# exercice 9

1°) La lame $L_1$ est taillée ⊥ment à $(N_p)$.

schéma de la lame vue de face ....
→ les états-φ sont associés aux indices $N_m$ et $N_g$.

On a alors la dif. de LCO : $\delta = (N_g - N_m)e$

auquel on associe le déphasage $\Delta\varphi = k.\delta$.

Teinte indigo en $P \perp A$ $\xrightarrow{\text{échelle des teintes}}$ $\delta = 589$ nm ($\in$ 2° ordre)

$\delta = 1151$ nm ($\in$ 3° ordre)

⋮

a) Pour qu'il y ait compensation, il faut opposer vibrations lentes et rapides entre lame et coin.

Dans la lame : vib rapide $N_m$

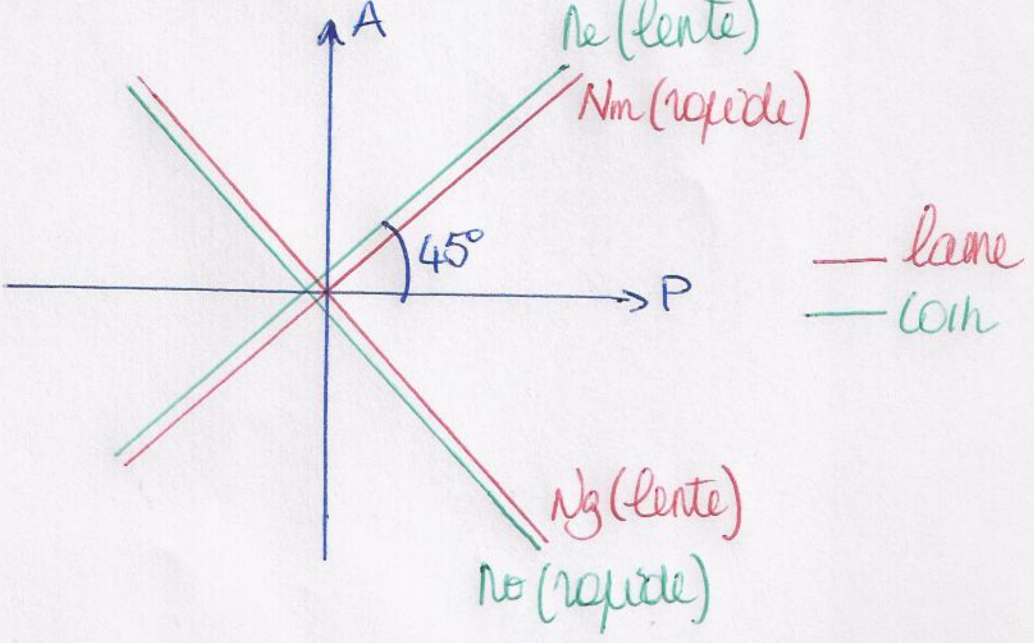
vib lente $N_g$

Dans le coin de quartz, uniaxe ⊕ donc $n_e > n_o$,

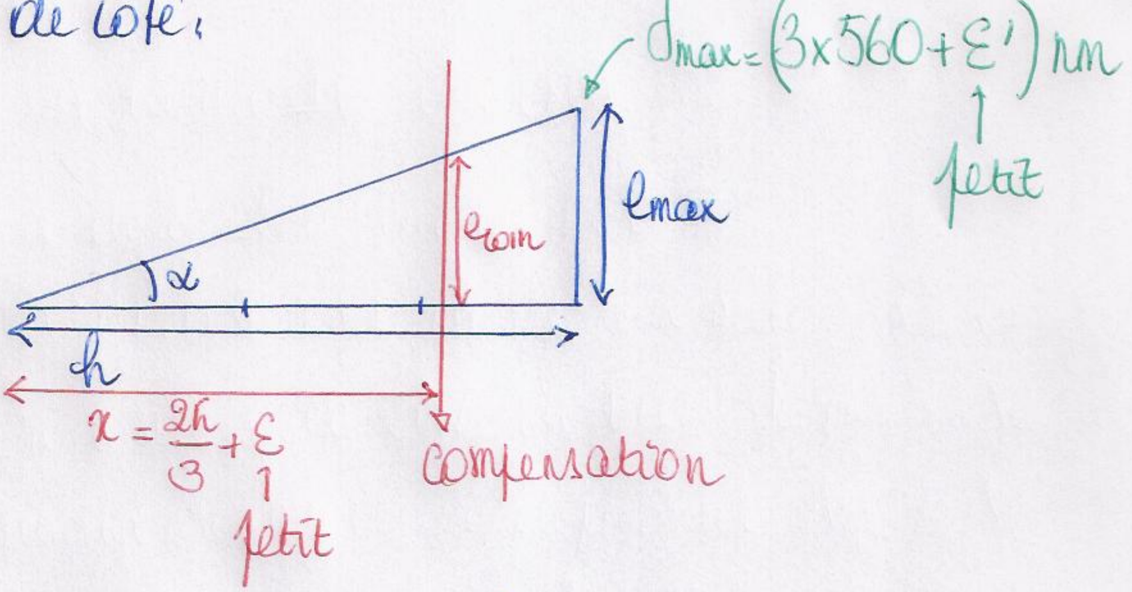
vib. rapide $n_o$

vib. lente $n_e$.

Donc :



b) Coin vu de côté :




On a compensation lorsque $\delta_{lame} = \underbrace{\delta_{coin}}_{\Delta n_g . e_{coin}}$ où $e_{coin}$ est associé à l'abscisse $x = \frac{2h}{3} + \varepsilon$ avec $\varepsilon$ petit.

Si $\alpha$ est l'angle du coin : $\tan\alpha = \frac{e_{coin}}{x} \leftrightarrow e_{coin} = x\tan\alpha$.

On a alors : $\delta_{lame} = \delta_{coin} = \Delta n_g . x\tan\alpha$. (1)

Pour l'abscisse maximale $h$ du coin, on a :

$$\delta_{max} = \Delta n_g . \underbrace{e_{max}}_{h\tan\alpha} = \Delta n_g . h\tan\alpha \quad (2).$$

Alors : $\frac{(1)}{(2)}$ : $\boxed{\frac{\delta_{lame}}{\delta_{max}} = \frac{x}{h}}$

$$\delta_{lame} = \delta_{max} . \frac{x}{h}$$

$$= \underbrace{(3 \times 560 + \varepsilon')}_{\gtrsim 3 \times 560} . \frac{\frac{2h}{3} + \varepsilon}{h} \gtrsim \frac{2}{3}$$

D'où $\delta_{lame} \gtrsim 2 \times 560\,nm \in 3^{o}$ ordre.

On a donc : $\delta_{lame} = 1151\,nm$.

Comme $\delta_{lame} = (N_g - N_m)e \longleftrightarrow e = \dfrac{\delta_{lame}}{N_g - N_m}$ — $0{,}105\,mm$.

2°) La lame $L_2$ est taillée ⊥ment à $(N_p)$

schéma de la lame....

→ les états-φ sont associés aux indices $N_m$ et $N_g$.
On a alors la diff. de LCO : $\delta = (N_g - N_m)e$
à laquelle on associe le déphasage $\Delta\varphi = k\delta$.

a) A la sortie de la lame, les états-φ, déphasés de $\Delta\varphi$, voyagent à la m̄ vitesse et recomposent généralement une polarisation elliptique.

Mais, si $\Delta\varphi = 2m\pi$, on est dans un cas de lame-onde où les états-φ sortent en phase de la lame et recomposent une polarisation linéaire avec :

$$\underbrace{\vec{E}_{sortant} \,//\, \vec{E}_{entrant} \,//\, P \perp A}$$

$\vec{E}_{sortant} \perp A$ : extinction, donc cannelure noire.

Les $\lambda$ pour lesquels la lame est onde sont :

$$\Delta\varphi = k\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(N_g - N_m)e = 2m\pi$$

$$\hookrightarrow \lambda = \frac{(N_g - N_m)e}{m}.$$

b) On remarque que $\lambda \nearrow$ lorsque $m \searrow$.

On calcule alors $m_{min}$ associé à $\lambda_{max}$ :

$$m_{min} = \frac{(N_g - N_m)e}{\lambda_{max}} = 6,16 \text{ soit } 7$$

On calcule alors $m_{max}$ associé à $\lambda_{min}$ :

$$m_{max} = \frac{(N_g - N_m)e}{\lambda_{min}} = 11,55 \text{ soit } 11.$$

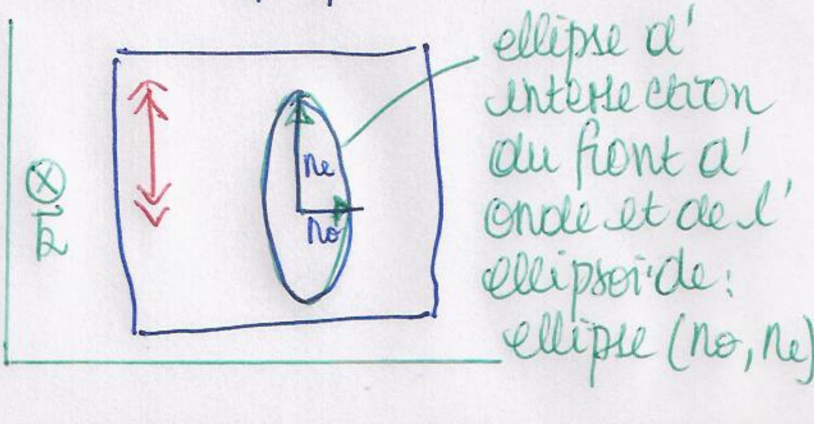
Alors :

| $m$ | $\lambda = \frac{(N_g - N_m)e}{m}$ ($\mu m$) |
|---|---|
| 7 | 0,66 |
| 8 | 0,5775 |
| 9 | 0,5133 |
| 10 | 0,462 |
| 11 | 0,42 |

Exercice 10

1°) La lame est taillée //ment à l'axe optique :

lame vue de face

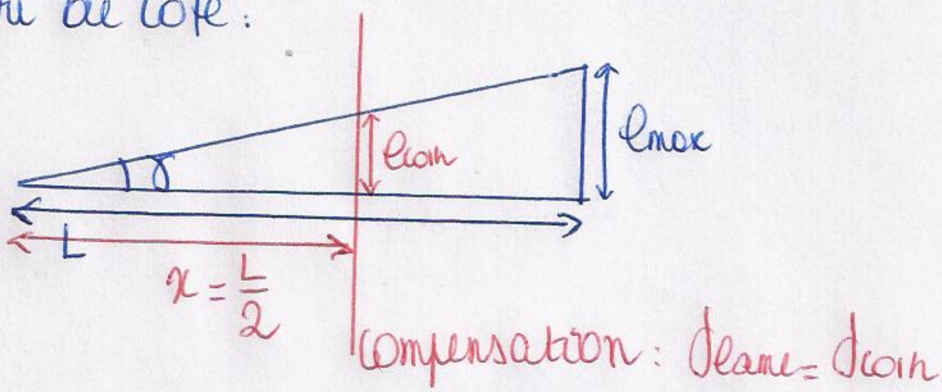


↳ les états-P sont associés aux indices $n_o$ et $n_e$.
La diff de LCO est alors $\delta = (n_e - n_o)e$ à laquelle on associe le déphasage $\Delta\varphi = k.\delta$

a) Teinte indigo 2° ordre $\xrightarrow[\text{échelle des teintes}]{}$ $\delta = 589\,nm$

↳ $e = \dfrac{\delta}{n_e - n_o} = 11{,}3\,\mu m.$

b) coin vu de côté :




On a compensation lorsque :

$$\delta_{lame} = \underbrace{\delta_{coin}}_{\Delta n . \underbrace{e_{coin}}_{\tan\gamma = \frac{e_{coin}}{x} \leftrightarrow e_{coin} = x \tan\gamma}} = \Delta n . x \tan\gamma$$

On nous donne $x = \dfrac{L}{2}$

↳ $\underbrace{\delta_{lame}}_{589\,nm} = \delta_{coin} = \underbrace{\Delta n}_{0{,}01} \dfrac{\overset{0{,}03\,m}{L}}{2} \tan\gamma$

↳ $\tan\gamma = \dfrac{2\delta_{lame}}{\Delta n\, L} \leftrightarrow \gamma = 3{,}93.10^{-3}\,rad$
$= 0{,}225°$

c) Il nous faut déterminer l'ordre associé à $\delta_{max}$ :

$$\delta_{max} = \Delta n \underbrace{e_{max}}_{L \tan\gamma} = \Delta n L \tan\gamma$$

A.N. : $\delta_{max} = 1178$ nm ; on a $\frac{\delta_{max}}{560} = 2{,}1$ soit 3° ordre. (en nm)

On peut alors observer 2TS lorsque $\delta$ varie de 0 à $\delta_{max}$.

2°) Cette autre lame est encore taillée ⊥ment à l'axe optique.
Les états-$\varphi$ sont donc encore associés à $n_o$ et $n_e$ mais

$$\delta = (n_e - n_o)e'$$

auquel on associe le déphasage $\Delta\varphi = k\delta$.

(Un spectroscope à réseau disperse la lumière comme un prisme)

Pour $\Delta\varphi$ qcq, les états-$\varphi$ recomposent à la sortie de la lame une polarisation elliptique.
Mais, si $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$, on est dans un cas de lame 1/2 onde où les états-$\varphi$ sortent en opposition de phase de la lame et recomposent une polarisation linéaire. De plus, comme $\alpha = \frac{\pi}{4}$, on a :

$$\underbrace{\vec{E}_{sortant} \perp \vec{E}_{entrant} \,//\, P \,//\, A}_{\vec{E}_{sortant} \perp A \text{ : extinction.}}$$

Les $\lambda$ pour lesquelles la lame est 1/2-onde vérifient donc

$$\underbrace{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)e' = (2m+1)\pi}_{\lambda = \frac{(n_e-n_o)e'}{m+1/2}}$$

On remarque que $\lambda \uparrow$ lorsque $m \downarrow$.

On calcule donc $m_{min}$ associé à $\lambda_{max}$ :

$$m_{min} = \frac{(n_e-n_o)e'}{\lambda_{max}} - \frac{1}{2} = 6{,}43 \text{ soit } 7$$

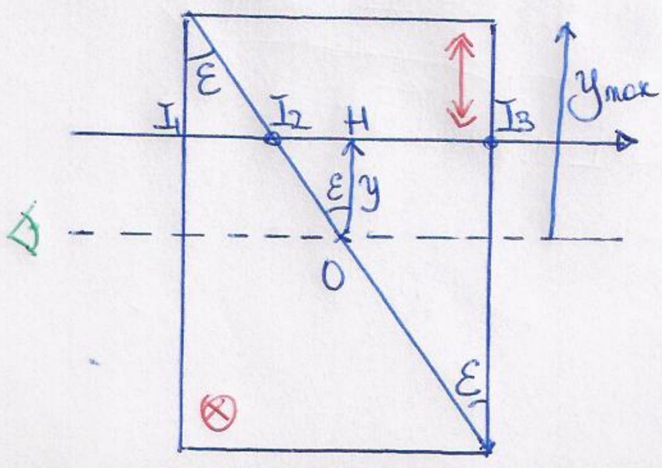
On calcule donc $m_{max}$ associé à $\lambda_{min}$ :

$$m_{max} = \frac{(n_e-n_o)e'}{\lambda_{min}} - \frac{1}{2} = 12{,}5 \text{ soit } 12.$$

Alors :

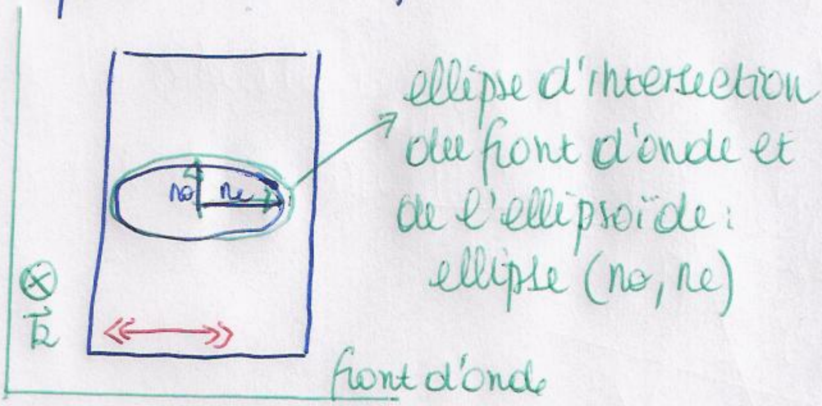
| $m$ | $\lambda = \frac{(n_e-n_o)e'}{m+1/2}$ ($\mu m$) |
|---|---|
| 7 | 0,6933 |
| 8 | 0,6118 |
| 9 | 0,5474 |
| 10 | 0,4952 |
| 11 | 0,4522 |
| 12 | 0,4160 |

3°)

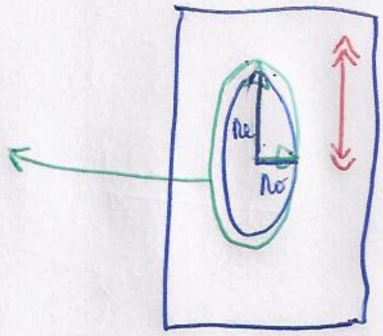


Comme dans un exo précédent, il faut trouver les indices associés aux états-$\varphi$ :

1° prisme vu de face




2° prisme vu de face




état-$\varphi$ $\rightarrow$ associé à $n_e$

état-$\varphi$ $\uparrow$ associé à $n_o$

MAIS

état-$\varphi$ $\rightarrow$ associé à $n_o$

état-$\varphi$ $\uparrow$ associé à $n_e$

La dif de LCO $\delta = LCO_{\uparrow} - LCO_{\rightarrow}$ est :

$$\left.\begin{aligned} LCO_{\uparrow} &= n_o I_1I_2 + n_e I_2I_3 \\ LCO_{\rightarrow} &= n_e I_1I_2 + n_o I_2I_3 \end{aligned}\right\} \delta = (n_e - n_o)(I_2I_3 - I_1I_2)$$

et $\begin{cases} I_2I_3 = I_2H + HI_3 \\ I_1I_2 = I_1H - HI_2 \end{cases}$ avec $H_1H = HI_3$

$$\hookrightarrow I_2I_3 - I_1I_2 = 2HI_2$$

et $\tan\varepsilon = \dfrac{HI_2}{y} \leftrightarrow HI_2 = y\tan\varepsilon$

Alors : $\boxed{\delta = 2(n_e - n_o)\,y\tan\varepsilon}$

b) A cette diff de LCO, on associe le déphasage $\Delta\varphi = k\delta$.

Pour $\Delta\varphi$ qcq, les états-$\varphi$ recomposent une polarisation

elliptique à la sortie du système des 2 prismes ($\equiv$ lame).
Mais, si $\Delta\varphi = 2m\pi$, on est dans un cas de lame-onde où les états-P sortent en phase du système et recomposent une polarisation linéaire avec

$$\underbrace{\vec{E}_{sortant} \,//\, \vec{E}_{entrant} \,//\, P \perp A}_{\vec{E}_{sortant} \perp A \text{ : extinction.}}$$

Les ordonnées $y$ telles qu'on a une cannelure noire sont données par:

$$\underbrace{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2(n_e - n_o) y \tan\varepsilon = 2m\pi}_{y = m\frac{\lambda}{2(n_e-n_o)\tan\varepsilon}}$$

c) On remarque que $y \nearrow$ lorsque $m \nearrow$.
On calcule alors $m_{max}$ associé à $y_{max}$ (voir schéma):

$$m_{max} = \frac{2(n_e-n_o)y_{max}\tan\varepsilon}{\lambda} = 57{,}43 \text{ soit } 57.$$

En $y=0$, on a une cannelure noire puisque $y=0 \leftrightarrow \delta = 0 \leftrightarrow \Delta\varphi = 0$ (cas de lame-onde avec $m=0$).
Alors de $y=0$ à $y_{max}$, on a 58 cannelures noires.
Pour les $y<0$, on a de façon symétrique 58 cannelures noires de $y=0$ à $-y_{max}$.
Ne comptant pas 2 fois la cannelure noire en $y=0$, on a donc 115 cannelures noires au total.

## Exercice 11

Uniaxe négatif : $n_o > n_e$.

La lame est taillée //ment à l'axe optique

schéma de la lame vue de face...

→ les états sont associés aux indices $n_o$ et $n_e$.

On a alors la diff de LO :

$$\delta = (n_o - n_e)e$$

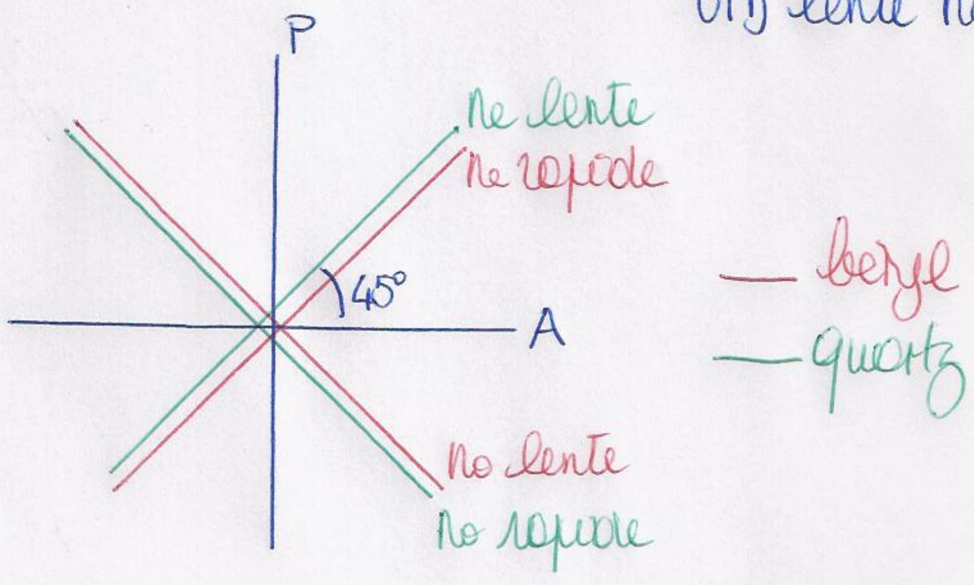
1°) Soit $\delta = 560\,nm$ : il s'agit de la TS de 1° ordre.

2°) Pour qu'il y ait compensation, il faut opposer vibrations lentes et rapides entre lame de béryl et lame de quartz.

Dans le béryl : vib rapide $n_e$
vib lente $n_o$

Dans le quartz (uniaxe ⊕ avec $n_e > n_o$) : vib rapide $n_o$
vib lente $n_e$.

D'où



## exercice 12

1°) a) La face d'entrée de la lame est // (010). On voit sur le schéma de la maille que la lame est donc taillée ⊥ment à ($N_m$).

schéma de la lame vue de face

→ les états-P sont donc associés aux indices $N_p$ et $N_g$. On a alors la diff de LCO :

$$\delta = (N_g - N_p)e.$$

On nous dit que la lame est TS, sans donner l'ordre. Alors :

$$\delta = p.560\ nm \text{ avec } p \text{ inconnu}.$$

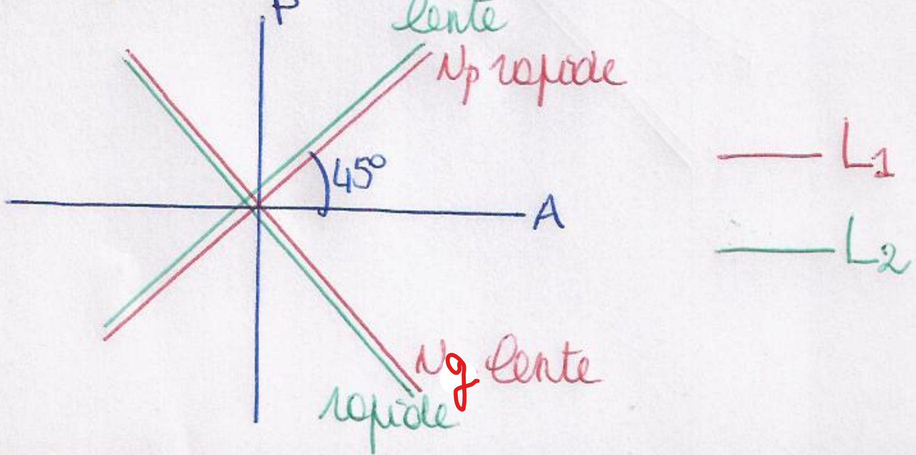
La lame $L_2$ est TS du 1° ordre : $\delta_0 = 560 nm$.

On nous dit qu'en superposant $L_1$ et $L_2$, on est arrivé, dans une certaine configuration, à compenser et voir le noir. C'est que les vib rapides et lentes de $L_1$ et $L_2$ sont opposées :

Dans $L_1$ : vib rapide $N_p$
vib lente $N_g$

On ne connaît pas la nature de $L_2$.

Mais :

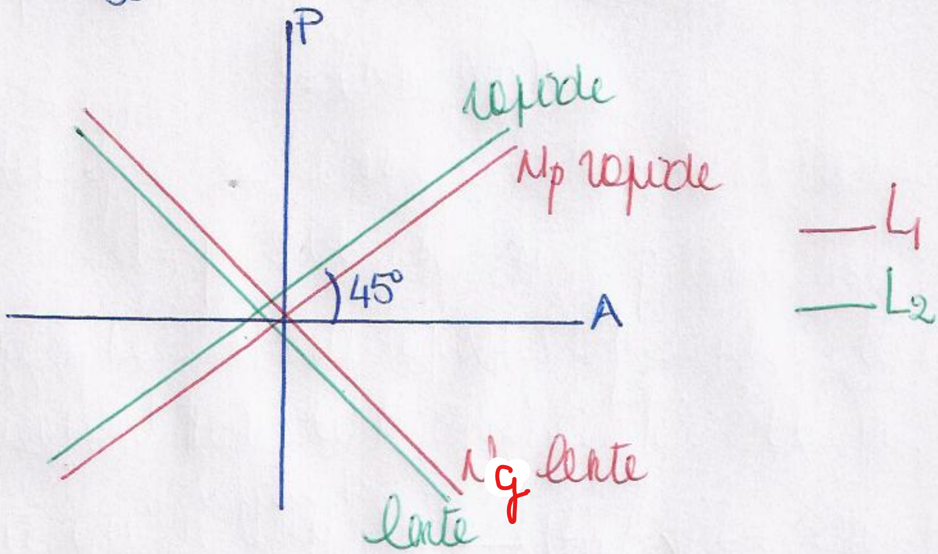


On a alors, lors de la compensation,

$$\underbrace{\delta_{total} = \delta_{L1}}_{(N_g - N_p)e} - \underbrace{\delta_{L2}}_{560\,nm} = 0$$

$$\underbrace{\delta_{L1} = \delta_{L2}}_{560\,nm} \text{ et } \boxed{e = \frac{\delta_{L2}}{N_g - N_p}} \quad (p=1)$$

Tournant $L_2$ de $\frac{\pi}{2}$, on a maintenant :




Dans cette configuration :

$$\delta_{total} = \delta_{L1} + \delta_{L2}$$

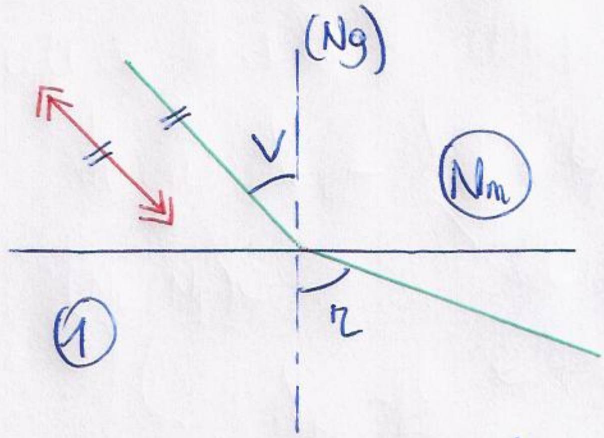
$= 2 \times 560\,nm$ : il est normal d'observer encore une TS.

b) A.N. $\boxed{e = \frac{\delta_{L2}}{N_g - N_p}}$

2°) a) Il faut savoir montrer : $\tan V = \frac{N_g}{N_p} \sqrt{\frac{N_m^2 - N_p^2}{N_g^2 - N_m^2}}$

A.N : $V = 27{,}86°$ soit $2V = 55{,}72°$ (biaxe ⊕).

b)




Si l'onde se propage //ment à un axe optique dans le cristal, ce dernier se comporte comme un milieu isotrope d'indice Nm (car autour de l'axe, l'indice est est et vaut Nm). On peut alors appliquer Snell-Descartes:

$$N_m \sin V = \sin r$$

↳ $r \simeq 53°$.