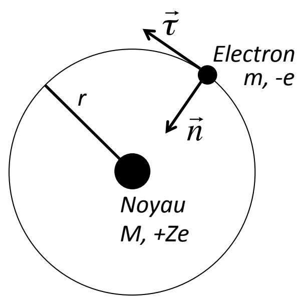
Collège
Sciences et technologies

Année 2020-2021
CYCLE PREPARATOIRE – DEVOIR SURVEILLE N°1
Epreuve : Chimie générale (CPI101)
Date : 23 octobre 2020
Durée : 1h30
Sans documents, calculatrice autorisée
Epreuve de MM. Castet, Crespos, Hannachi

Exercice 1. Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène (6 points)

On considère l'atome d'hydrogène constitué d'un noyau (de charge +*Ze*) et d'un électron (de charge -*e*), de masses respectives M et *m*. On utilise le repère de Frenet pour décrire le mouvement de l'électron se déplaçant à vitesse constante sur une orbite de rayon *r*. La force de Coulomb $\vec{F_C}$ s'exerçant sur l'électron est parallèle à son accélération $\vec{a}$.



$$\vec{F_C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Ze^2}{r^2}\vec{n}$$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

1) Ecrire l'équation de Newton pour ce système, et en déduire l'expression de l'énergie cinétique de l'électron en fonction du rayon *r*. **(1 pt)**

$$\vec{F_C} = m\vec{a}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Ze^2}{r^2}\vec{n} = m\frac{v^2}{r}\vec{n}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Ze^2}{r} = mv^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \times \frac{Ze^2}{r}$$

2) D'après le second postulat de Bohr, *les orbites stationnaires sur lesquelles circule l'électron se limitent à celles pour lesquelles le produit de la quantité de mouvement et de la longueur de l'orbite, est un multiple entier de la constante de Planck.* Ecrire la relation mathématique correspondant à ce postulat, et exprimer la vitesse de l'électron en fonction du rayon orbital. **(0,5 pt)**

$$mv \times 2\pi r = nh \Rightarrow v = \frac{nh}{2\pi mr}$$

3) En déduire une nouvelle expression de l'énergie cinétique de l'électron en fonction du rayon orbital. (**0,5 pt**)

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{nh}{2\pi mr}\right)^2 = \frac{n^2h^2}{8\pi^2mr^2}$$

4) En égalisant les expressions obtenues aux questions 1 et 3, exprimer le rayon des orbites en fonction du nombre quantique introduit dans le postulat de Bohr. (**0,5 pt**)

$$\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\times\frac{Ze^2}{r} = \frac{n^2h^2}{8\pi^2mr^2} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon_0h^2}{\pi me^2}\frac{n^2}{Z}$$

5) Calculer le rayon des deux premières orbites ($n = 1$ et $n = 2$). (**1 pt**)

$$r_1 = 5{,}29\ 10^{-11}\ m = 0{,}529\ \text{Å}$$

$$r_2 = 2{,}12\ 10^{-10}\ m = 2{,}12\ \text{Å}$$

6) A partir de l'expression obtenue à la question 2, calculer la vitesse de l'électron lorsqu'il se trouve sur les orbites $n = 1$ et $n = 2$. (**1 pt**)

$$v_n = \frac{nh}{2\pi mr_n}$$

$$v_1 = \frac{1\times h}{2\pi mr_1} = \frac{h}{2\pi m}\times\frac{\pi me^2Z}{\varepsilon_0h^21^2} = \frac{e^2Z}{2\varepsilon_0h} = 2{,}19\ 10^6\ m/s$$

$$v_2 = \frac{2\times h}{2\pi mr_2} = \frac{h}{\pi m}\times\frac{\pi me^2Z}{\varepsilon_0h^22^2} = \frac{e^2Z}{4\varepsilon_0h} = 1{,}09\ 10^6\ m/s$$

7) En utilisant la relation de De Broglie et l'expression de la vitesse de l'électron obtenue à la question 2, exprimer la longueur d'onde associée à l'électron en fonction du rayon orbital. (**0,5 pt**)

$$\lambda = \frac{h}{mv} \text{ et } v_n = \frac{nh}{2\pi mr_n}$$

$$\Rightarrow \lambda_n = \frac{2\pi r_n}{n}$$

8) Calculer les longueurs d'onde correspondant aux orbites $n = 1$ et $n = 2$. (**1 pt**)

$$\lambda_1 = 2\pi r_1 = \frac{2\varepsilon_0h^2}{me^2} = 3{,}32\ 10^{-10}\ m = 3{,}32\ \text{Å}$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi r_2}{2} = \frac{4\varepsilon_0h^2}{me^2} = 6{,}65\ 10^{-10}\ m = 6{,}65\ \text{Å}$$

Exercice 2. Transitions électroniques dans les systèmes hydrogénoïdes (5 points)

1) On considère l'ion hydrogénoïde formé à partir du lithium. Quelle est la charge de cet ion ? **(0,5 pt)**

Li^{2+}

2) Donner l'expression permettant de calculer la longueur d'onde associée à une transition électronique entre deux niveaux énergétiques *n* et *m* (*n* < *m*) de cet ion. **(0,5 pt)**

$$\frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

3) L'ion absorbe un photon de longueur d'onde 108 Å à partir de son état fondamental. Sur quel niveau d'énergie *m* l'électron se trouve-t-il après cette absorption ? **(1 pt)**

$m = 4$

4) De combien de longueurs d'ondes différentes le spectre d'émission de cet ion est-il constitué lors de son retour à l'état fondamental ? **(1 pt)**

6 longueurs d'ondes, correspondant aux transitions :
4 → 3, 4 → 2, 4 → 1, 3 → 2, 3 → 1, 2 → 1

5) Calculer les longueurs d'onde minimales (λ_{min}) et maximales (λ_{max}) du spectre d'émission obtenu. **(1 pt)**

Longueur d'onde maximale : $\lambda_{4\text{-}3} = 2083$ Å
Longueur d'onde minimale : $\lambda_{4\text{-}1} = 108$ Å

6) Donner l'expression des longueurs d'onde minimales et maximales de la question précédente en fonction des mêmes longueurs d'onde obtenues pour l'atome d'hydrogène. **(1 pt)**

$\lambda_{max}(Li^{2+}) = \frac{\lambda_{max}(H)}{Z^2}$; $\lambda_{min}(Li^{2+}) = \frac{\lambda_{min}(H)}{Z^2}$

Exercice 3. Transitions électroniques dans les systèmes hydrogénoïdes (5 points)

1) Dans le spectre de l'ion Be^{3+} (Z = 4), on observe une raie lorsque cet ion passe d'un état de nombre quantique principal n = 7 à un état de nombre quantique principal n = 3. A quel phénomène physique cette transition correspond-elle ? **(0,5 pt)**

Il s'agit du phénomène d'émission : l'ion hydrogénoïde Be^{3+} a été excité (par un rayonnement électromagnétique par exemple). Il est sur un niveau d'énergie de nombre quantique principal, n = 7. Lorsque l'excitation cesse, il « retombe » sur des niveaux plus bas en énergie, toujours quantifiés. Par conservation de l'énergie, l'écart énergétique entre 2 niveaux est égal à l'énergie du photon émis.

2) Calculer la valeur de la longueur d'onde (en nm) et du nombre d'onde (en cm^{-1}) correspondant à cette raie. **(1 pt)**

$$\bar{\upsilon} = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7^2}\right) = 1{,}59\ 10^7\ m^{-1} = 1{,}59\ 10^5\ cm^{-1}$$

$$\lambda = 63\ nm$$

3) Donner l'expression de l'énergie d'ionisation de l'ion Be^{3+} à partir d'un état initial de nombre quantique n. **(0,5 pt)**

$$EI = E_\infty - E_n = -E_n$$

En exprimant EI en eV : $EI = \frac{13{,}6Z^2}{n^2}$

4) On utilise un laser de fréquence υ pour réaliser l'ionisation de la question précédente. Au cours de cette ionisation, l'ion Be^{3+} absorbe simultanément N photons. On mesure la vitesse V de l'électron éjecté.

a) Donner l'équation bilan de l'échange d'énergie entre les photons incidents et l'ion Be^{3+}. **(1 pt)**

$$Nh\upsilon = EI + \frac{1}{2}mV^2$$

En exprimant tous les termes en eV : $Nh\upsilon = \frac{13{,}6Z^2}{n^2} + \frac{1}{2}mV^2$

b) En déduire l'expression, en fonction de υ, N et V, du nombre quantique principal n correspondant à l'état dans lequel se trouvait Be^{3+} avant l'ionisation. **(1 pt)**

En exprimant tous les termes en eV : $n = \sqrt{\frac{13{,}6Z^2}{Nh\upsilon - \frac{1}{2}mV^2}}$

c) Calculer n dans le cas où υ = 8,392 10^{14} Hz, N = 3 et V = 780 934,3 ms^{-1} **(1 pt)**

$$n = 5$$

Exercice 4. Effet photoélectrique (4 points)

1) L'énergie de seuil photoélectrique du sodium pur est 2.75 eV. Calculer (en Joules et en eV) l'énergie cinétique maximale que peuvent avoir des photoélectrons émis par une plaque de sodium exposée à une radiation ultraviolette de 200 nm. **(1 pt)**

$$h\upsilon = W_{pur} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = 5{,}53\ 10^{-19}J = 3{,}45\ eV$$

2) Calculer la longueur d'onde maximale pouvant causer un effet photoélectrique dans le sodium pur. **(1 pt)**

La longueur d'onde maximale correspond à l'énergie minimale (énergie seuil) permettant d'arracher un électron du sodium. Dans ce cas l'énergie cinétique des électrons est nulle :

$$h\upsilon_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = W_{pur}$$

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{W_{pur}} = 4{,}51\ 10^{-7}m = 451\ nm$$

3) L'énergie cinétique maximale des photoélectrons émis par du sodium non purifié, exposé à la même radiation de 200 nm, est égale à 4.00 eV. Calculer l'énergie d'ionisation du sodium non purifié. **(1 pt)**

$$W_{impur} = h\upsilon - \frac{1}{2}mv^2 = 3{,}52\ 10^{-19}J = 2{,}20\ eV$$

4) Calculer la longueur d'onde maximale permettant d'observer l'émission de photoélectrons lors de l'irradiation d'une plaque de sodium non purifié. **(1 pt)**

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{W_{impur}} = 5{,}64\ 10^{-7}m = 564\ nm$$

GRANDEURS PHYSIQUES (Unités du Système International ou dérivées)

Grandeur	Symbol	Valeur	Unité
vitesse de la lumière	c	$2,9979.10^{8}$	$m.s^{-1}$
permittivité du vide	ε_0	$8,8542.10^{-12}$	$F.m^{-1}$ (= $m^{-3}.kg^{-1}.s^{4}.A^{2}$)
constante de Planck	h	$6,6261.10^{-34}$	J.s
charge élémentaire	e	$1,6022.10^{-19}$	C (= s.A)
masse de l'électron	m_e	$9,1094.10^{-31}$	kg
masse du proton	m_p	$1,6726.10^{-27}$	kg
rayon de Bohr	a_0	$0,5292.10^{-10}$	m
constante de Rydberg	R_H	$1,0974.10^{7}$	m^{-1}
constante d'Avogadro	N_A	$6,0221.10^{23}$	mol^{-1}
constante de Faraday	F	96485	$C.mol^{-1}$
constante des gaz parfaits	R	8,3145	$J.mol^{-1}.K^{-1}$

UNITÉS DU SYSTÈME INTERNATIONAL

Grandeur	[Symbol]	Unité	Nom
longueur	[L]	m	mètre
masse	[M]	kg	kilogramme
temps	[T]	s	seconde
température	[Θ]	K	Kelvin
intensité électrique	[I]	A	Ampère
quantité de matière	[N]	mol	mole
intensité lumineuse	[J]	candela	cd

PRINCIPALES UNITÉS DÉRIVÉES

Grandeur	Unité	Nom	Correspondance
force	N	Newton	1 N = 1 $kg.m.s^{-2}$
énergie	J	Joule	1 J = 1 N.m
	cal	calorie	1 cal = 4,184 J
	eV	electron-Volt	1 eV = $1,6022.10^{-19}$ J
pression	Pa	Pascal	1 Pa = 1 $N.m^{-2}$
	atm	atmosphère	1 atm = $1,013.10^{5}$ Pa
	bar	bar	1 bar = 10^{5} Pa
	mmHg	mm de mercure	760 mmHg = 1 atm
charge électrique	C	Coulomb	1 C = 1 A.s
	F	Faraday	1 F = 96485 $C.mol^{-1}$
potentiel électrique	V	Volt	1 V = 1 $N.m.C^{-1}$
capacité électrique	F	Farad	1 F = 1 $C.V^{-1}$
moment dipolaire	D	Debye	1 D = $3,335.10^{-30}$ C.m
volume	l	litre	1 L = 10^{-3} m^{-3}
température	°C	degré Celsius	T [°C] = (T[K] – 273.15)