

Rappels sur la biréfringence

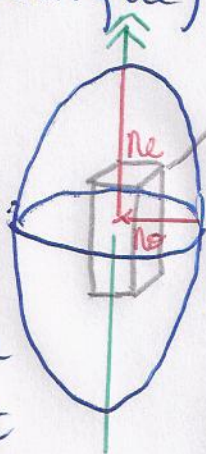
1°) Ellipsoïdes des indices

Dans les milieux anisotropes tels que le sont les roches, l'indice de réfraction se colque sur la géométrie de la maille cristalline. On distingue alors:

→ les milieux uniaxes dont la maille présente un axe cristalllographique d'ordre supérieur à 2 (hexagonal, quadratique, rhomboédrique):

systemes (n_o, n_e) :

La direction de n_e coïncide avec celle de l'axe cristalllographique d'ordre supérieur et est dite axe optique \uparrow du système. Autour de cet axe, l'indice est constant (et vaut ici n_o).

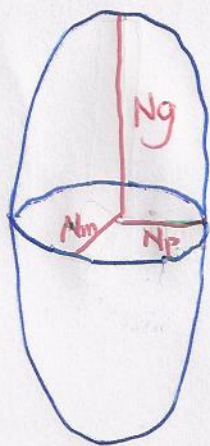


exemple: maille quadratique

ellipsoïde à base circulaire de rayon n_o .

$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } n_e > n_o: \text{uniaxe } \oplus \\ \text{si } n_e < n_o: \text{uniaxe } \ominus \end{array} \right.$

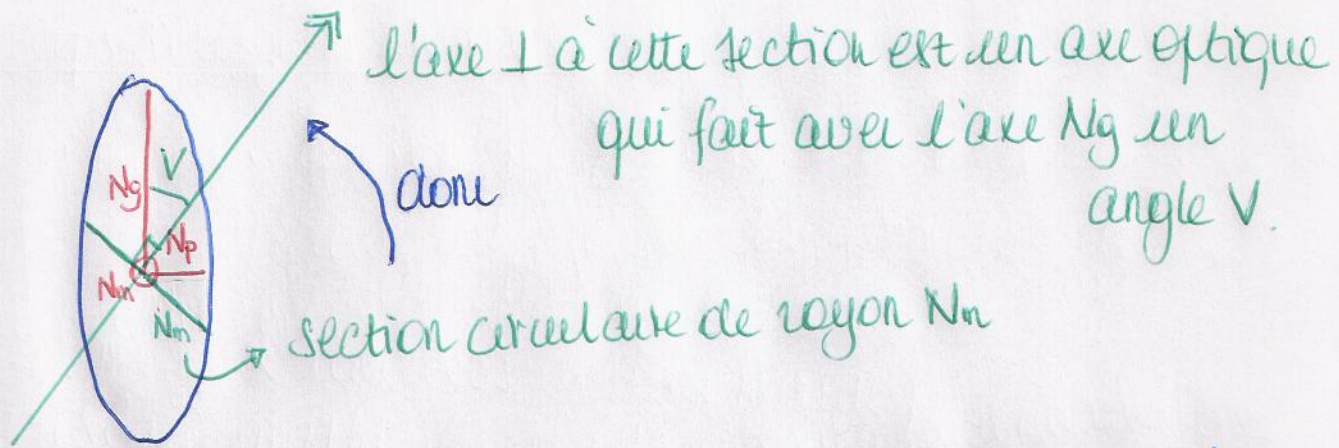
→ les milieux biaxes (orthorhombique, mono- et tricliniques) dans lesquels on distingue 3 indices principaux (N_p, N_m, N_g)



ellipsoïde à base elliptique.

Les systèmes présentent 2 axes optiques; en effet, l'au-

fait l'ellipsoïde comme suit :



On a démontré dans le cours, et redémontrons dans les exos que :

$$\tan V = \frac{N_g}{N_p} \sqrt{\frac{N_m^2 - N_p^2}{N_g^2 - N_m^2}}$$

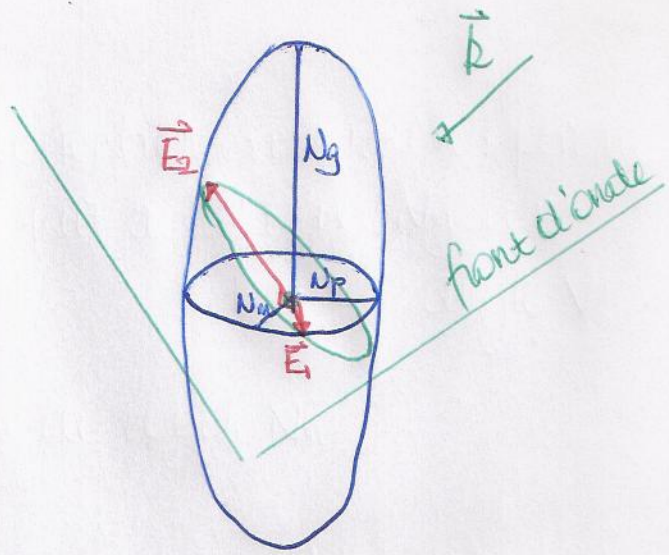
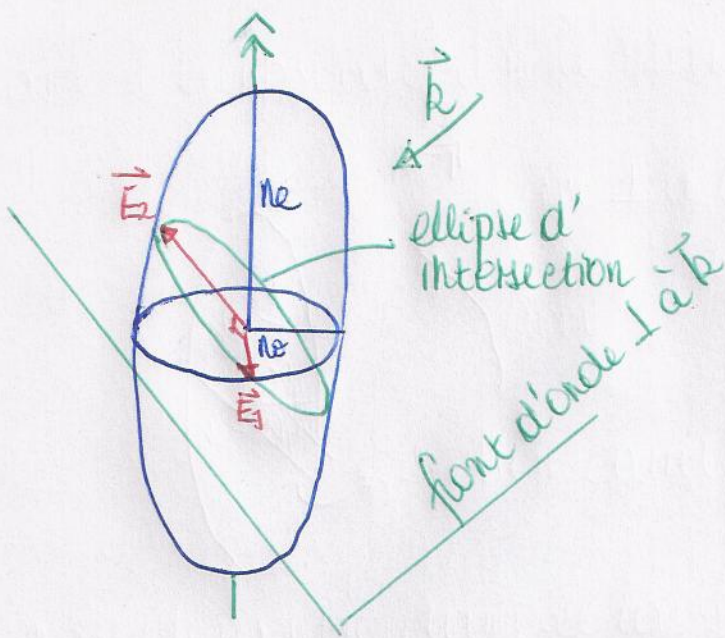
le second axe optique est symétrique de 1° par rapport à l'axe N_g .

$$\begin{cases} \text{si } V < 45^\circ, \text{ biaxe } \oplus \\ \text{si } V > 45^\circ, \text{ biaxe } \ominus. \end{cases}$$

2°) Birefringence

dorsqu'une onde incidente \vec{E} arrive dans un cristal, elle se décompose, dans le plan \perp à \vec{k} , soit le front d'onde, en 2 états- Φ \perp (composantes de \vec{E} dans le front d'onde) : c'est le phénomène de birefringence.

Ces états- Φ , \vec{E}_1 et \vec{E}_2 , sont les $1/2$ -gd axes de l'ellipse d'intersection du front d'onde incident et de l'ellipsoïde. On a donc :



des indices associés aux états-P sont les longueurs des 1/2-gd axes:

$$n_1 = n_o \quad \forall \vec{k}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_o \leq n_2 \leq n_e \text{ selon la dir. de } \vec{k} \text{ si uniaxe } \oplus \text{ avec } n_e > n_o \\ n_e \leq n_2 \leq n_o \text{ si uniaxe } \ominus \text{ ou } n_e < n_o. \end{array} \right.$$

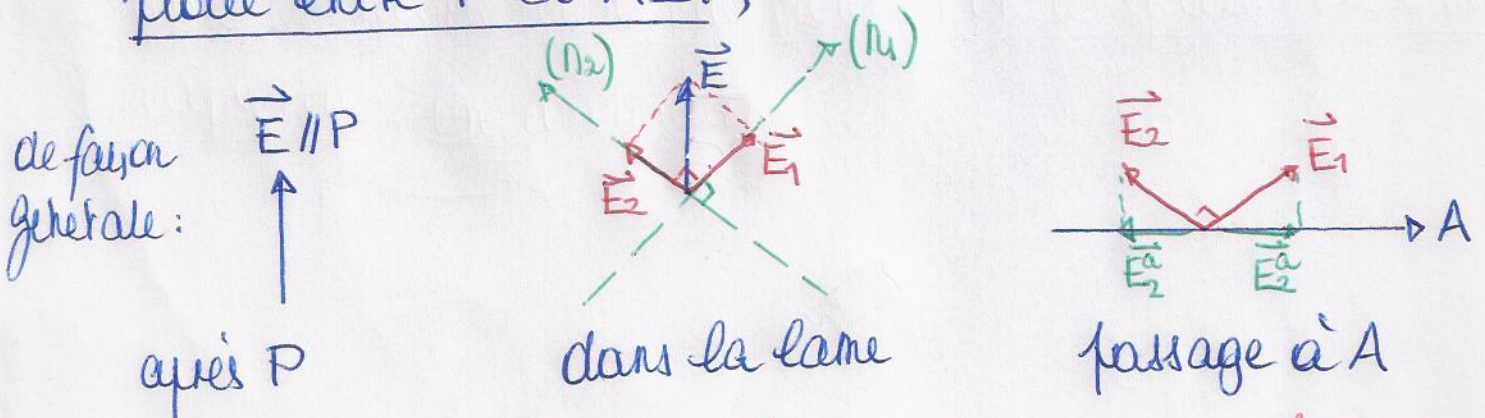
$$n_p \leq n_1 \leq n_m$$

$$n_{p,m} \leq n_2 \leq n_g \text{ selon la dir. de } \vec{k}$$

si $\vec{k} \parallel n_p$, $n_1 = n_m$ et $n_2 = n_g$
 $\parallel n_m$, $n_1 = n_p$ et $n_2 = n_g$
 $\parallel n_g$, $n_1 = n_p$ et $n_2 = n_m$.

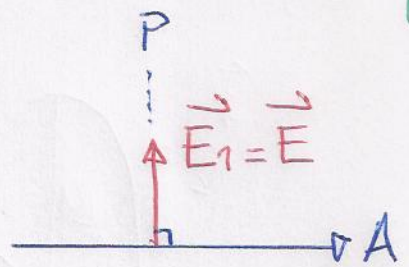
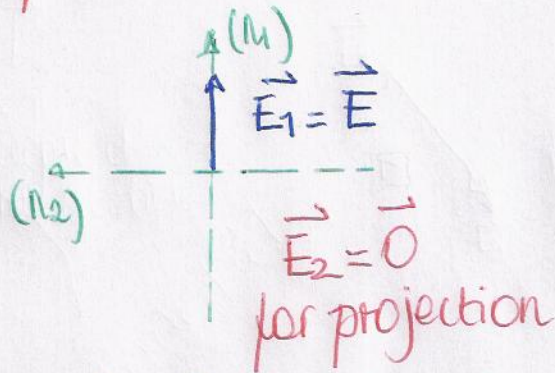
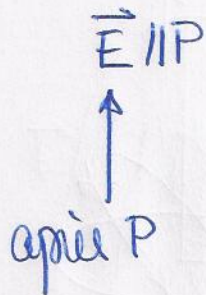
si $\vec{k} \parallel n_o$, $n_2 = n_e$.

lignes neutres: les directions de \vec{E}_1 et \vec{E}_2 , donc les demi-gd axes de l'ellipsoïde d'intersection, sont dites lignes neutres de la lame. Car, si une lame est placée entre P et AIP,



Mais, tournant la lame de façon à ce que ses lignes

neutres soient superposées à P et A,



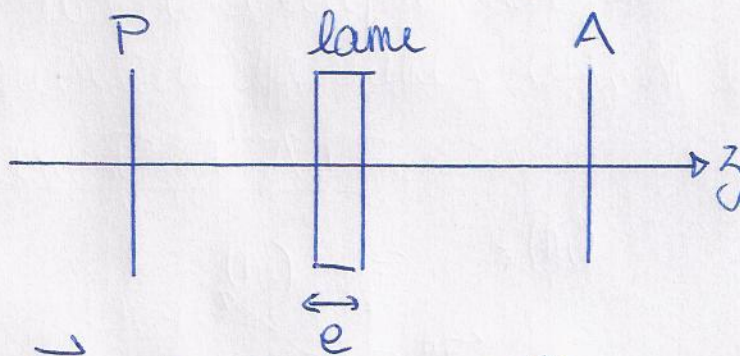
dans la lame, plus de biréfringence

passage à A:
EXTINCTION!
(se reproduisant tous les 90° lors de la rotation)

⇒ si $\vec{k} \parallel$ un des axes optiques, le cristal n'est plus biréfringent. Car les 2 états Φ sont alors associés au \vec{m} induit (n_o dans un axe et n_m dans l'autre). Ils voyagent alors à la même vitesse dans le cristal et recomposent à t instant t le champ \vec{E} initial.

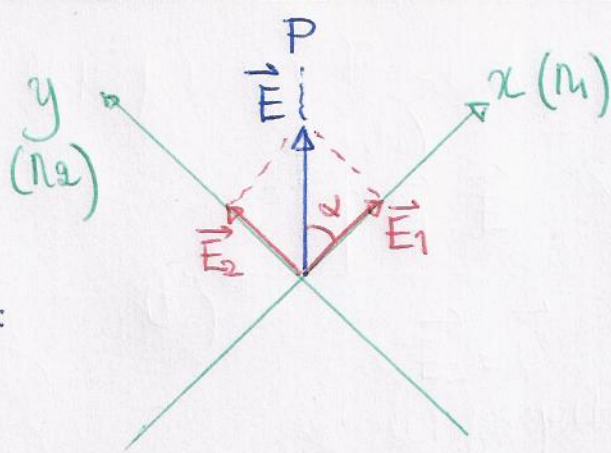
3°) Polarisation induite par la traversée d'une lame

Reprenant le cas d'une lame placée entre P et A:



* après P: $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{z}$

* dans la lame:



— lignes neutres

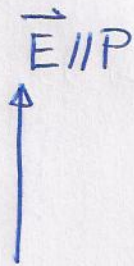
Birefringence:

A la sortie de la lame:
$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_0 \cos \alpha \cdot \cos(kL\omega_1 - \omega t) \hat{x} \\ \vec{E}_2 = E_0 \sin \alpha \cdot \cos(kL\omega_2 - \omega t) \hat{y} \end{cases}$$

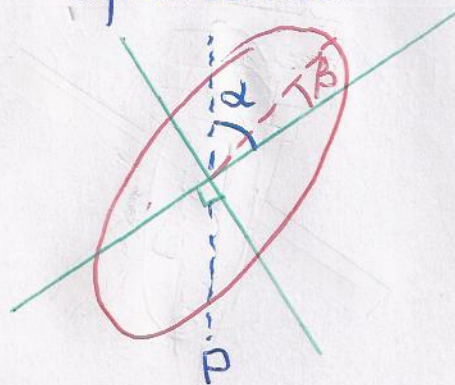
soit:
$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_0 \cos \alpha \cdot \cos(\varphi_1) \hat{x} \\ \vec{E}_2 = E_0 \sin \alpha \cdot \cos(\varphi_1 + \Delta\varphi) \hat{y} \end{cases}$$
 avec $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k(n_2 - n_1)L$

Après la lame, ces états-P voyagent à la \tilde{v} vitesse et se recomposent généralement un champ \vec{E} polarisé elliptiquement:

avant lame:



après lame:



On a montré dans le cours, et redémontrons dans les exos, que: $\tan 2\beta = \tan 2\alpha \cdot \cos \Delta\varphi$

a) cas particulier n°1: lame-onde

Si $\Delta\varphi = 2m\pi$, les états-P sortent en phase de la

lame et recombent une pol. linéaire // à la polarisation entrante (puisque $\tan 2\beta = \tan 2\alpha \cdot \underbrace{\cos 2m\pi}_1$)
 Soit. $\hookrightarrow \beta = \alpha$.

$$\vec{E}_{\text{sortant}} \parallel \vec{E}_{\text{entrant}} \parallel P$$

Si, après la lame, $A \perp P$:

$$\vec{E}_{\text{sortant}} \parallel \vec{E}_{\text{entrant}} \parallel P \perp A$$

$\vec{E}_{\text{sortant}} \perp A$: extinction.

Si, après la lame, $A \parallel P$:

$$\vec{E}_{\text{sortant}} \parallel \vec{E}_{\text{entrant}} \parallel P \parallel A$$

$\vec{E}_{\text{sortant}} \parallel P$: transmission maximale.

Lorsque $\Delta\varphi = 2m\pi$, on est dans un cas de lame-onde des λ tels que la lame est onde sont.

$$\Delta\varphi = kd = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 - n_1)e = 2m\pi$$

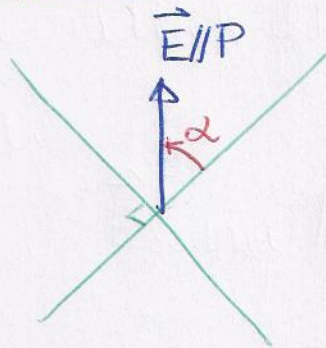
$$\lambda = \frac{(n_2 - n_1)e}{m}$$

b) cas particulier n°2: lame-1/2 onde

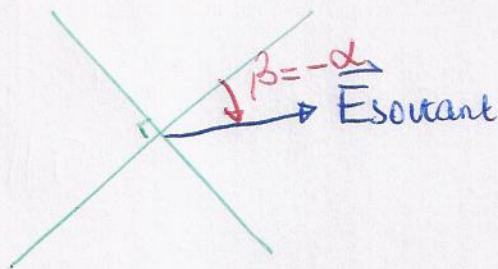
Si $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$, les états-P sortent en opposition de phase de la lame et recombent une pol. linéaire symétrique de la pol. entrante par rapport aux lignes neutres (puisque $\tan 2\beta = \tan 2\alpha \cdot \underbrace{\cos (2m+1)\pi}_{-1}$).

$$\hookrightarrow \beta = -\alpha$$

avant lame



après lame



Sous-cas particulier: $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Alors

$$\boxed{\vec{E}_{\text{sortant}} \perp \vec{E}_{\text{entrant}} \parallel P}$$

$$\text{Si } A \perp P: \vec{E}_{\text{sortant}} \perp \vec{E}_{\text{entrant}} \parallel P \perp A$$

$\vec{E}_{\text{sortant}} \parallel A$: transmission maximale

$$\text{Si } A \parallel P: \vec{E}_{\text{sortant}} \perp \vec{E}_{\text{entrant}} \parallel P \parallel A$$

$\vec{E}_{\text{sortant}} \perp A$: extinction

Lorsque $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$, on est dans un cas de lame dit lame 1/2-onde.

des λ tels que la lame est 1/2-onde sont,

$$\Delta\varphi = k\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 - n_1)e = (2m+1)\pi$$

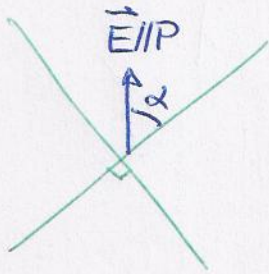
$$\boxed{\lambda = \frac{(n_2 - n_1)e}{m + 1/2}}$$

c) Cas particulier n°3: cas de lame 1/4-onde

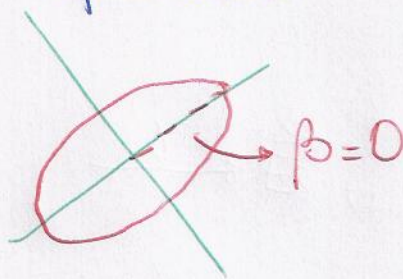
Si $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + m\pi$, les états-P sortent en quadrature de phase de la lame et recombosent généralement une polarisation elliptique, mais alignée selon les lignes neutres de la lame (puisque $\tan 2\beta = \tan 2\alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + m\pi\right) =$

$$0 \leftrightarrow \beta = 0$$

avant lame:



après lame:



Sous-cas particulier: $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Alors:

$$E_{o1} = E_{o2}$$

$$E_o \cos \alpha \quad E_o \sin \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}/2} \quad \frac{\sqrt{2}/2}$$

la polarisation sortante est alors **circulaire**.

On dit qu'on est dans un cas de **lame 1/4-onde** associé avec λ :

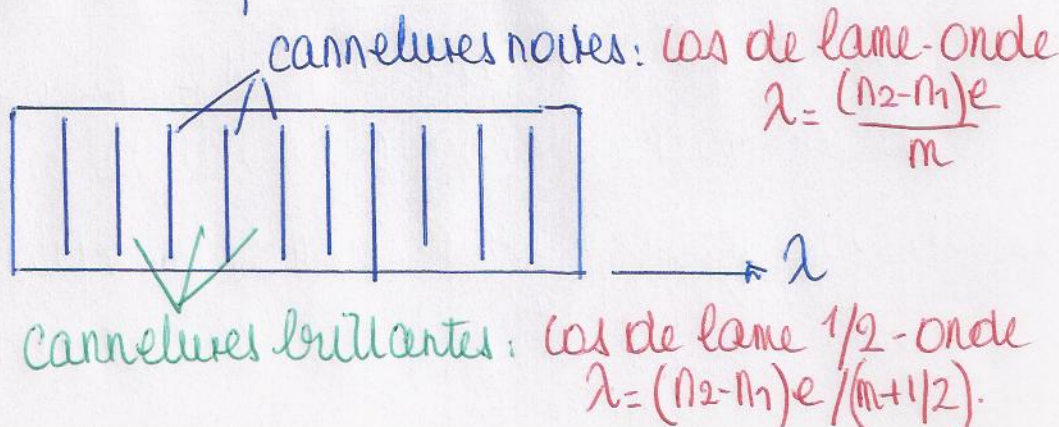
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 - n_1) e = \left(\frac{1}{2} + m\right)\pi$$

$$\lambda = \frac{2(n_2 - n_1)e}{m + 1/2}$$

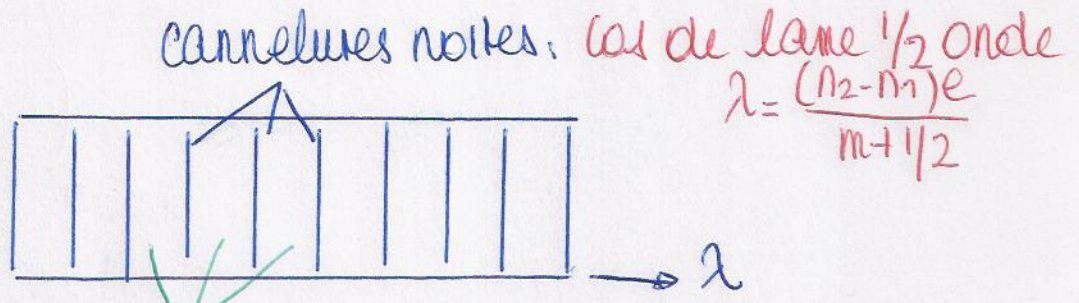
d) Spectres cannelés

Si le montage (P + lame + A) est éclairé en lumière blanche, et que la lumière sortante est dispersée par un prisme, on a alors formation de **cannelures sombres et brillantes**, soit un spectre cannelé:

si $A \perp P$:



Si A // P:



cannelures noires: cas de lame $\frac{1}{2}$ onde

$$\lambda = \frac{(n_2 - n_1)e}{m + 1/2}$$

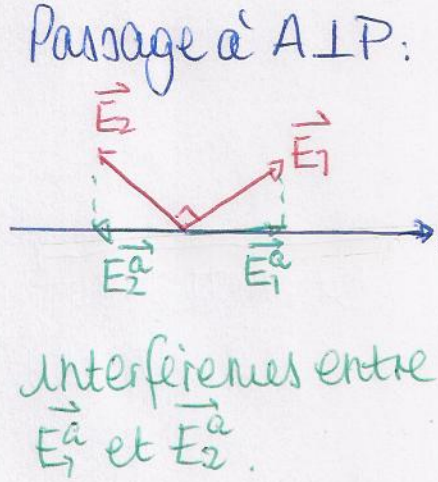
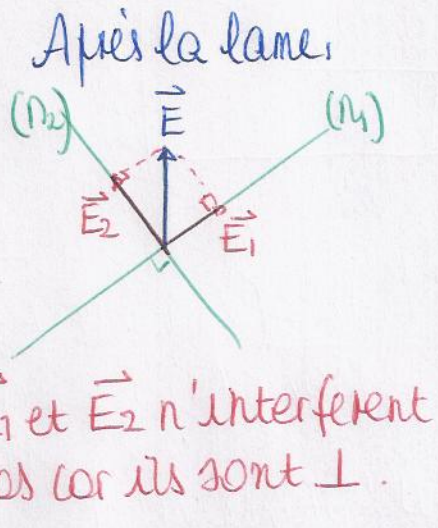
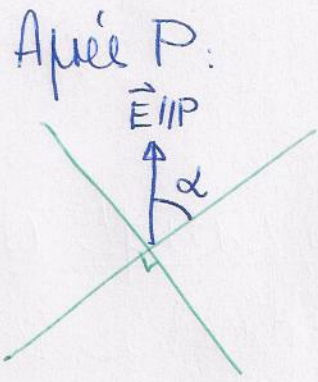
cannelures brillantes: cas de lame-onde

$$\lambda = \frac{(n_2 - n_1)e}{m}$$

Dans les 2 cas, on remarque que $\lambda \uparrow$ lorsque $m \downarrow$. Aussi m_{\max} entier associé à λ_{\min} ($= 400 \text{ nm}$) et m_{\min} entier associé à λ_{\max} ($= 800 \text{ nm}$).

4°) Microscope polarisant en mode orthoscopique.

En mode orthoscopique, la lame est écartée sous incidence normale et le microscope se réduit alors au montage (P + lame + A) précédent. Soit:



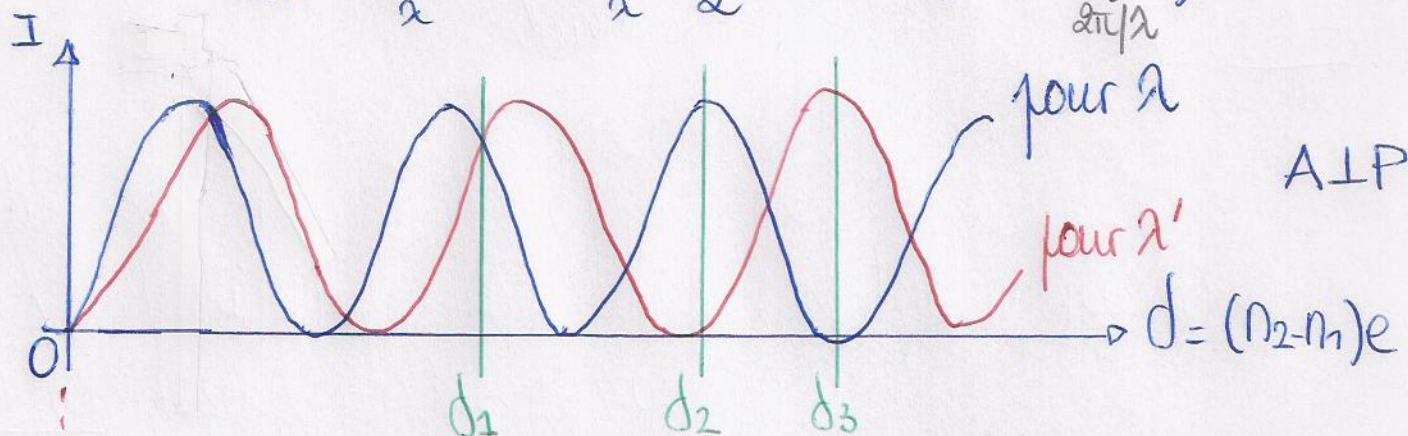
On a montré dans le cours, et redémontrons dans les exos, que \vec{E}_1^a et \vec{E}_2^a interfèrent au niveau de A pour donner, pour 1λ :

$$I_\lambda = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\alpha (1 - \cos \Delta\varphi)$$

$\hookrightarrow k(n_2 - n_1)e$

la source de lumière est blanche. Mais on sait que de λ différents n'interferent pas si bien que:

$$I_{\text{tot}} = \sum_{\lambda} I_{\lambda} = \sum_{\lambda} \frac{I_0}{2} \sin^2 2\alpha \left(1 - \cos \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$



NOIRE : rouge + bleue bleue rouge : teintes observables

On comprend alors que la teinte observée au microscope correspond à la superposition, à d fixée (d pour une lame est tjs fixée puisque $(n_2 - n_1)$ caractéristique du matériau, et e est l'épaisseur de la lame), des profils d'interférences relatif à chaque λ .

A $d=0$, la teinte observée est noire car $I_{\lambda} = 0 \forall \lambda$.

d'échelle des teintes est cyclique, elle se répète tous les 560 nm (sauf au 1^{er} ordre à cause de la teinte noire). On définit alors l'ordre p d'une lame:

si $(p-1)560 \text{ nm} < d \leq p \cdot 560 \text{ nm}$: ordre p .

Pour trouver l'ordre d'une lame, on utilise une lame auxiliaire (généralement un coin de quartz) et on cherche le phénomène de compensation.

Définissant les vibrations n_p et n_g , rapide et lente, plutôt que n_1 et n_2 , l'idée est d'opposer vibrations lentes et rapides entre la lame et la lame auxiliaire:



L'écart entre les vibrations ↗ et ↖ diminue alors. Soit

$$d_{\text{total}} = d_{\text{lame}} - d_{\text{aux}}$$

Si la lame auxiliaire est un coin, on a: $d_{\text{aux}} = \Delta n_{\text{aux}} e_{\text{coin}}$ et en enfouissant le coin, $e_{\text{coin}} \uparrow$ jusqu'à arriver à une valeur où $d_{\text{lame}} = d_{\text{aux}}$ si bien que $d_{\text{total}} = 0$. La teinte est alors noire et on détermine l'ordre de la lame en observant le nbre de teintes sensibles ($d_{\text{TS}} = p \cdot 560 \text{ nm}$) séparant 2 ordres consécutifs que l'on observe lors de l'enfoncement du coin jusqu'à obtention du noir.

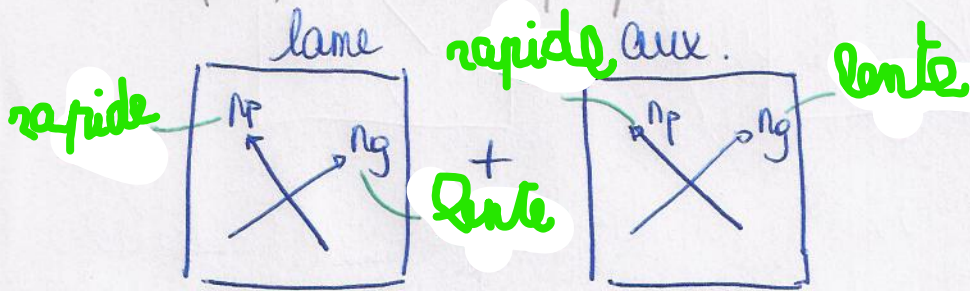
d	teintes PIA
\emptyset	NOIR
Ordre 1	si $d_{\text{lame}} \in 1^{\circ} \text{ ordre}$, 0 TS
Ordre 2	si $d_{\text{lame}} \in 2^{\circ} \text{ ordre}$, 1 TS
Ordre 3	si $d_{\text{lame}} \in 3^{\circ} \text{ ordre}$, 2 TS
	⋮

Si on observe N TS, Ordre (N+1).

dorsque $d_{\text{lame}} = d_{\text{aux}}$, on dit que la lame auxiliaire
compense la dif. de marche introduite par la lame.

d'opposition de (n_p, n_g) lame par rapport à (n_p, n_g) lame
auxiliaire est la condition nécessaire à la compensation

En effet, si on superpose:



l'écart entre les vibrations ↗ et ↖ ne fait qu'augmenter
si bien que:

$$d_{\text{total}} = d_{\text{lame}} + d_{\text{aux}}$$

et on ne peut obtenir $d_{\text{total}} = 0$.
