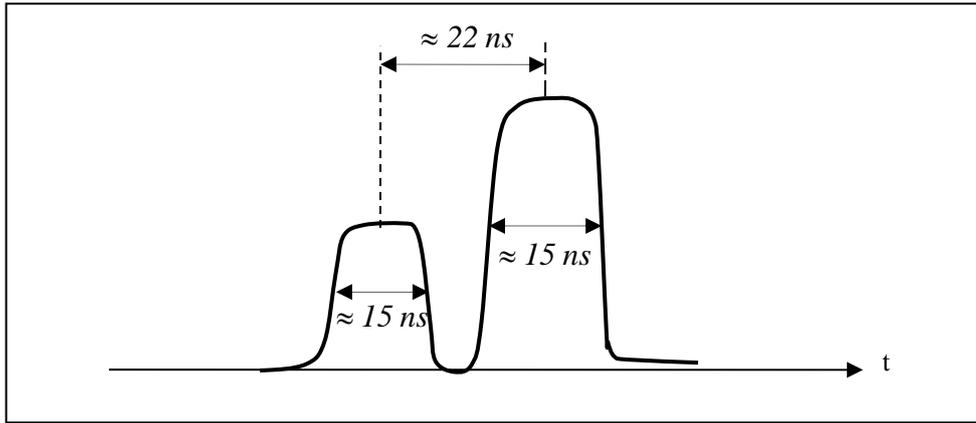


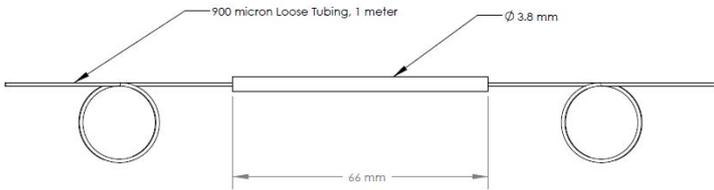
Figure 17 : Zoom du pic A de la figure 22

**Question 9 :** A partir de l'écart en temps des deux pics de la figure 17 et de la relation (E-1), calculer la valeur de  $D(\lambda = 1430nm)$ , en déduire la valeur de  $S_0$  (Zero Dispersion Slope) et comparer la valeur calculée avec celle donnée dans la notice technique de la fibre monomode SMF-28.

## ANNEXES

Performance Specifications			
Parameter	10202A-50	10202A-90	10202A-99
Operating Wavelength	1310 ± 40nm & 1550 ± 40nm		
Coupling Ratio	50:50	90 / 10	99:1
Insertion Loss, dB	3.8 / 3.8	12.7 / 0.8	21.6 / 0.4
Excess Loss, dB, Typ.	0.2		
Uniformity, dB (50:50)	1.2	-	-
Thermal Stability, dB (pk-pk)	<0.3		
Polarization Stability, dB	<0.15		
Port Configuration	2 x 2		
Directivity, dB	>60		
Return Loss, (Reflectance), dB	<-55		
Operating Temperature, °C	-40 ~ +85		
Storage Temperature, °C	-40 ~ +85		
Package Style	See Drawing		

REVISIONS			
REV.	DESCRIPTION	DATE	APPROVED
A	Initial Release		
B	Added 90:10 Coupler	5/3/06	JJT

TOLERANCES			
UNLESS OTHERWISE SPECIFIED:			
DIMENSIONS ARE IN INCHES			
LINEAR TOLERANCES			
TWO PLACE DECIMAL: ±0.010			
THREE PLACE DECIMAL: ±0.005			
ANGULAR: ±30			
SURFACE FINISH: 32 MICRONS INCHES			
PARALLELISM: 0.002			
FLATNESS: 0.002			
STRAIGHTNESS: 0.002			
CONCENTRICITY: 0.002			
PERPENDICULARITY: 0.002			
THREAD: CLASS 2 FF			

NAME	DATE
DRAWN: JJT	5/3/2006
ENG APPR: JJT	5/2/2006
MFG APPR: N/A	N/A

THORLABS INC. PO BOX 366 NEWTON NJ	
TITLE: Dual Window Wideband Coupler	
MATERIAL: Various	SIZE: B1
SCALE: 1:2	SHEET 1 OF 1
DWG. NO: 1370-E0W	PART NO: 10202A-50(-90)(-99)

Copyright © 2006 Thorlabs, Inc.

### Spécifications techniques de coupleur optique

**WAVELENGTH DIVISION MULTIPLEXERS**

- Features:**
- PM fiber versions
  - Visible wavelength (Red/Green/Blue) versions
  - High power handling
  - Low insertion losses
  - Wide return loss range
  - High power handling
  - Coarse and dense WDM versions
  - Low COST!

- Applications:**
- Fluorescence Microscopy
  - Confocal Microscopy
  - Fiber Lasers
  - Erbium Doped Fiber Amplifiers
  - Imaging Systems
  - Drop/Add Filters for Telecommunications
  - 890nm Pumping

**Product Description:**  
Wavelength division multiplexers (WDMs) are used to combine light of different wavelengths into a single fiber. The light from each fiber is first collimated. The collimated beams are then combined using a dichroic filter, with spatially longer wavelength transmitted from port T, the shorter wavelength reflected from port R. The combined beams are then focused into the output fiber at Port 1.

OZ Optics manufactures wave division multiplexers for both telecom and non-telecom applications. Of special interest are our WDMs for combining visible wavelengths. Our RGB multiplexers combine light at red, green and blue wavelengths into singlemode or polarization maintaining fiber. Systems combining as many as six different visible wavelengths have been produced. This makes them ideal for applications such as confocal microscopy, white light imaging, full colour holography and others.

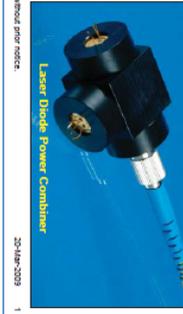
One advantage of OZ Optics WDMs is that different fiber types can be used on the input and output ends of the device. This is especially useful in fiber amplifier applications, when the Erbium doped fibers have a different core diameter and numerical aperture. WDMs with 1dB typical insertion losses have been made this way. OZ Optics also offers source to fiber wavelength division multiplexers, where the sources are mounted directly onto the device. This improves the overall system efficiency, and reduces costs.

Our miniature size WDMs are ideal for telecommunication applications such as drop/add filters for either coarse WDM (CWDM) or dense WDM applications. They are also used for combining 980 to 1080nm pump light with 1550nm signals in erbium doped fiber amplifiers (EDFAs).

Laser diode power combiners come in a small, rugged package and are available either with female receptacles to accept different connectors or pigtail style, with the fiber directly attached. Pigtail style combiners are recommended for optimum stability, minimum insertion losses, and low backreflection. Receptacle style systems are best suited for applications where the output coupler is used with a multimode fiber, if a receptacle style combiner is used with a singlemode fiber, then the user may experience low coupling efficiency.

OZ Optics also manufactures polarization maintaining WDMs. The device typically maintains polarization to better than 20dB for 1300 and 1550nm applications. Higher extinction ratios are available on request.

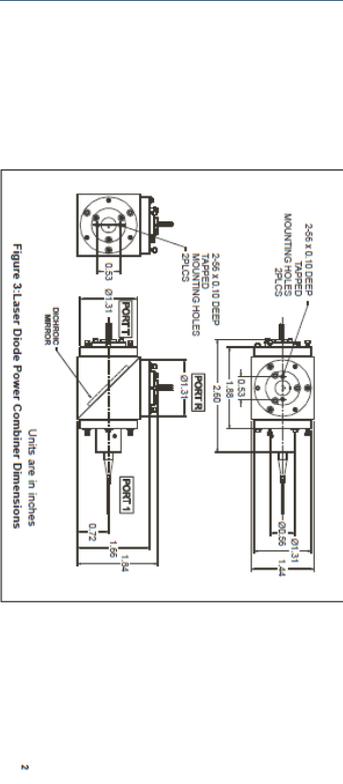
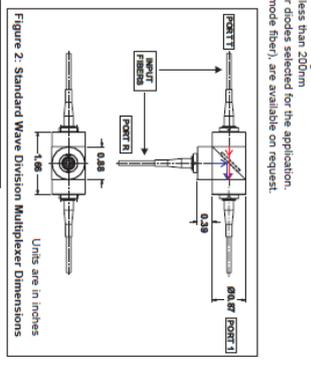
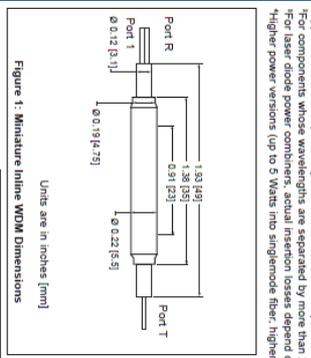
OZ Optics specializes in manufacturing custom designed WDMs. Contact OZ Optics for further information.



**Standard Product Specifications:**

Parameter	Units	Condition	Value
WDM Type		WDM-4P WDM-13P Standard Pigtail Style 400-1650	CWDM-12N DWDM-12N Miniature inline Style 400-1650 <sup>a</sup>
Description			WDM-41P Laser Diode Combiner <sup>a</sup> 400-1650
Available Wavelengths	nm	400-1650	
Return Losses	dB	400-1200 nm 1200-1650 nm	40 40, 50, or 60
Insertion Losses (Typical) <sup>1</sup>	dB	400-1200 nm 1200-1650 nm	1.0 0.8
Insertion Losses (Maximum) <sup>2</sup>	dB	400-1200 nm 1200-1650 nm	1.2 1.0
Insertion Losses (00dB Return Loss Option)	dB	1200-1650 nm	0.7 max
Polarization Extinction Ratio	dB	400-600 nm 600-1150 nm 1200-1550 nm	18 15 20, 25, or 30
Power Handling	mW	SM or PM Fiber, 1550nm	200 <sup>a</sup>
Operating Temperature	°C		-20 to +60

<sup>1</sup> Applies to WDM-12N parts only. For CWDM and DWDM parts, available wavelengths range from 180 to 1650nm.  
<sup>2</sup> For components whose wavelengths are separated by more than 20nm and less than 200nm.  
<sup>a</sup> For laser diode power combiners, actual insertion losses depend on the laser diodes selected for the application. Higher power versions (up to 5 Watts into singlemode fiber, higher into multimode fiber), are available on request.



# Corning® SMF-28™ Optical Fiber

## Product Information



### Corning® Single-Mode Optical Fiber

Patented April 2002  
 Improved December 2002  
 Superseded December 2001  
 ISO 9001 Registered

#### The Standard For Performance

Corning® SMF-28™ single-mode optical fiber has set the standard for value and performance for relayway, cable television, submarine, and utility network applications. Widely used in the transmission of voice, data, and/or video signals, SMF-28 fiber is the most demanding specification in the industry. SMF-28 fiber meets or exceeds ITU-T Recommendation G.652, ITA/EIA-492/CCAA, IEC Publication 60795-2, and GR-32-CORE requirements.

Taking advantage of today's high-capacity, low-core transmission components developed for the 1310 nm window, SMF-28 fiber features low dispersion and is optimized for use in the 1310 nm wavelength region. SMF-28 fiber also can be used effectively with TDM and WDM systems operating in the 1550 nm wavelength region.

#### Features And Benefits

- Versatility in 1310 nm and 1550 nm applications
- Enhanced optical properties that optimize transmission performance
- Outstanding geometrical properties for low splice loss and high splice yield
- OVD manufacturing reliability and produce consistency
- Optimized for use in loose tube, ribbon, and other common cable designs

#### The Sales Leader

Corning SMF-28 fiber is the world's best selling fiber. In 2001, SMF-28 fiber was deployed in over 45 countries around the world. All types of fiber work providers count on this fiber to support their work expansion into the 21st Century.

### Optical Fiber

#### Protection And Versatility

SMF-28 fiber is protected for long-term performance and reliability by the CPC® coating system. Corning's enhanced, dual acrylate CPC coatings provide excellent fiber protection and are easy to work with. CPC coatings are designed to be mechanically stripped and have an outside diameter of 245 μm. They are optimized for use in many single- and multi-fiber cable designs including loose tube, ribbon, stacked core, and tight buffer cables.

#### Patented Quality Process

SMF-28 fiber is manufactured using the Outside Vapor Deposition (OVD) process, which produces a totally synthetic ultra-pure fiber. As a result, Corning SMF-28 fiber has consistent geometric properties, high strength, and low attenuation. Corning SMF-28 fiber can be coated on to deliver excellent performance and high reliability, reel after reel. Measurement methods comply with ITU recommendations G.650, IEC 60793-1, and Bellcore GR-32-CORE.

#### Optical Specifications

##### Attenuation

Wavelength (nm)	Premium	Standard
1310	<0.20	<0.35
1550	<0.20	<0.22

\*Minimum attenuation values available upon request

##### Point Discriminability

No point discriminability greater than 0.10 dB at either 1310 nm or 1550 nm.

##### Attenuation at the Wavelength Peak

The attenuation at 1385 ± 3 nm shall not exceed 2.1 dB/km.

##### Attenuation vs. Wavelength

Range (nm)	Red λ	Max. α Difference (dB/km)
1285 - 1330	1310	0.05
1535 - 1575	1550	0.05

The attenuation in a given wavelength range does not exceed the attenuation of the reference wavelength (λ) by more than the value in **Table 1E**.

#### Attenuation with Bending

Model Number	Number of Turns	Wavelength (nm)	Initial Attenuation (dB)
32	1	1550	<0.50
50	100	1310	<0.05
50	100	1550	<0.10
60	100	1550	<0.05

\*The initial attenuation due to fiber wrapped around a mandrel of a specified diameter.

#### Cable Core Diameter (D<sub>core</sub>)

λ<sub>cut</sub> ≤ 1,260 nm

#### Mode-Field Diameter

9.2 ± 0.4 μm at 1310 nm  
 10.4 ± 0.8 μm at 1550 nm

#### Dispersion

Zero Dispersion Wavelength (λ<sub>0</sub>): 1302 nm ≤ λ<sub>0</sub> ≤ 1322 nm  
 Zero Dispersion Slope (S<sub>0</sub>): ≤ 0.092 ps/(nm<sup>2</sup>·km)

$$Dispersion = D(\lambda) = \frac{S_0}{4} \left[ \lambda - \frac{\lambda_0^2}{\lambda} \right] \text{ ps/(nm} \cdot \text{km)}$$

for 1200 nm ≤ λ ≤ 1600 nm  
 λ = Operating Wavelength

#### Polarization Mode Dispersion (PMD)

PMD Link Value	Value (ps/√km)
Maximum Allowable Fiber	≤ 0.1

\*Complies with IEC 60794-32001, section 5.5, Method 1, September 2001.

The PMD link value is a term used to describe the PMD of concatenated lengths of fiber (also known as the link quadrature average). This value is used to determine a statistical upper limit for system PMD performance.

Individual PMD values may change when cabled. Corning's fiber specification supports network design requirements for a 0.5 ps/√km maximum PMD.

#### Environmental Specifications

Environmental Test Conditions	Initial Attenuation (dB/km)
Temperature Dependence	<0.05
Temperature: -40°C to 85°C*	<0.05
Temperature: 100°C to 125°C*	<0.05
Water Immersion: 2%*, 2°C*	<0.05
Water Immersion: 98% RH*	<0.05
Heat Aging: 85 ± 2°C*	<0.05

\*Reference temperature = 23°C

#### Operating Temperature Range

-60°C to +85°C

#### Dimensional Specifications

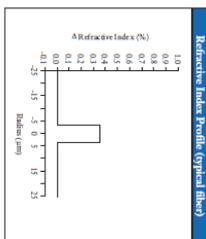
Length (km/reel): fiber lengths available up to 50.4\*  
 \*Larger optical lengths available as a premium.

#### Class Geometry

Fiber Core: 5-4.0 μm radius of curvature  
 Cladding Diameter: 125.0 ± 0.7 μm  
 Core-Clad Concentricity: ≤ 0.5 μm  
 Cladding Non-Circularity: ≤ 1.0%  
 Defined as [Min Cladding Diameter] x 100  
 Max Cladding Diameter

#### Coating Geometry

Coating Diameter: 245 ± 5 μm  
 Coating Cladding Concentricity: <1.2 μm



#### Mechanical Specifications

##### Proof Test

The entire fiber length is subjected to a tensile proof stress ≥ 100 kpsi (0.7 GN/m<sup>2</sup>).

\* Higher proof test levels available as a premium.

##### Performance Characterizations

Characterized parameters are typical values.

Core Diameter: 8.2 μm

Numerical Aperture: 0.14

NA is measured at the one percent power level of a one-dimensional far-field scan at 1310 nm.

Zero Dispersion Wavelength (λ<sub>0</sub>): 1315 nm

Refractive Index Difference: 0.36%

Effective Group Index of Refraction, (N<sub>eff</sub> @ Nominal MFD):

1.4677 at 1310 nm

1.4682 at 1550 nm

Fatigue Resistance Parameter (n<sub>0</sub>): 20

Coating Strip Force:

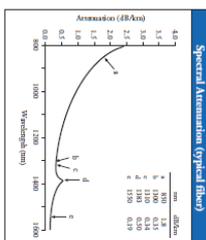
Dry: 0.6 lbs (3N)

Wet: 14-day room temperature 0.6 lbs (3N)

Relay/Breakout Coefficient (for 1 ns pulse width):

1310 nm: ~77 dB

1550 nm: ~82 dB



## Spécifications techniques d'une fibre optique monomode

## Thème 10 :

### Modulation/Démodulation AM et Détection synchrone

#### Objectifs :

- changement de fréquence à base de multiplieur
- Principe de modulation AM sur Porteuse
- démodulation par détecteur de crête
- Principe et fonctionnement d'une démodulation synchrone (détecteur synchrone)
- Propriétés statistiques d'un bruit électronique et applications

Pour faire une opération sur la fréquence d'un signal, il est nécessaire d'utiliser un circuit non-linéaire. Celui utilisé en TP est le circuit intégré (C.I.) multiplieur quatre quadrants d'Analog Device (AD534). La fonction de transfert du C.I. s'écrit :

$$S = kXY$$

avec  $k$  une constante en  $V^{-1}$

La constante  $k$  est ajustée par l'utilisateur. En pratique, le CI a une bande passante limitée, la relation  $S = kXY$  n'est donc valable que dans la bande passante, de l'ordre du MHz pour le CI AD534.

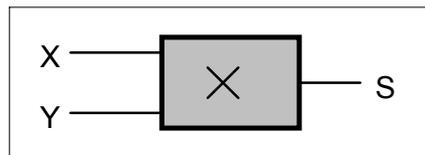


Figure 1 : Circuit multiplieur

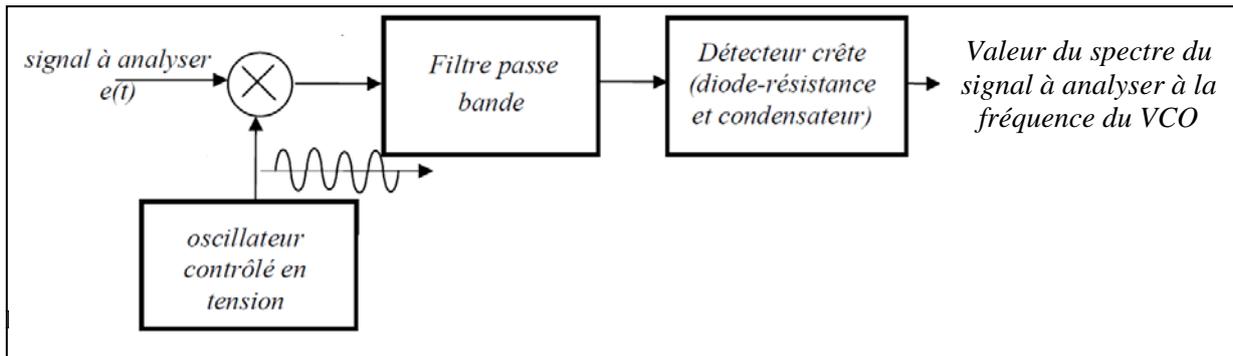
**Question préparatoire A :** Sur l'entrée X on applique un signal  $X = A \cos(\omega_0 t)$ , sur l'entrée Y on applique une tension constante B. Ecrire le signal S et tracer son spectre.

#### Changement de fréquence

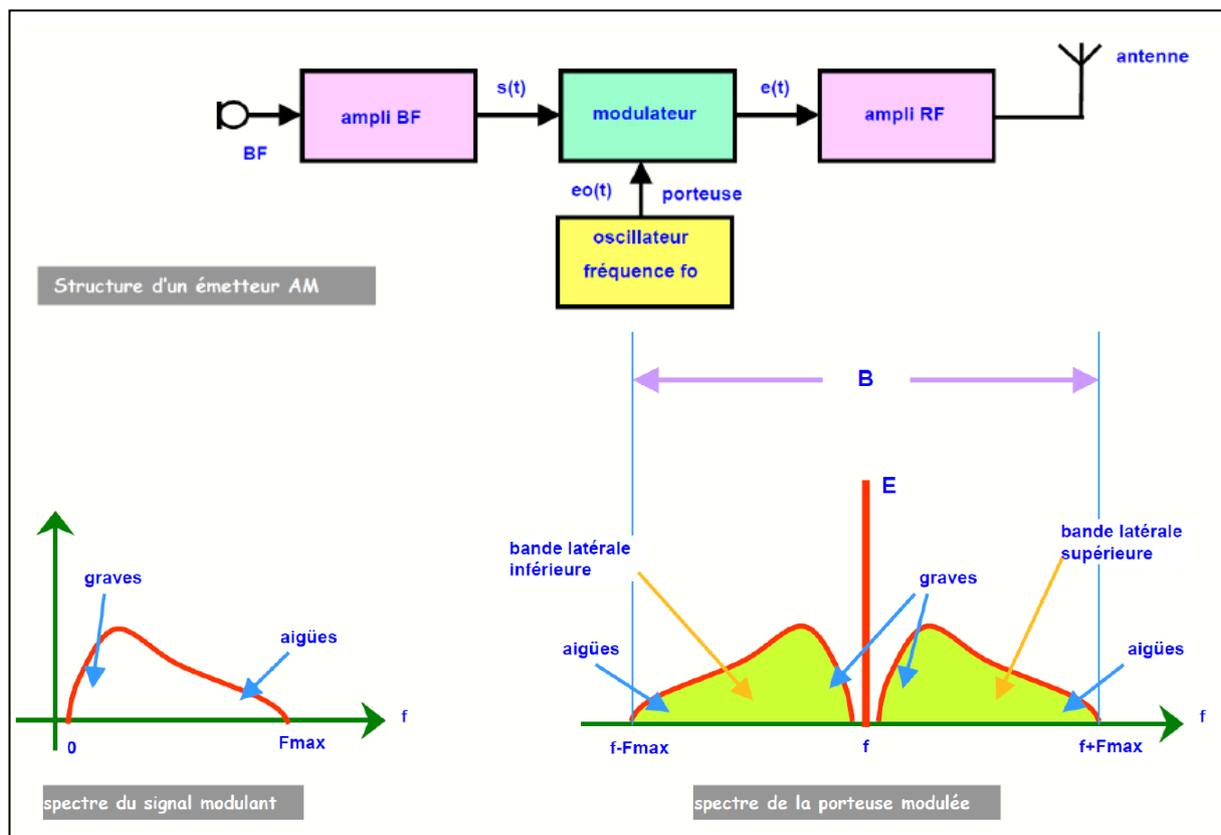
Le changement de fréquence est une fonction très utilisée en radiocommunication. Elle permet de déplacer un signal sur une fréquence plus haute (généralement en émission) ou plus basse (généralement en réception). On parle aussi de translation du spectre.

**Question préparatoire B :** Sur les entrées X et Y on applique maintenant le signal  $X = A \cos(\omega_1 t)$  et le signal  $Y = B \cos(\omega_2 t)$ . En utilisant les relations trigonométriques, écrire le signal S faisant apparaître les différentes fréquences résultantes et tracer le spectre de A, B et S (pour la représentation graphique, on prendra  $\omega_2 = 5 \cdot \omega_1$ ). Que deviendrait le spectre si le signal S passait à son tour dans un filtre passe bas à la fréquence de coupure  $\omega_2$  ?

Dans le cas de la question B, le signal A est transposé à une fréquence plus haute, on parle dans ce cas de **Up-conversion**. Un cas de **Down-conversion** a été étudié au semestre 3 dans la structure de l'analyseur de spectre :



### Modulation d'amplitude avec porteuse



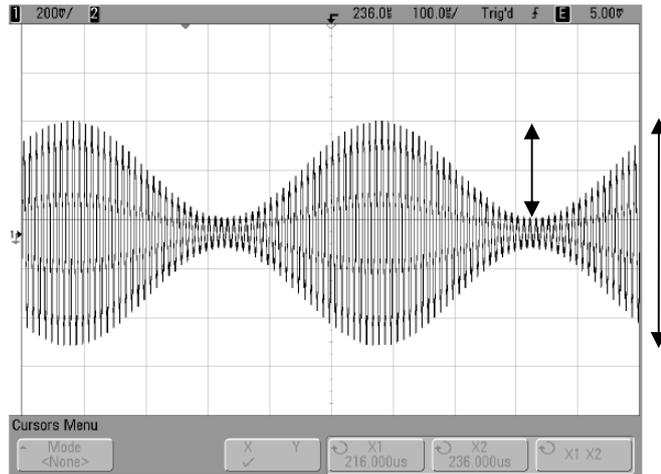
**Figure 3 :** Application de la modulation d'amplitude avec porteuse à l'émission d'un signal vocal (source :Philippe Ribière, collègue Stanislas)

La stratégie vu plus haut pourrait être utilisée pour transmettre un signal en bande de base (la voix, par exemple) à travers une antenne radiofréquence (on parle alors de modulation en bande latérale unique, BLU), mais la démodulation d'un signal BLU est difficile et entraîne un rendu de piètre qualité. La modulation amplitude avec porteuse, généralement appelée **AM** pour *amplitude modulation* en anglais est incontestablement celle qui se démodule le plus facilement. C'est elle qui a été utilisée dans les premières diffusions vocales de l'histoire de la radio, et elle est encore utilisée dans certaines communications sans fil quand le récepteur a de fortes contraintes de prix ou de taille (comme les étiquettes RFID, par exemple)

La modulation d'amplitude se fait aussi avec un multiplieur, à partir d'un signal appelé **modulant** à la fréquence  $\omega_m$  qui est le signal « utile » que l'on cherche à transmettre, et d'un signal appelé **porteuse** à la fréquence  $\omega_p$  qui correspond à la fréquence à laquelle fonctionneront les antennes d'émission et de réception (exemple de fréquence porteuse pour le canal 1 du WiFi: 2.412 GHz). Le spectre résultant se décompose en deux bandes

latérales centrées autour d'une raie à la fréquence porteuse. Le **taux de modulation** permet de décrire le rapport entre l'amplitude des bandes latérales et de la porteuse :

$$m = \frac{V_{\text{bande latérale inférieure}} + V_{\text{bande latérale supérieure}}}{V_{\text{porteuse}}}$$



**Figure 4** : Exemple de Signal modulé en amplitude utilisé pour le test de résolution du TP FFT,  $f_p=100\text{kHz}$ ,  $m=80\%$  et  $f_m=2\text{kHz}$

**Question 1** : On applique sur l'entrée X et Y les signaux :

$$\begin{cases} X = M + v_m(t) = M + V_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \\ Y = v_p(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t) \end{cases}$$

Ecrire le signal S et tracer son spectre. Pourquoi la tension continue  $M$  a-t-elle été introduite dans le multiplieur ?

**Question 2** : En partant de l'expression de  $m$  décrivant l'amplitude des bandes latérales et de la porteuse, retrouver les deux variables dont dépend le taux de modulation. Pour simplifier l'expression de S en tenant compte de  $m$ , on peut poser  $A = k \cdot M \cdot V_p$ . Tracer le spectre pour  $m=10\%$  et pour  $m=80\%$ .

**Question 3** : En partant de l'expression de la puissance de chaque raies et en considérant que l'impédance de sortie d'un émetteur est  $50\Omega$ , calculez le rendement (ratio entre la puissance des raies transportant l'information et la puissance totale) d'une modulation à 80%.

Le précédent calcul montre que peu d'énergie transporte l'information ! la modulation d'amplitude est simple à mettre en œuvre, mais elle n'est pas très efficace. Si l'énergie avait été mieux utilisée, l'information aurait pu être transportée sur une plus grande distance.

Il y a trois possibilité pour augmenter ce rendement :

- Augmenter le ratio modulant/porteuse, mais au-delà de 100%, la distortion va diminuer la qualité du signal
- Supprimer la porteuse, ce qui va (1) diminuer la robustesse de la transmission et (2) rendre la démodulation du signal plus difficile.
- Utiliser d'autres types de modulation plus efficace.

## Démodulation par détecteur de crête

La détection de crête, aussi **démodulation d'enveloppe** peut se faire de manière très économique une diode fonctionnant comme dans un redresseur mono-alternance. Un filtre RC à la constante de temps finement choisie permet de supprimer la porteuse et de reconstituer le signal original en bande de base. Toutefois, s'il est simple, ce montage ne permet pas de démoduler sans distorsion un signal dont le taux de modulation est supérieur à 100%

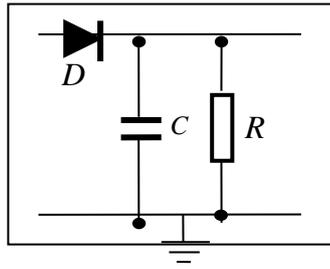


Figure 5 : Détecteur de crête constitué d'une diode, et d'un filtre passe-bas

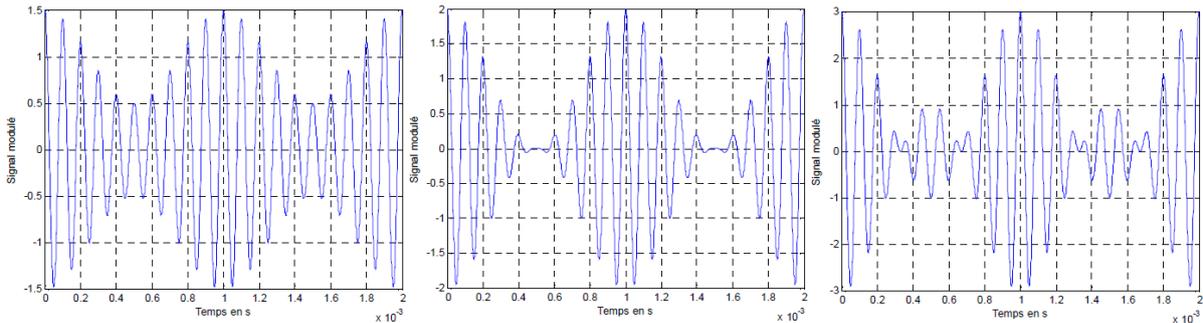


Figure 6 : Signaux modulés en amplitude. La porteuse et le modulant sont tous deux des cosinus de fréquence respective 10KHz et 1KHz (dans le troisième cas,  $m > 100\%$ )

Dans le domaine temporel, l'amplitude des raies du spectre, et donc le taux de modulation peuvent se retrouver comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{amplitude\_bandes\_latérales} = A \cdot m = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \\ \text{amplitude\_porteuse} = A = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} \\ m = \frac{A \cdot m}{A} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}} \end{array} \right.$$

**Question 4 :** Tracer sur la figure 6 le signal cosinus qui a servi à moduler la porteuse puis calculer le taux de modulation à partir des valeurs relevées graphiquement. En considérant une valeur RC optimale, tracer à présent le signal démodulé par le détecteur de crête. Superposer le signal modulant et le signal démodulé dans le cas où  $m > 100\%$  et expliquer les distorsions.

On peut montrer que la valeur idéale de RC se situe dans le haut de l'intervalle suivant :

$$\frac{1}{f_p} \ll RC < \frac{\sqrt{1-m^2}}{m \cdot \omega_m}$$

Quand  $m$  se rapproche de 100%, la démodulation devient donc difficile. Il existe alors un autre moyen de démoduler un signal AM avec un circuit comportant un multiplieur, qui permet alors d'obtenir moins de distorsions, et qui fonctionne même si  $m > 100\%$  : il s'agit de la démodulation synchrone.

## I/ Démodulation d'amplitude synchrone (Détection synchrone) en l'absence de bruit : application à la détermination du module et du gain d'un système linéaire

Un détecteur synchrone est principalement constitué d'un circuit multiplieur, d'un déphaseur pur et d'un filtre passe-bas. Un détecteur synchrone permet de récupérer un signal de fréquence connue noyé dans un bruit. La fonction détection synchrone est utilisée dans de très nombreux appareils : téléphone, télévision, IRM, ...

Dans un premier temps on s'intéresse au principe de fonctionnement de la détection synchrone en tant qu'outil pour mesurer le **module** et la **phase** d'un système linéaire. Soit donc un système linéaire attaqué par un signal  $e(t) = A \cos(\omega_0 t)$ . En sortie du système le signal s'écrit :  $s(t) = GA \cos(\omega_0 t - \varphi)$ . On cherche à déterminer le gain  $G$  et le déphasage  $\varphi$  à la fréquence  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ . En l'absence de bruit,  $G$  et  $\varphi$  peuvent être obtenus simplement en appliquant les signaux  $e(t)$  et  $s(t)$  aux deux voies Y1 et Y2 d'un oscilloscope, cependant si le signal  $s(t)$  devient du même ordre de grandeur que la sensibilité de l'oscilloscope la mesure devient difficile, la détection synchrone s'impose alors. Le principe d'un détecteur synchrone est montré à la figure 2. Le signal  $s(t)$  est amplifié par un amplificateur a.c. de gain  $G_{ac}$ , ce signal est multiplié par le signal de la voie référence, déphasé ou non de  $\pi/2$  par rapport au signal  $e(t)$ . Le signal  $u(t)$  en sortie du multiplieur est filtré puis amplifié par un amplificateur d.c. de gain  $G_{dc}$ .

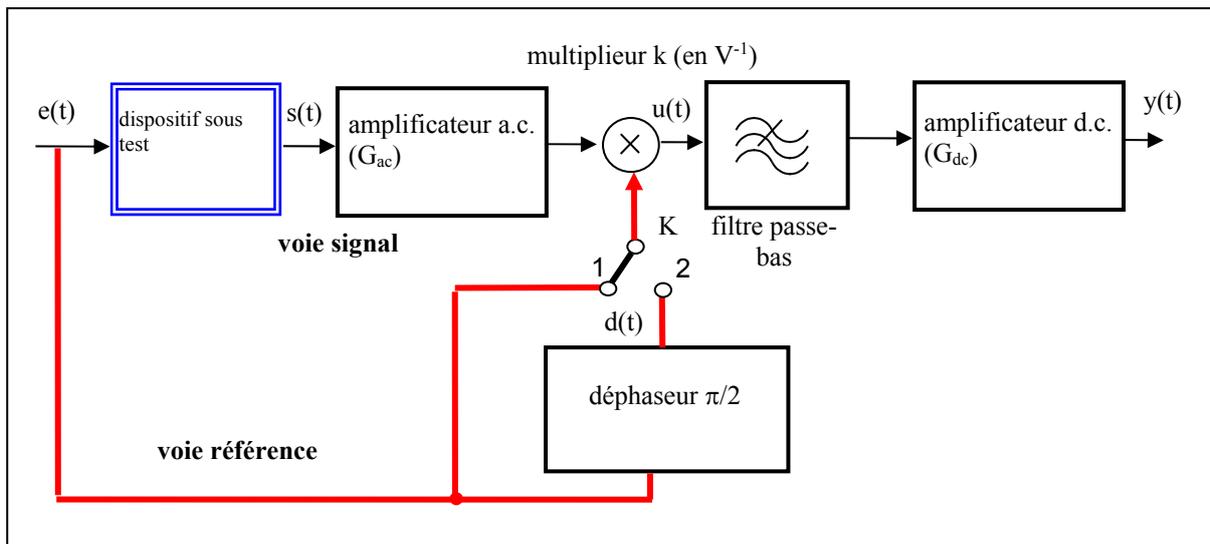


Figure 2 : Schéma d'un détecteur synchrone

**Question 5 :** Ecrire le signal  $u(t)$  quand l'interrupteur  $K$  est en position 1, dessiner son spectre. Le filtre passe-bas, supposé idéal, a une fréquence de coupure  $F_c$  inférieure à la fréquence  $f_0$ , en déduire l'écriture du signal  $y(t) = y_R$ .

**Question 6 :** Ecrire le signal  $d(t)$  en sortie du déphaseur pur quand l'interrupteur  $K$  est en position 2. Ecrire le signal  $u(t)$  et dessiner son spectre. Le filtre passe-bas, supposé idéal, a une fréquence de coupure  $F_c$  inférieure à la fréquence  $f_0$ , en déduire l'écriture du signal  $y(t) = y_I$ .

**Question 7 :** Montrer que le gain  $G$  et la phase  $\varphi$  vérifient les équations :

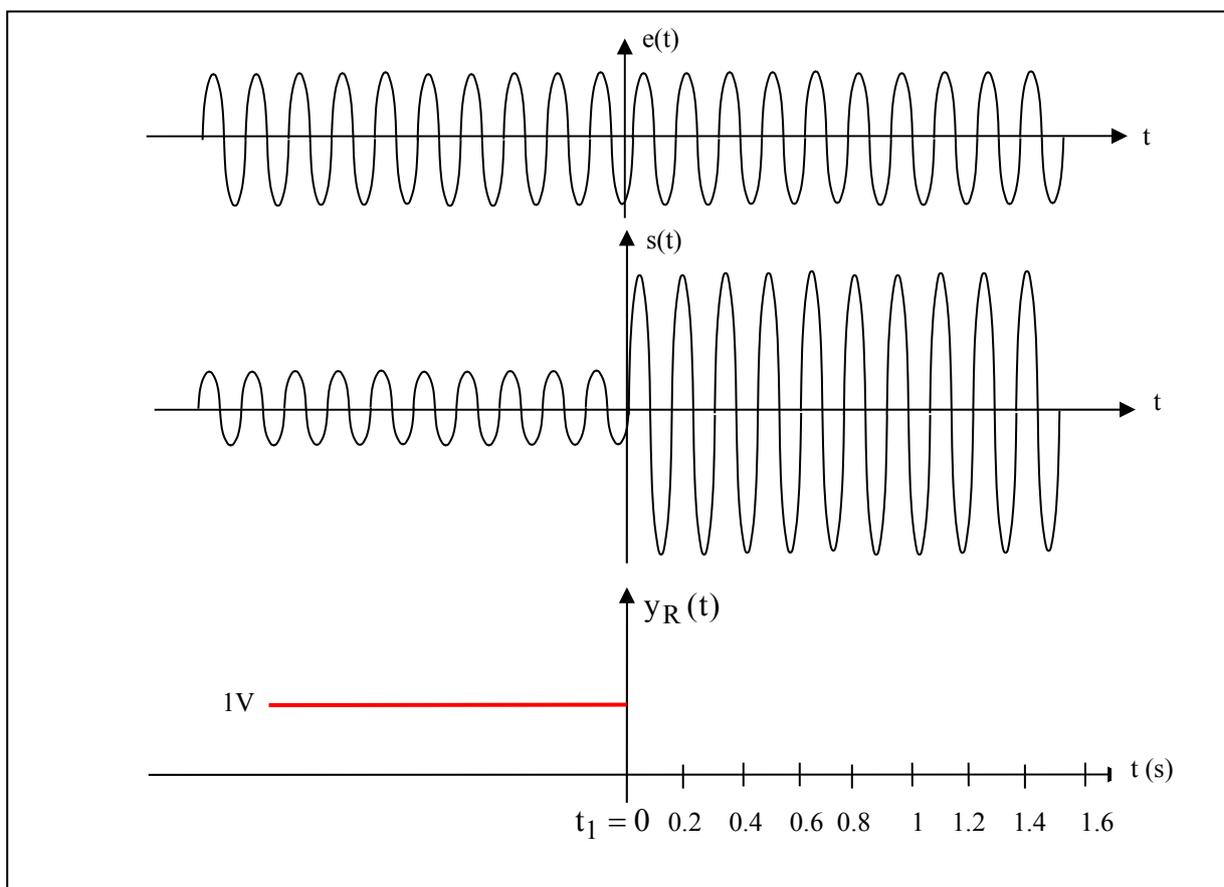
$$G = \frac{2}{A^2 k G_{ac} G_{dc}} \sqrt{y_R^2 + y_I^2} \quad \text{et} \quad \varphi = \arctg\left(\frac{y_I}{y_R}\right)$$

**Question 8 :** En pratique, les signaux  $y_R$  et  $y_I$  sont la somme d'une composante continue et d'un résidu de filtrage à la fréquence  $2f_0$ . Seule la composante continue est intéressante, le résidu de filtrage sera d'autant plus faible que  $F_c$  sera faible. A priori choisir  $F_c$  très faible ne présente que des avantages, mais que devient dans ce cas le temps de réponse du détecteur synchrone ? Pour répondre à cette question vous pouvez supposé

que le filtre passe-bas est du premier ordre, vous devez vous souvenir de la relation entre temps de montée et fréquence de coupure  $F_c$  à -3dB d'un système du premier ordre.

**Question 9 :** A un instant  $t_1$  pris comme origine des temps, le gain  $G$  du système sous étude est triplé sous l'action d'une cause extérieure dont il n'est pas nécessaire de connaître l'origine. Avant  $t_1$ ,  $y_R = 1V$ , le filtre passe bas est du premier ordre et sa fréquence de coupure à -3dB est égale à  $F_c = 0,5\text{Hz}$ . Compléter le graphe de la figure 3 en donnant les valeurs de  $y_R(t)$  aux instants  $t_1 + 0,3s$ ,  $t_1 + 0,6s$ ,  $t_1 + 1,2s$ .

**NB :** Le signal de sortie d'un détecteur synchrone est un signal continu. Le moindre offset en sortie de l'amplificateur d.c. peut perturber la mesure. En pratique, il est donc important de s'assurer que la tension de sortie est nulle en l'absence de signal  $s(t)$ .

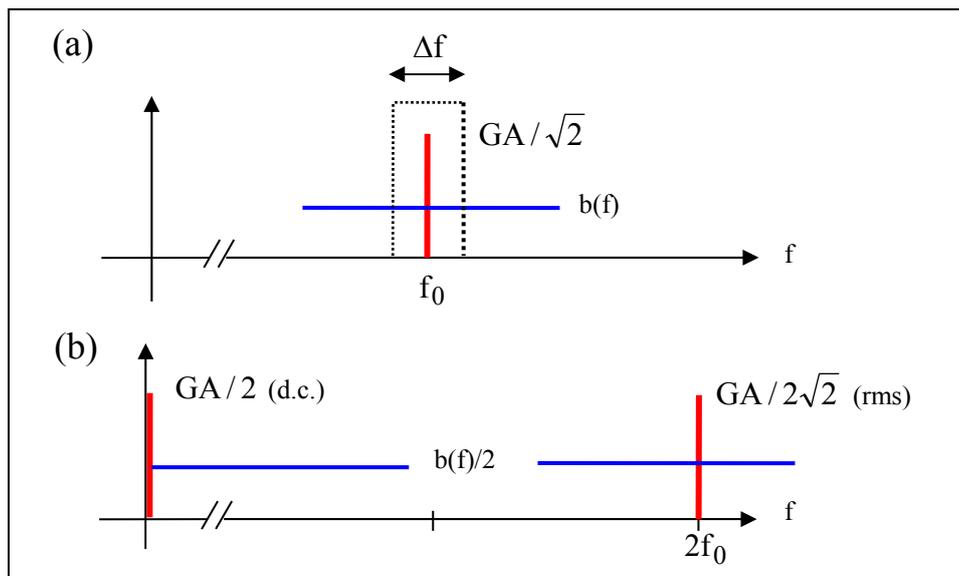


**Figure 3 :** A l'instant  $t_1 = 0$ , le gain  $G$  du système sous étude est modifié

## II/ Détection synchrone en présence de bruit

Nous montrons maintenant l'intérêt de la détection synchrone pour récupérer  $G$  et  $\varphi$  quand le signal  $s(t)$  est fortement bruité. Le signal  $s(t)$  bruité se met sous la forme :  $s(t) = GA \cos(\omega_0 t - \varphi) + b(t)$  où  $b(t)$  est un bruit de type Gaussien. La densité spectrale de bruit  $b(f)$  (en  $V^2 / \text{Hz}$ ) est supposée constante au voisinage de la fréquence  $f_0$  comme le montre la figure 4-a. On pourrait essayer de récupérer le signal  $GA \cos(\omega_0 t - \varphi)$  en utilisant un filtre passe-bande de largeur  $\Delta f$  centré en  $f_0$ . Le rapport Signal/bruit en dB serait dans ce cas  $20 \log_{10} \frac{GA/\sqrt{2}}{\sqrt{b(f)\Delta f}}$ , en effet  $\sqrt{b(f)\Delta f}$  est effectivement la valeur efficace de bruit dans la bande de fréquence  $\Delta f$ .

En pratique, il est difficile de réaliser une largeur de bande  $\Delta f$  très étroite car il faut disposer de composants à fort coefficient de qualité. Par ailleurs un détecteur synchrone doit pouvoir travailler sur une plage de fréquence et non pas à une fréquence unique, en conséquence il faudrait disposer d'un filtre passe-bande étroit à fréquence centrale variable. C'est très difficile à réaliser, c'est un problème identique à celui rencontré en analyse spectrale où on utilise le principe de l'hétérodyne. La détection synchrone, ramène par multiplication (voir la figure 4-b), l'information à la fréquence zéro, c'est-à-dire en continu, là où il est plus facile de filtrer le bruit par un filtre passe-bas.



**Figure 4 :** (a) récupération du signal par un filtre passe-bande, centré sur  $f_0$ , (b) récupération par détection synchrone en ramenant le signal à la fréquence zéro et filtrage passe-bas, on a supposé  $\varphi = 0$

**Question 10 :** Le rapport Signal/Bruit en sortie du détecteur synchrone  $20 \log_{10} \left( \frac{AG \cos \varphi}{\sqrt{b(f)F_c}} \right)$  pour la

composante en phase et  $20 \log_{10} \left( \frac{AG \sin \varphi}{\sqrt{b(f)F_c}} \right)$  pour la composante en quadrature de phase, ce résultat est

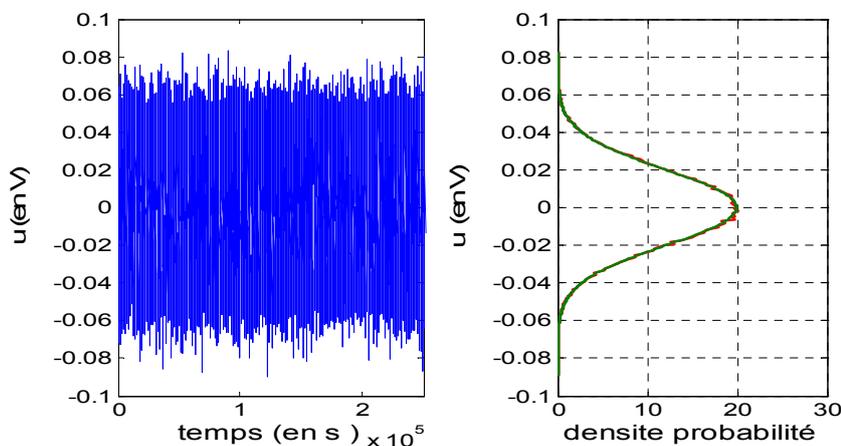
approché car il ne tient pas compte du bruit apporté par les amplificateurs a.c et d.c. le multiplieur, ... . Prenons le cas d'un système sous étude avec  $\varphi = 0$ , si par un filtrage passe bande le rapport Signal/Bruit est estimé à

10dB avec un filtre de largeur  $\Delta f = 100\text{Hz}$ , quelle doit être la valeur de  $F_c$  pour obtenir un rapport Signal/Bruit de 50dB.

**Question 11 :** Un bruit  $b(t)$  de **densité spectrale**  $b(f)$  constante est passé dans un filtre de largeur de bande 1Hz. Un enregistrement du bruit et le calcul de sa **densité de probabilité** sont donnés à la figure 5. Le bruit a une valeur moyenne nulle, il est de type Gaussien avec une densité de probabilité  $p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right)$

où  $\sigma^2$  est la **variance** ou encore ici la **valeur quadratique moyenne** et  $u$  est la tension de bruit.

- Quelle est la valeur quadratique moyenne de bruit ?
- Quel est le rapport Signal/Bruit si le signal a une valeur efficace de 100mV ?
- Le bruit est de nouveau filtré avec un filtre de largeur de bande 0,05Hz, quel sera le nouveau rapport Signal/Bruit ?



**Figure 5 :** (a) Enregistrement du bruit en fonction du temps et (b) densités de probabilité déduite de l'enregistrement et calculée avec la loi

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right)$$

# Thème 11 :

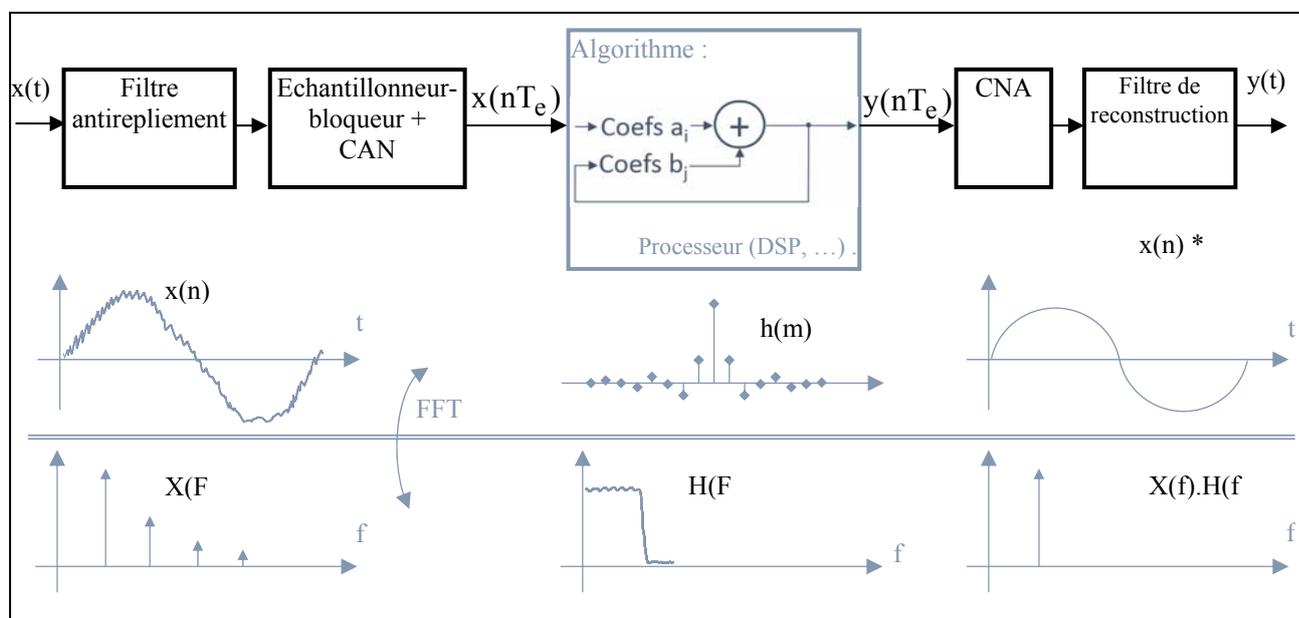
## Filtrage numérique

### Objectifs :

- comprendre le fonctionnement de l'algorithme d'un filtre numérique
- la différence entre les filtres RII et RIF
- comprendre la notion de convolution
- comprendre la notion de retard de groupe
- comprendre la génération d'un effet audionumérique : l'écho

### I- Introduction : Intérêt et types des filtres numériques

Un **filtre numérique** est un **algorithme de calcul** qui permet de générer un train d'échantillons en sortie  $y(n)$  en fonction du train d'échantillons d'entrée  $x(n)$  et du train d'échantillons de sortie  $y(n)$  comme le représente le schéma ci-dessous.



**Figure 1 :** Chaîne de traitement numérique d'un signal : filtrage numérique

Les échantillons  $x(n)$  proviennent de l'échantillonnage d'un signal  $x(t)$  continu du temps. En toute rigueur nous devrions écrire les  $x(n)$  sous la forme  $x(nT_e)$  où  $T_e = 1/F_e$  est la période d'échantillonnage. C'est pour ne pas alourdir l'écriture qu'on les note simplement  $x(n)$ , idem avec les échantillons de sortie  $y(n)$  au lieu de  $y(nT_e)$ . Par extension, on appelle souvent filtre numérique, l'ensemble de la chaîne de traitement (figure 1) : filtre antirepliement, échantillonneur-bloqueur, CAN, processeur et CNA. Le but est de réaliser une opération de filtrage comme on pourrait le faire avec des filtre actifs ou passifs.

Le filtrage numérique apporte une grande souplesse de traitement : les résistances et condensateurs des filtres actifs sont remplacés par des coefficients dans un algorithme de calcul. Le filtrage numérique permet de réaliser des filtres impossibles à réaliser avec des circuits analogiques, par exemple réaliser un **retard pur**. Bien sûr, il n'y a pas que des avantages, en effet, il faut échantillonner le signal  $x(t)$  et donc satisfaire le **critère de Shannon**, c-à-d échantillonner à une fréquence  $F_e$  au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale contenue dans le spectre de  $x(t)$ . Il est par conséquent difficile de faire du filtrage numérique aux hautes fréquences. En ce qui concerne la synthèse d'un filtre numérique, elle se déroule avec le calcul des coefficients  $b_i$  et  $a_j$  de la relation :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{i=M} b_i x(n-i) + \sum_{j=1}^N a_j y(n-j) \quad (1)$$

Dans certains algorithmes de filtrage numérique, la sortie est calculée uniquement à partir des **échantillons d'entrée** ( $x(n)$ ,  $x(n-1)$ , ...) qui sont pondérés par les coefficients  $b_i$ .

D'autres algorithmes, plus performants car requérant moins de coefficients, calculent les échantillons de sortie en fonction des **échantillons d'entrée** ( $x(n)$ ,  $x(n-1)$ ,  $x(n-2)$ ...) pondérés par les coefficients  $b_i$ , mais rebouclent aussi les **échantillons de la sortie** ( $y(n)$ ,  $y(n-1)$ ,  $y(n-2)$ , ...) pondérés par les coefficients  $a_i$ .

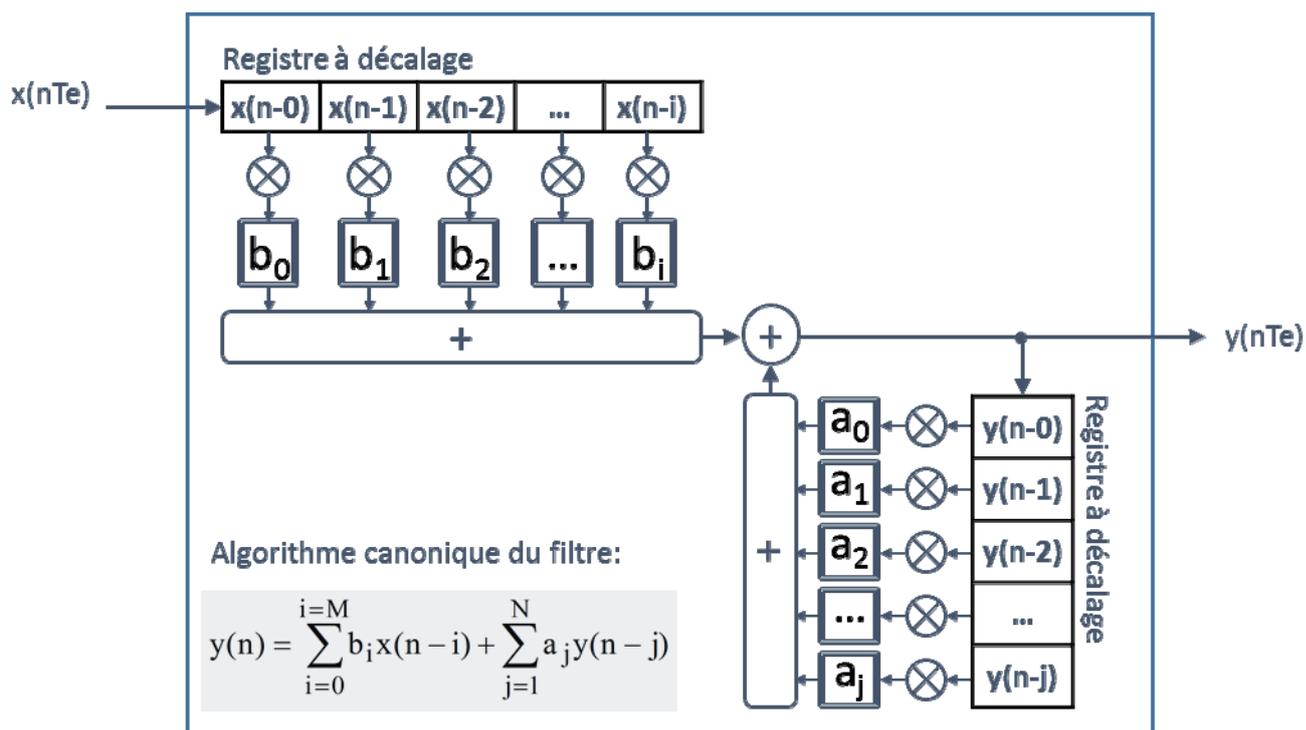


Figure 2 : Algorithme de filtrage schématisé

**Question 1.** On a procédé à l'échantillonnage d'un signal continu  $x(t)$  et on a obtenu la suite d'échantillons suivants :

instants d'échantillonnage	0	$T_e$	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n)$	1	2	1	2	1	2	1	2	---
Tracé de $x(n)$									
$y(n)$									
Tracé de $y(n)$ , Tracé de $y(t)$									

L'algorithme implémenté dans le processeur est une moyenne glissante sur quatre échantillons. Cette fonction est très utilisée dans les appareils de mesure (oscilloscopes, analyseurs) pour contrecarrer les fluctuations de mesure dues au bruit. Elle est définie par :  $y(n) = \frac{x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3)}{4}$ .

Compléter la ligne des  $y(n)$ . Intuitivement, de quel type de filtre s'agit-il ? passe-bas, passe-haut, passe-bande ou réjecteur ? Justifier votre réponse. Dessiner le signal  $y(t)$  en sortie du CNA.

**Question 2.** On applique maintenant la même suite d'échantillons à l'entrée d'un filtre dont la fonction est  $y(n) = \frac{-x(n) + 2 \cdot x(n-1) - x(n-2)}{4}$ . Sur le modèle de l'exercice précédent, calculer et commenter la réponse de ce filtre.

instants d'échantillonnage	0	$T_e$	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n)$	1	2	1	2	1	2	1	2	---
Tracé de $x(n)$									
$y(n)$									
Tracé de $y(n)$ , Tracé de $y(t)$									

Ces filtre sont un exemple de filtres **RIF** (**R**éponse **I**mpulsionnelle **F**inie, ou **FIR** en anglais pour **F**inite **I**mpulse **R**esponse). Il sont appelé ainsi car un échantillon de sortie  $y(n)$  ne fait appel qu'à un nombre fini d'échantillons d'entrée  $x(n)$ ,  $x(n-1)$ , ... Ce type de filtre n'a pas d'équivalent en filtrage analogique.

**Question 3.** On appelle **réponse impulsionnelle**  $h(n)$  d'un filtre la réponse  $y(n)$  à la suite d'échantillons d'entrée  $x(n) = \delta(n)$ ,  $\delta(n)$  est l'équivalent de l'impulsion de Dirac pour l'analogique. Déterminer les éléments  $h(n)$  de la réponse impulsionnelle du filtre obéissant à l'équation  $y(n) = \frac{x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3)}{4}$  et compléter le graphe ci-dessous.

instants d'échantillonnage	0	$T_e$	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n) = \delta(n)$	1	0	0	0	0	0	0	0	---
Tracé de $x(n)$									
$y(n) = h(n)$									
Tracé de $y(n)$									

A coté des filtres RIF, on trouve les filtres **RII** (**R**éponse **I**mpulsionnelle **I**nfinie, ou **IIR** en anglais pour **I**nfinite **I**mpulse **R**esponse). Dans ce cas un échantillon de sortie  $y(n)$  dépend de tous les échantillons passés.

L'algorithme  $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$  est un exemple de filtre RII. La relation  $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$  est une **relation de récurrence**, elle permet de calculer  $y(n)$  connaissant  $y(n-1)$ . Ce type de filtre a un équivalent en analogique.

**Question 4.** Déterminer et commenter les éléments  $h(n)$  de la réponse impulsionnelle de  $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$

instants d'échantillonnage	0	$T_e$	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n) = \delta(n)$	1	0	0	0	0	0	0	0	---
Tracé de $x(n)$									
$y(n) = h(n)$									
Tracé de $y(n)$									

## II- Lien entre filtre analogique et Filtre RII

Nous allons dans cette partie synthétiser un filtre numérique (c'est-à-dire calculer les coefficients) pour qu'il ait la même réponse qu'un filtre RC.

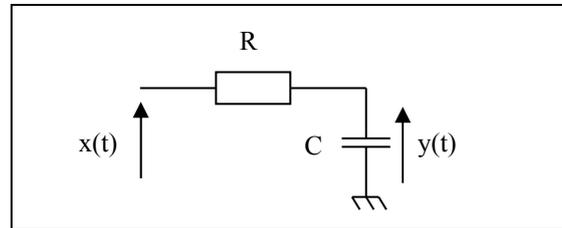


Figure 2 : filtre passe bas à base de composants analogiques

On considère le circuit de la figure 3, où  $R = 5,3\text{k}\Omega$  et  $C = 1,5\text{ nF}$ .

**Question 5.** En écrivant la loi de la maille montrer que les tensions  $y(t)$  et  $x(t)$  sont reliées par l'équation différentielle :

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

**Question 6.** Exprimer  $\tau$  en fonction de  $R$  et de  $C$ , calculer sa valeur numérique en précisant les unités.

**Question 7.** Exprimer la fonction de transfert  $H(j\omega)$  (pour cela vous avez le choix de la méthode, application de la transformée de Fourier à l'équation différentielle (1) ou utilisation de la notion d'impédance complexe).

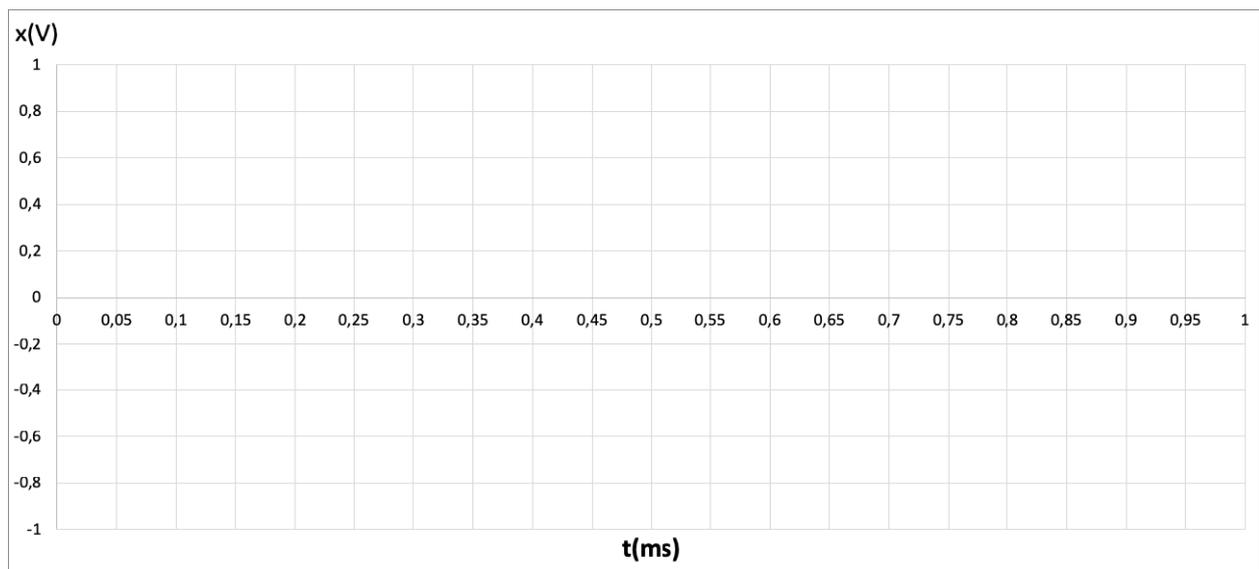
**Question 8.** Tracer le diagramme de Bode de cette fonction de transfert sur la figure 4 (pour le tracé, on utilisera  $F_e = 100\text{kHz}$ )

**Question 9.** Préciser la valeur du gain dans la bande passante, la fréquence de coupure à  $-3\text{ dB}$ , la pente de la courbe du module de  $H(j\omega)$  dans la bande d'arrêt.

**Question 10.** Quel type de filtre réalise ce circuit ?

Utilisation d'un filtre numérique : Dans un système numérique on traite des signaux échantillonnés,  $x(t)$  et  $y(t)$  sont remplacés des suites  $x_n, y_n$

**Question 11.** Rappeler la relation qui existe entre  $x_n$  et  $x(t)$  on appellera  $T_e$  la période d'échantillonnage. Tracer sur la figure 3  $x(t)$  et  $x_n$  dans le cas d'un signal sinusoïdal d'amplitude  $1V_{\text{crête}}$  et de fréquence  $1\text{kHz}$ , pour une fréquence d'échantillonnage  $F_e$  de  $100\text{ kHz}$ .



**Figure 3** : signal  $x(t)$ ,  $x_n$

On souhaite s'inspirer de l'équation (1) pour construire un algorithme de filtrage numérique. Pour cela on rappelle qu'une dérivée peut se définir par

$$\frac{dy(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t} \right)$$

**Question 12.** En s'inspirant de l'équation (2), montrer que pour des signaux échantillonnés l'équation (1) peut s'écrire :

$$\tau \frac{y_n - y_{n-1}}{T_e} + y_n = x_n$$

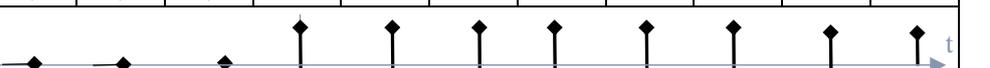
**Question 13.** Ecrire l'algorithme du filtre numérique équivalent au circuit de la figure 2 sous la forme  $y_n = a_1 y_{n-1} + b_0 x_n$ , on exprimera  $a_1$  et  $b_0$  en fonction de  $\tau$  et de  $T_e$ .

**Question 14.** On donne  $F_e = 100$  kHz, calculer  $a_1$  et  $b_0$  avec 4 chiffres significatifs.

**Question 15.** Réponse impulsionnelle du filtre : compléter le tableau et le graphe ci-dessous.

instants d'échantillonnage	0	$T_e$	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n) = \delta(n)$	1	0	0	0	0	0	0	0	---
Tracé de $x(n)$									
$y(n) = h(n)$									
Tracé de $y(n)$									

**Question 16.** Réponse indicielle du filtre : compléter le tableau et le graphe ci-dessous.

instants d'échantillonnage	$-3T_e$	$-2T_e$	$-T_e$	0	$T_e$	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$
$x(n)$	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
Tracé de $x(n)$											
$y(n)$											
Tracé de $y(n)$											

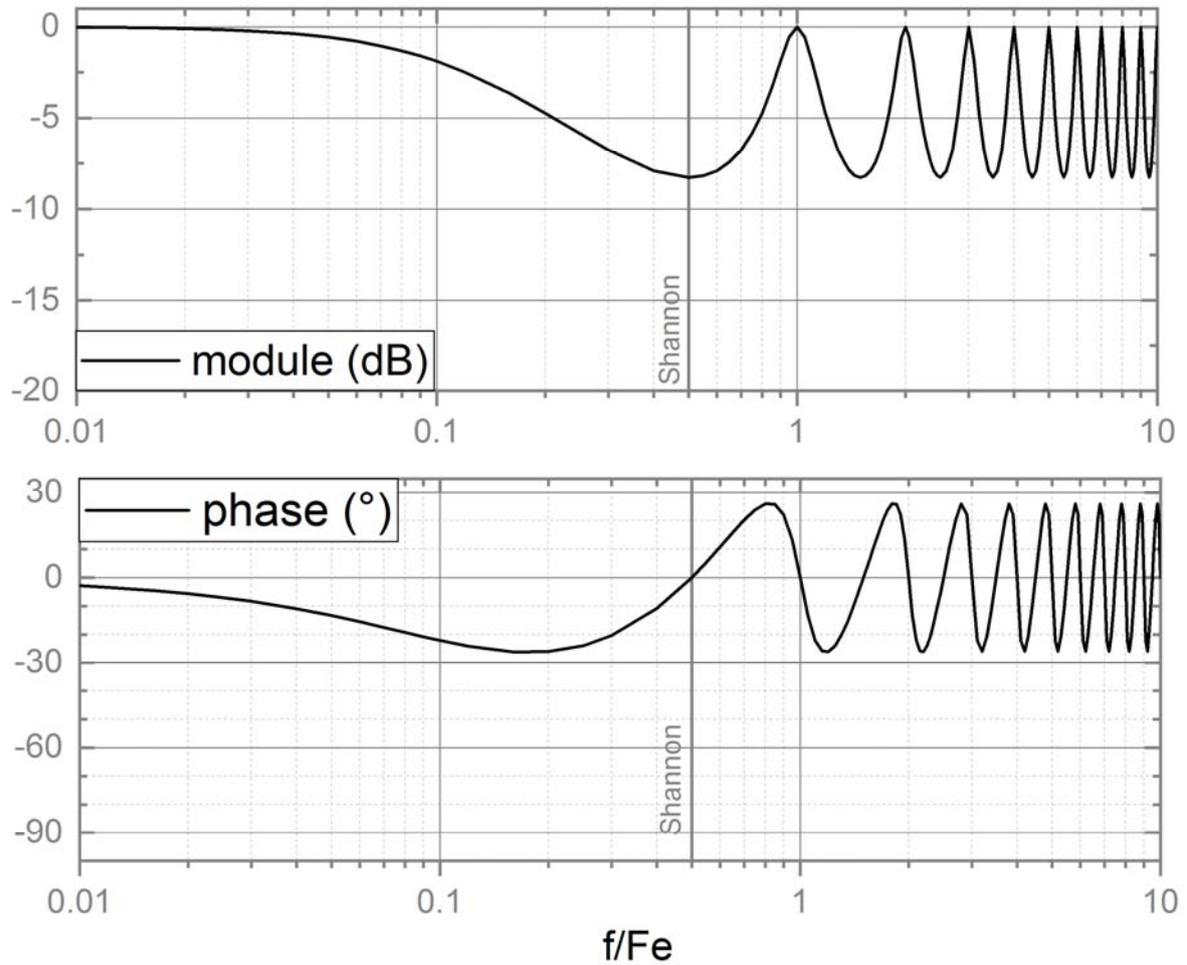
**Question 17.** Comparer la réponse indicielle du filtre à celle du filtre analogique.

**Question 18.** Exprimer la transformée en z du filtre numérique, montrer que  $H(z) = \frac{b_0}{1 - a_1 z^{-1}}$

**Question 19.** Pour étudier la réponse en fréquence du filtre numérique remplacer z par  $e^{j\omega T_e}$  dans l'expression de H(z). Puis calculer son module.

Vous devez obtenir 
$$|H(j\omega)| = \frac{0,5094}{\sqrt{(1 - 0,7405 \times \cos(\omega T_e))}}$$

**Question 20.** Les tracés du module et de l'argument de H(j $\omega$ ) en fonction de f/F<sub>e</sub> sont donnés figure 4, en extraire la fréquence de coupure à -3dB, la pente (en dB par octave) au-delà de cette fréquence du module de H. On rappelle qu'une octave correspond à un doublement de la fréquence.



**Figure 4 :** Module et phase de la fonction de transfert du filtre numérique en fonction de  $f/F_e$ .

**Question 21.** Comparer ces résultats à ceux obtenus pour le filtre analogique aux questions 8 et 9.

### III- pour aller plus loin - Comparaison des filtres RII et RIF : retard de groupe

Les filtres numériques RIF ont, sous certaines conditions, une **phase linéaire**, ce qui est impossible à réaliser avec un filtre analogique. Écrivons alors la phase  $\varphi$  (en rd), voir figure 5, sous la forme  $\varphi = -\tau\omega$  où  $\omega$  (en  $\text{rds}^{-1}$ ) est la pulsation et  $\tau$  (en s), homogène à un temps, est le **retard de groupe**. Supposons maintenant un signal  $x(t)$  constitué de plusieurs fréquences, par exemple  $x(t) = e(t) + u(t)$ , avec  $e(t) = \sum_{i=1}^M s_i \cos(\omega_i t)$

un signal basse fréquence et  $u(t) = \sum_{i=M+1}^{\infty} s_i \cos(\omega_i t)$  un signal haute fréquence. On cherche à conserver  $e(t)$

et à éliminer  $u(t)$ , pour cela on choisit un filtre RIF de fréquence de coupure  $F_c$  telle que  $f_M < F_c < f_{M+1}$ .

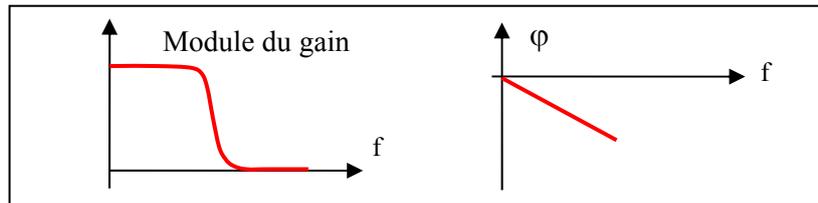


Figure 5 : Les filtres RIF ont, sous certaines conditions, une phase linéaire dans la bande passante

**NB** : Quand les filtres ne sont pas à phase linéaire (ex : RII et certains RIF), le retard de groupe  $\tau$  dépend de  $\omega$ , il est défini par :  $\tau(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega}$ . Dans ce cas chaque fréquence composant le signal est retardée d'une quantité différente ce qui a pour effet de déformer le signal utile, on dit alors qu'il y a une **distorsion de phase**.

**Question 22.** : Montrer que le signal  $y(t)$  obtenu après filtrage est égal à  $e(t - \tau)$  si la phase du filtre est linéaire dans la bande passante  $F_c$ , autrement dit le signal utile est **retardé** mais non **déformé** comme il le serait avec un filtre RII de phase non linéaire.

**NB** : Dans un filtre RIF, l'échantillon  $y(n)$  ne dépend que d'un nombre fini d'échantillons  $x(n)$ , l'équation (1) ne contient pas de coefficients  $a_j$ , seulement des  $b_i$  d'où  $y(n) = \sum_{i=0}^{i=M} b_i x(n-i)$ . Ces filtres sont **toujours**

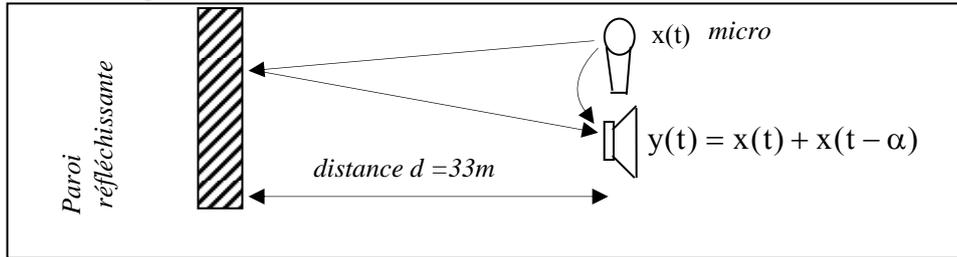
**stables** contrairement aux filtres RII qui peuvent devenir instables. La phase linéaire des filtres RIF est un avantage, alors pourquoi des filtres RII ? L'inconvénient des filtres RIF est qu'il nécessite un nombre élevé de coefficients  $b_i$  pour obtenir une pente d'atténuation (en dB/décade) importante dans la zone de transition, c'est-à-dire entre la bande passante et la bande d'arrêt. Un nombre élevé de coefficients  $b_i$  est synonyme de mémoire importante et surtout de temps de calcul important. Pour faire du filtrage en temps réel, il faut que le temps de calcul soit inférieur à la période d'échantillonnage.

### IV- Génération d'un effet audionumérique : l'écho

Réaliser un écho simple d'un signal  $x(t)$ , c'est générer un signal  $y(t) = x(t) + x(t - \alpha)$  où  $\alpha$  est un retard. Un filtre RIF est parfaitement adapté pour cette réalisation. Aux échantillons  $x(n)$  de  $x(t)$ , il faut donc faire correspondre des échantillons  $y(n) = x(n) + x(n - k)$ .

**Question 23.** : On veut simuler un écho correspondant à la situation de la figure 6 ; un micro distant de  $d = 33\text{m}$  d'une paroi réfléchissante. La vitesse du son dans l'air est égale à  $330\text{ms}^{-1}$ , la fréquence

d'échantillonnage  $F_e = 8116,88\text{Hz}$ , en déduire la valeur de  $k$  dans la relation  $y(n) = x(n) + x(n - k)$ . Les échantillons  $x(n)$  sont numérisés sous 16bits, de quelle mémoire en kilo octets a-t-on besoin pour réaliser l'écho.



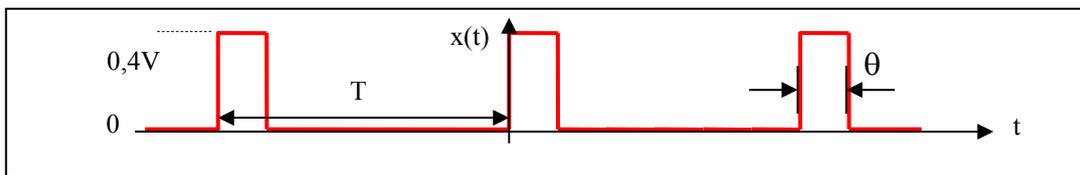
**Figure 6 :** Génération d'un écho par une paroi réfléchissante

**NB :** D'autres effets audio numériques peuvent être réalisés sur le même principe ; réverbération, chorus, flanger, phaser, ...

### VI- pour aller plus loin -Rôle du filtre anti-repliement

En TP vous ferez quatre expériences avec le signal périodique  $x(t)$  de la figure 4 de rapport cyclique  $\theta/T = 1/5$  avec  $F = 1/T = 2,55\text{kHz}$ . On effectue sur ce signal un filtrage numérique au moyen de la chaîne de traitement de la figure 1 en vue de récupérer uniquement le fondamental à  $2,55\text{kHz}$ . La fréquence d'échantillonnage  $F_e$  est obtenue en divisant la fréquence d'horloge  $F_H = 50\text{MHz}$  par 6160 soit  $F_e = 8116,88\text{Hz}$ .

**Question 24.** : Représenter le spectre du signal du signal  $x(t)$  entre 0 et 15kHz. Il n'est pas nécessaire de calculer les amplitudes de chaque raie, faites juste un graphe à main levée avec des amplitudes approximatives, par contre indiquez les fréquences suivant l'axe horizontal.



**Figure 4 :** Signal  $x(t)$  appliqué au filtre numérique de la figure 1

**Question 25.** : On réalise 4 expériences avec deux filtres numériques passe bande de largeur de bande différente, avec ou sans filtre antirepliement. On demande pour les 4 cas de tracer le spectre du signal  $y(t)$  obtenu. Le filtre antirepliement à capacités commutées coupe à  $3353\text{Hz}$  quand il est inséré dans la chaîne de traitement.

**Pour chaque cas**, vous devez tracer : le spectre *i)* après le filtre antirepliement s'il y en a un, *ii)* après échantillonnage et *iii)* après filtrage et conclure.

<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Cas n°1 :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Filtre numérique passe bande</li> <li>- Fréquence coupure basse = <math>2540\text{Hz}</math></li> <li>- Fréquence de coupure haute = <math>2560\text{Hz}</math></li> <li>- Avec filtre antirepliement</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Cas n°2 :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Filtre numérique passe bande</li> <li>- Fréquence coupure basse = <math>2540\text{Hz}</math></li> <li>- Fréquence de coupure haute = <math>2560\text{Hz}</math></li> <li>- Sans filtre antirepliement</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Cas n°3 :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Filtre numérique passe bande</li> <li>- Fréquence coupure basse = <math>2500\text{Hz}</math></li> <li>- Fréquence de coupure haute = <math>3100\text{Hz}</math></li> <li>- Avec filtre antirepliement</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Cas n°4 :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Filtre numérique passe bande</li> <li>- Fréquence coupure basse = <math>2500\text{Hz}</math></li> <li>- Fréquence de coupure haute = <math>3100\text{Hz}</math></li> <li>- Sans filtre antirepliement</li> </ul> </li> </ul>

## Thème 12 :

### Boucle à verrouillage de phase et synthèse de fréquence

#### Objectifs :

- Comprendre le fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase : fréquence libre, plage de capture et plage de verrouillage
- Comprendre le fonctionnement linéarisé d'une boucle à verrouillage de phase : réponse à un saut de fréquence
- Comprendre la synthèse de fréquence par PLL et DDS

Lexique : - Boucle à verrouillage de phase (**PLL** en anglais pour **Phase-Locked Loop** or **Phase Lock Loop**)  
- **DDS** (**D**irect **D**igital **S**ynthesis)

#### I- Rôle d'une boucle à verrouillage de phase ?

Les boucles à verrouillage de phase sont principalement utilisées en : 1) télécommunication pour la **récupération de porteuse** (voir la question 1) et 2) pour faire la **synthèse de fréquence**, c'est à dire générer à partir d'une horloge de référence de fréquence  $f_H$  une ou plusieurs autres fréquences  $\frac{M}{N}f_H$  où M et N sont des entiers. Les fréquences des processeurs d'aujourd'hui sont de q.q. GHz, or on ne sait pas tailler des quartz à cette fréquence, ils seraient trop peu épais et casseraient. L'horloge de q.q. GHz est fabriquée à partir d'une horloge à quartz avec  $f_H = q.q.10\text{MHz}$  et d'une boucle à verrouillage de phase avec  $\frac{M}{N} \gg 1$ . Les générateurs de signaux utilisent également des boucles à verrouillage de phase ou de plus en plus des DDS pour les générateurs basses fréquences.

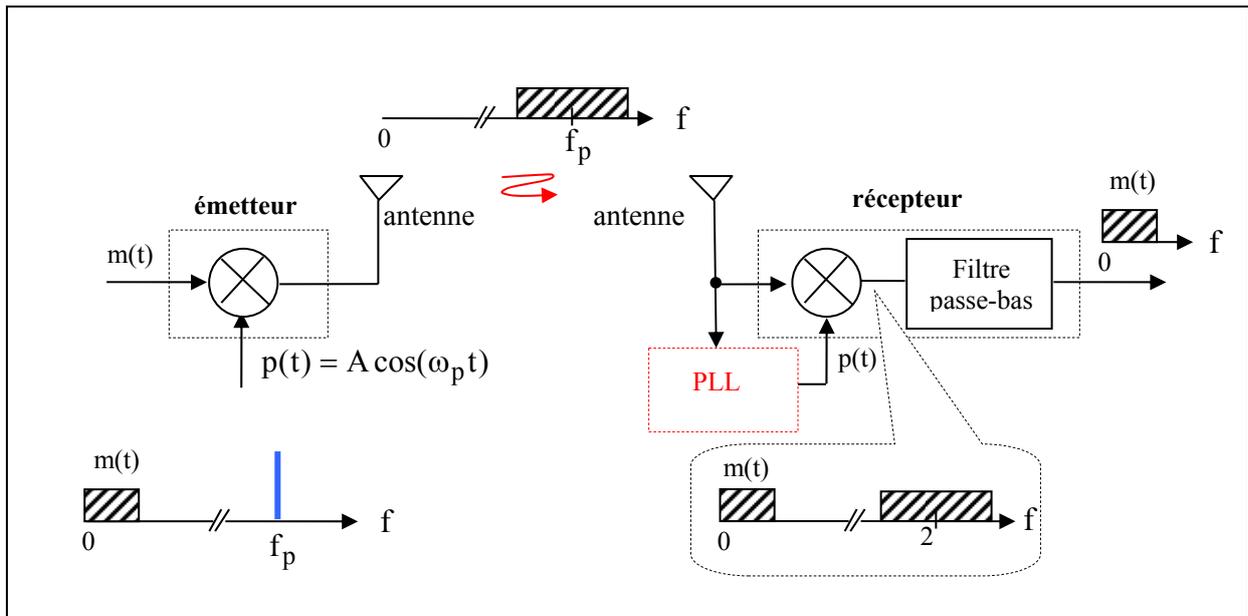
Une boucle à verrouillage de phase est un système bouclé dont le but est d'asservir en phase un **VCO** (**V**oltage **C**ontrolled **O**scillateur ou **OCT** **O**scillateur **C**ontrôlé en **T**ension) sur une signal de référence.

**Question 1 :** Le principe des télécommunications consiste à faire porter un signal  $m(t)$  de basse fréquence appelé le **modulant** (parole, image, data, ..) par un signal de haute fréquence  $p(t) = A \cos(\omega_p t)$  appelé la **porteuse**. Une des techniques consiste à multiplier  $m(t)$  par  $p(t)$ , le signal émis s'écrit donc  $Am(t) \cos(\omega_p t)$ , voir la figure 1. Le rôle du récepteur est de récupérer  $m(t)$ , pour cela il suffit de « remultiplier » le signal reçu par un signal de **même fréquence** et de **même phase** que celui utilisé en émission, évidemment on ne peut pas tirer un fil entre l'émetteur et le récepteur ! Il faut donc, à partir du signal reçu en réception, régénérer une porteuse (*carrier recovery*) identique à  $p(t)$  pour que, par une nouvelle multiplication en réception, on récupère  $m(t)$ . En effet, le produit  $Am(t) \cos(\omega_p t) A \cos(\omega_p t) = A^2 m(t) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_p t) \right)$ , la partie haute

fréquence de ce signal  $A^2 m(t) \frac{1}{2} \cos(2\omega_p t)$  est éliminée par un filtre passe-bas, la partie basse fréquence

$\frac{A^2}{2} m(t)$  est à une constante près le signal utile.

Quel serait le signal récupéré si la porteuse régénérée en réception était de même fréquence mais avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$ , c'est-à-dire  $A \cos(\omega_p t - \frac{\pi}{2})$ .



**Figure 1 :** Principe d'un émetteur-récepteur : nécessité de verrouiller la phase de la porteuse en réception

*La conclusion est qu'il faut verrouiller la phase de la porteuse régénérée en réception sinon le signal reçu peut devenir nul. A cet effet on utilise donc une boucle à verrouillage de phase dont le but est d'asservir la phase d'un oscillateur sur celle d'un signal de référence.*

## II- Fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase en statique : plage de capture et plage de verrouillage

Le schéma d'une boucle à **verrouillage de phase analogique** est donné ci-dessous à la figure 2. Il comprend :

- un comparateur de phase : un circuit multiplieur
- un filtre passe-bas
- un oscillateur contrôlé en tension dont la fréquence  $f_{VCO}$  dépend de la tension de commande  $V_C$  (voir la figure 3-a). Il est caractérisé par un plage linéaire et des saturations pour  $V_C < 2V$  et  $V_C > 2V$

Pour simplifier on suppose que la constante du multiplieur est égale à  $1V^{-1}$ . La fréquence du VCO correspondant à  $V_C = 0$  est appelée la **fréquence libre** (figure 3-a), on la note  $f_0$ .

**Question 2 :** Le **régime stationnaire** de la boucle est caractérisé par une tension  $V_C$  constante et donc une fréquence de VCO constante. Si la fréquence  $f_e$  du signal d'entrée  $e(t)$  est égale à la **fréquence libre** du VCO soit 20kHz, vérifier qu'en régime stationnaire le signal  $u(t)$  en sortie du VCO est également à la fréquence de 20kHz avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à  $e(t)$  et que la tension  $V_C = 0$ . On notera A et B les amplitudes crêtes de  $e(t)$  et  $u(t)$ .

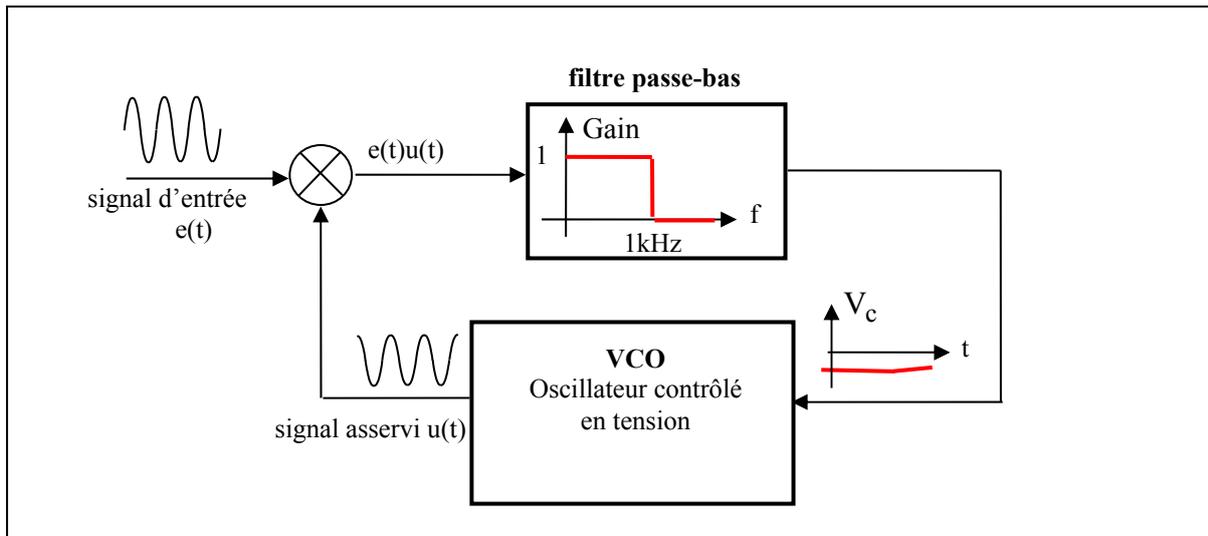


Figure 2 : Schéma d'une boucle à verrouillage de phase analogique

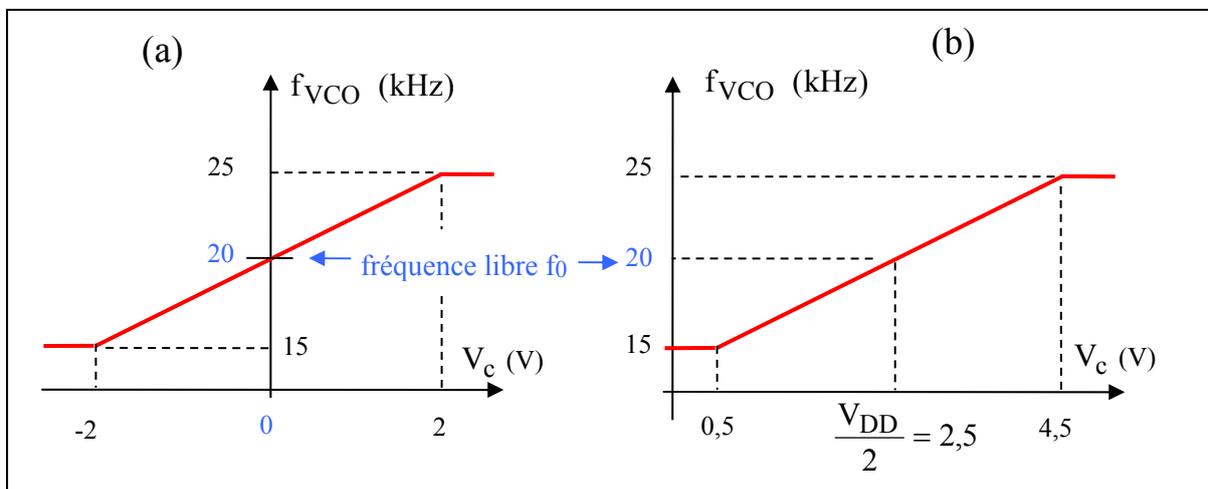


Figure 3 : Caractéristique du VCO : (a) de la boucle analogique, (b) de la boucle numérique

**Question 3 :** Si la fréquence  $f_e$  du signal d'entrée  $e(t)$  est égale à 10kHz, montrer qu'en régime stationnaire le signal  $u(t)$  en sortie du VCO est à la fréquence libre de 20kHz.

**Question 4 :** Si la fréquence  $f_e$  du signal d'entrée  $e(t)$  est égale à 30kHz, montrer qu'en régime stationnaire le signal  $u(t)$  en sortie du VCO est à la fréquence libre de 20kHz.

**Question 5 :** Si la fréquence  $f_e$  du signal d'entrée  $e(t)$  est égale à 20,999kHz, montrer qu'en régime stationnaire le signal  $u(t)$  en sortie du VCO est aussi à la fréquence de 20,999kHz. Quelle est dans ce cas la tension de commande  $V_c$  et le déphasage entre  $e(t)$  et  $u(t)$ ? Les signaux  $e(t)$  et  $u(t)$  ont chacun une amplitude crête de 5V.

**Question 6 :** On procède à un balayage quasi statique de la fréquence  $f_e$ , c'est-à-dire très lent de telle manière que le régime stationnaire soit atteint à chaque instant, et on obtient la variation  $f_{VCO}$  de la figure 4. Compléter le graphe en indiquant les valeurs des fréquences  $f_e$  et  $f_{VCO}$ .

-----  
 -----

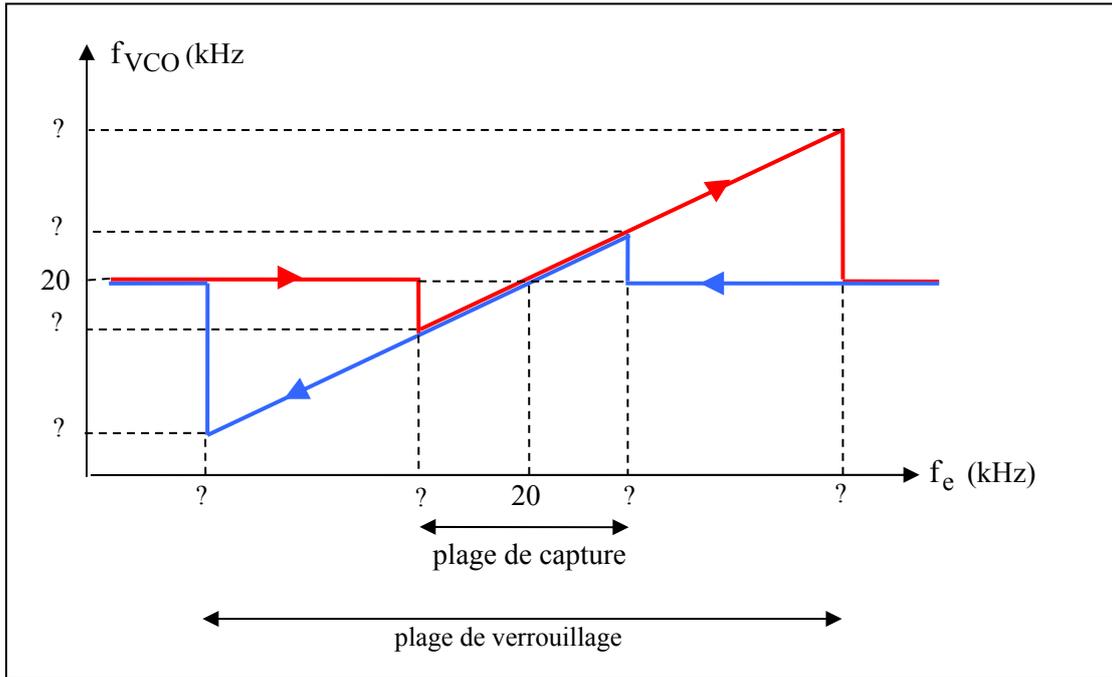


Figure 4 : Variation de  $f_{VCO}$  en fonction d'une variation quasi statique de la fréquence  $f_e$

**Question 7 :** Compléter le graphe de la figure 5 dans lequel la fréquence  $f_e$  varie quasi statiquement de 20kHz à 30kHz .

-----  
 -----

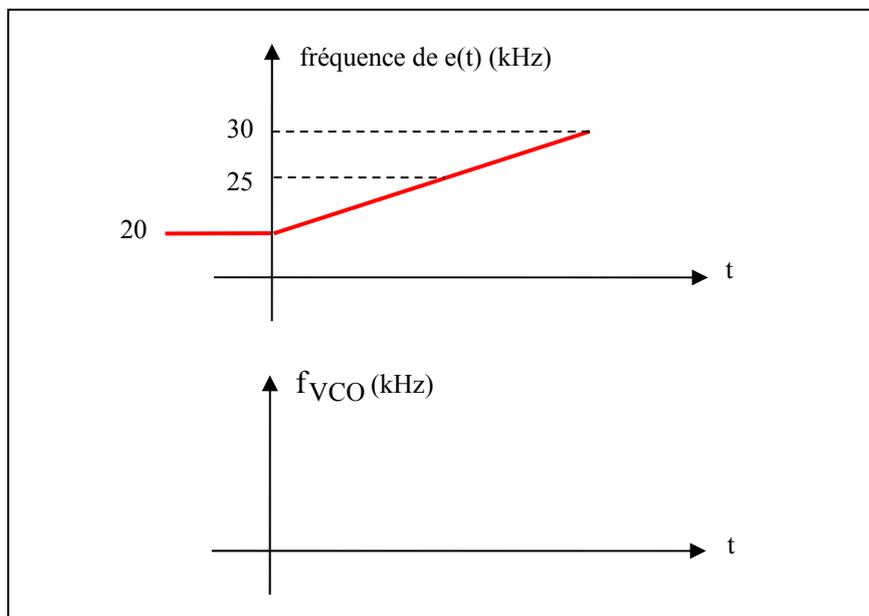
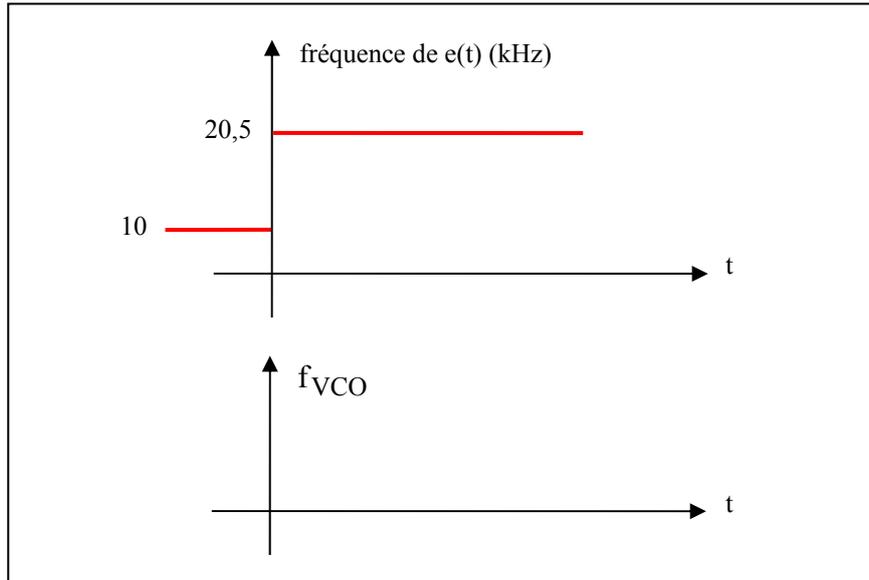


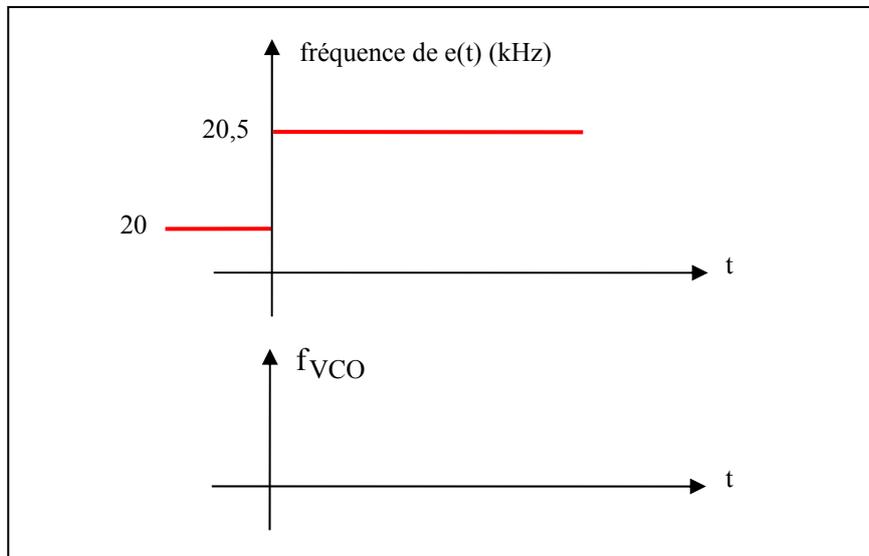
Figure 5 : Tracer la variation de fréquence  $f_{VCO}$  correspondant à la variation quasi statique de  $f_e$

**Question 8 :** Compléter le graphe de la figure 6 dans lequel la fréquence  $f_e$  subit un saut de fréquence de 10 kHz à 20,5 kHz.



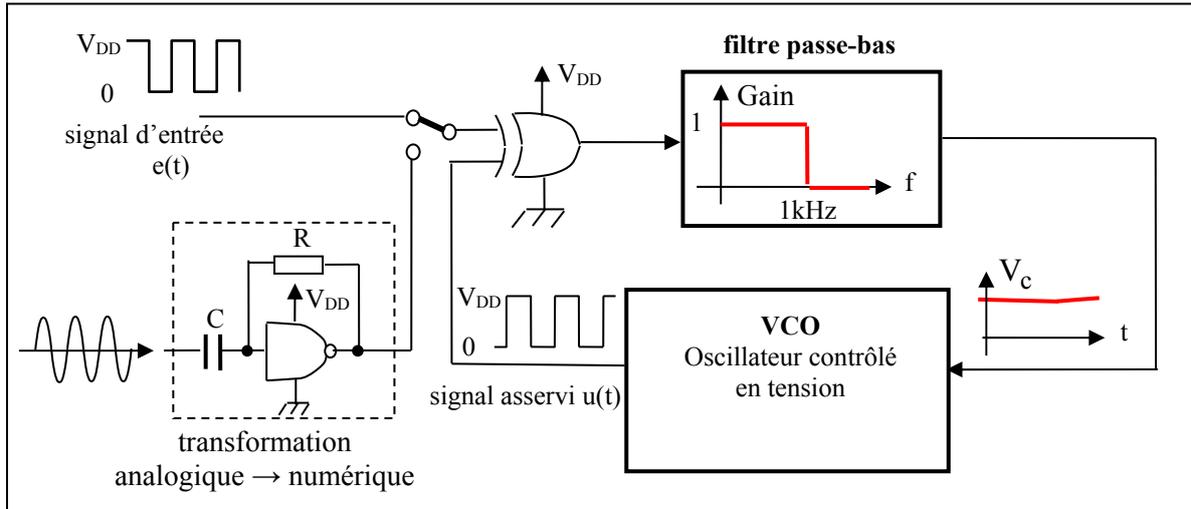
**Figure 6 :** Tracer la variation de fréquence  $f_{VCO}$  correspondant à un saut de fréquence de  $f_e$

**Question 9 :** Compléter le graphe de la figure 7 dans lequel la fréquence  $f_e$  subit un saut de fréquence de 20kHz à 20,5kHz.



**Figure 7 :** Tracer la variation de fréquence  $f_{VCO}$  correspondant à un saut de fréquence de  $f_e$

La figure 8 montre une boucle à **verrouillage de phase numérique** dans laquelle le comparateur de phase est remplacé par un OU exclusif, il existe d'autres types de comparateurs de phase numérique. Le OU exclusif est alimenté entre 0V et la tension  $V_{DD}$ , 5V par exemple, il s'ensuit que la tension  $V_c$  en sortie du filtre est toujours positive et varie entre 0V et  $V_{DD}$  suivant le déphasage des signaux  $e(t)$  et  $u(t)$ . La caractéristique du VCO est différente de celle d'une boucle analogique, elle est donnée à la figure 3-b. La fréquence libre est celle obtenue pour  $V_c = \frac{V_{DD}}{2}$ .



**Figure 8 :** Schéma d'une boucle à verrouillage de phase numérique

Une boucle à verrouillage de phase numérique peut être utilisée avec une référence analogique à condition de convertir le signal analogique en numérique, à cet effet on utilise un inverseur CMOS, une résistance R et un condensateur C comme le montre le schéma de la figure 8. La résistance R fixe le point de fonctionnement statique de l'inverseur à  $\frac{V_{DD}}{2}$  en entrée et en sortie, c'est-à-dire là où l'inverseur CMOS a du gain. Ce dispositif se comporte comme un amplificateur fortement non linéaire si la tension alternative d'entrée est de l'ordre de q .q. 100mV. La tension appliquée est ainsi transformée en deux niveaux de tension 0V et  $V_{DD}$ . De la même manière, il n'est pas nécessaire de disposer d'un VCO logique, en effet un VCO analogique suivi du même dispositif (inverseur CMOS, R et C) permet de transformer un signal alternatif en signal logique.

**Question 10 :** Le régime stationnaire de la boucle est caractérisé par une tension  $V_c$  constante et donc une fréquence de VCO constante. Si la fréquence  $f_e$  du signal d'entrée e(t) est égale à la fréquence libre du VCO soit 20kHz, vérifier qu'en régime stationnaire le signal u(t) en sortie du OU est également à la fréquence de 20kHz avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à e(t) et que la tension  $V_c = \frac{V_{DD}}{2}$ . Faites un graphe des signaux d'entrée et de sortie du OU exclusif, du spectre du signal de sortie du OU exclusif et du signal  $V_c$ .

**Question 11 :** Le comparateur de phase OU exclusif présente un inconvénient, il permet le verrouillage de la boucle sur des harmoniques ou sous harmoniques. Montrer par exemple que le VCO peut se verrouiller à 20kHz avec une fréquence  $f_e$  du signal d'entrée e(t) égale à 10kHz. Faites un graphe des signaux d'entrée et de sortie du OU exclusif puis du signal  $V_c$ .

-----  
 -----

### III- Synthèse de fréquence par PLL et DDS

#### III-1/ Synthèse de fréquence par PLL

La figure 12 donne le schéma d'un synthétiseur de fréquence, M et N sont des entiers. Le but est de générer, à partir d'une seule fréquence  $f_H$  généralement fournie par un oscillateur à quartz de grande stabilité, une fréquence  $f_{OUT}$  variable ayant la même précision relative que celle de  $f_H$ .

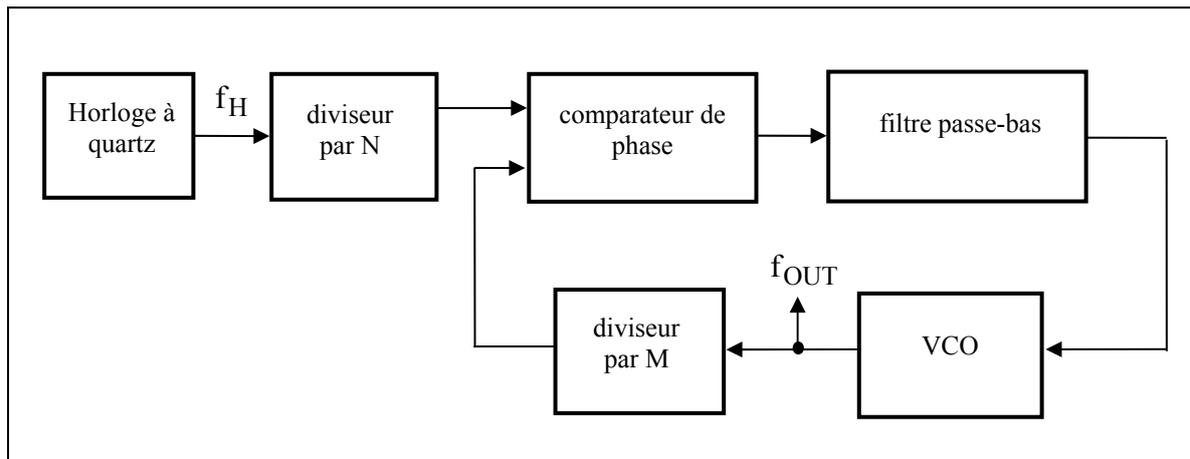


Figure 12 : Schéma de principe d'un synthétiseur de fréquence

**Question 12 :** Quand la boucle est verrouillée, les fréquences des deux signaux d'entrée du comparateur de phase sont égales, en déduire la relation suivante entre  $f_{OUT}$ ,  $f_H$ , M et N :  $f_{OUT} = \frac{f_H}{N} M$

Exprimer la précision relative  $\frac{\Delta f_{OUT}}{f_{OUT}}$  en fonction de  $\frac{\Delta f_H}{f_H}$

**Question 13 :** On veut fabriquer un synthétiseur de fréquence pour un récepteur FM (Frequency Modulation) devant travailler dans la bande (88 → 108MHz). La fréquence intermédiaire en FM étant égale à 10,7MHz, le synthétiseur devra donc couvrir la bande (88 - 10,7 = 77,3 → 108 - 10,7 = 97,3MHz) par pas de 50kHz. On dispose d'un oscillateur à quartz de 2MHz, en déduire la valeur fixe de N. Déterminer la valeur de M pour recevoir France Inter émettant à 89,7MHz en région Bordelaise.

#### III-2/ Synthèse de fréquence par DDS

L'idée de la synthèse par DDS est relativement simple : on met dans une ROM, un très grand nombre N de valeurs de sinus. Si avec une horloge de référence  $f_H = \frac{1}{T_H}$  on vient lire toutes les valeurs, la période du signal de sortie sera  $N T_H$  et sa

fréquence sera égale à  $f_{OUT} = \frac{1}{N T_H} = \frac{f_H}{N}$ , si maintenant on ne lit qu'une valeur sur deux avec la même horloge de

référence, alors la période sera  $\frac{N}{2} T_H$  et sa fréquence  $f_{OUT} = \frac{2 f_H}{N}$ , ... si on ne lit qu'une valeur sur dix, la période sera  $\frac{N}{10} T_H$

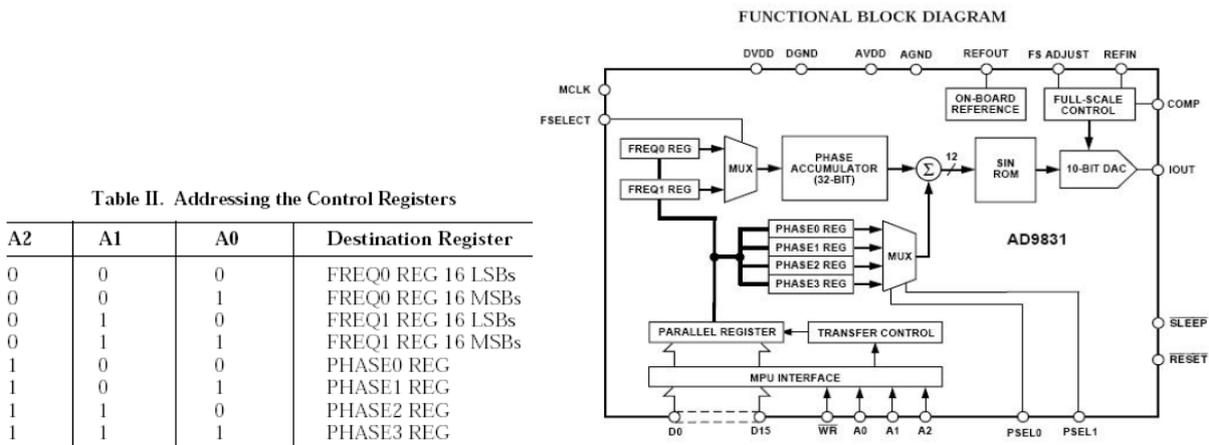
et sa fréquence  $f_{OUT} = \frac{10 f_H}{N}$ , etc ..

Si l'idée est simple, la réalisation l'est un peu moins. Les CI DDS sont apparus il y a un peu plus d'une dizaine d'années maintenant. A ce jour, la fréquence  $f_H$  maximum est de l'ordre du GHz.

Le schéma de principe d'un synthétiseur DDS est donné à la figure 13 (CI AD9831 d'Analog Devices), il comprend trois sous ensembles principaux : *i*) un **accumulateur de phase** et un **registre de fréquence** (le CI AD9831 comprend deux registres FREQ0 et FREQ1 ce qui permet de générer un signal FSK pour Frequency Shift Keying plus quatre registres de PHASE0, 1, 2 et 3 ce qui permet de générer un signal PSK pour Phase Shift Keying, *ii*) une **table des valeurs de sinus** (ROM LUT pour Read Only Memory Look Up Table) et *iii*) un **convertisseur analogique numérique** (DAC pour Digital-to-Analog Converter).

Le CI est attaqué par une horloge de référence (MCLK pour Master Clock), 25MHz pour le CI AD9831. L'accumulateur de phase est un registre de 32 bits, la table des sinus contient  $2^{12}$  valeurs de sinus et le CNA a 10 bits de résolution. La sortie du CNA est une sortie en courant (IOUT).

C'est la valeur contenue dans le **registre de fréquence** qui fixe la valeur de la fréquence de sortie  $f_{OUT}$ . Si FSELECT='0' (ou '1'), c'est le registre FREQ0 (ou FREQ1) qui est sélectionné pour le calcul de la fréquence. Les quatre bits A0, A1 et A2 servent à adresser les registres FREQ0 et FREQ1, PHASE0, 1, 2 et 3 (voir la Table II ci-dessous)



**Figure 13** : Schéma de principe d'un synthétiseur DDS (exemple CI AD 9831 d'Analog Device)

La fréquence  $f_{OUT}$  de sortie est donnée par la relation :

$$f_{OUT} = \frac{MCLK \times \text{Mot du registre FREQ0}}{2^{32}}$$

**Question 14** : On choisit  $MCLK = 25\text{MHz}$ , on écrit dans le registre FREQ0 le mot 051EB853 (en hexadécimal), quelle sera la fréquence  $f_{OUT}$  délivrée en sortie?

**En résumé**

	<b>avantage</b>	<b>inconvenient</b>	<b>Exemple d'application</b>
<b>Synthèse par PLL</b>	Permet de générer une fréquence supérieure à la fréquence de référence $f_H$	Le temps de transition entre deux fréquences peut être long, il dépend du filtre de boucle et des constantes du comparateur de phase et du VCO	- Horloge pour processeur - Fréquence porteuse en télécommunication (téléphonie, TV, ...)
<b>Synthèse par DDS</b>	Le temps de transition entre deux fréquences est très court, c'est dans le pire cas une période d'horloge MCLK	La fréquence maximale synthétisée est limitée à $f_H / 2$	- Générateur de signaux