

Thème 2 : [volet traitement du signal]

Echantillonnage et conversion analogique-numérique (CAN)

I- Echantillonnage idéal

II- Echantillonnage pratique

III- Choix de la fréquence d'échantillonnage : Relation de Shannon

IV- Filtre anti-repliement

V- Conversion analogique-numérique

V-1. Principe général de la conversion

V-2. Paramètres usuels d'un CAN

V-3. L'échantillonneur-bloqueur

V-4. Caractéristiques d'un CAN

V-5. Restitution par le CNA – Bruit de quantification

VI- Exercice d'application (*extrait d'un partiel de S3*)

Objectifs :

L'objectif de ce TD est de comprendre :

- les bases de **l'échantillonnage des signaux** et les règles de base à respecter pour reconstruire le signal,
- les principales **caractéristiques d'un CAN**.

Pré-requis :

Maîtrise des représentations temporelles et fréquentielles (spectres) des signaux. Circuits RC et amplificateurs opérationnels.

L'objectif général de la conversion analogique-numérique (CAN) ou numérique-analogique (CNA) est de faire correspondre un nombre binaire N à une tension analogique V et vice-versa. En effet, les informations d'entrée doivent être présentées au système numérique (PC par ex.) EXCLUSIVEMENT sous forme binaire et de même les informations délivrées seront disponibles sous cette forme. Classiquement, une chaîne d'acquisition et de traitement intègre les parties suivantes :

- une entrée d'informations à base de capteurs délivrant la plupart du temps une grandeur de type analogique,
- une partie traitement de données en temps réel ou en temps différé avec des algorithmes complexes de calcul irréalisables de manière analogique (ex. filtrage numérique, calculs sur DSP, codage...),
- une sortie d'informations à base d'actionneurs nécessitant d'être commandé par une grandeur analogique.

Le schéma de la figure 1 permet de localiser les positions des CAN et CNA au sein d'un système électronique.

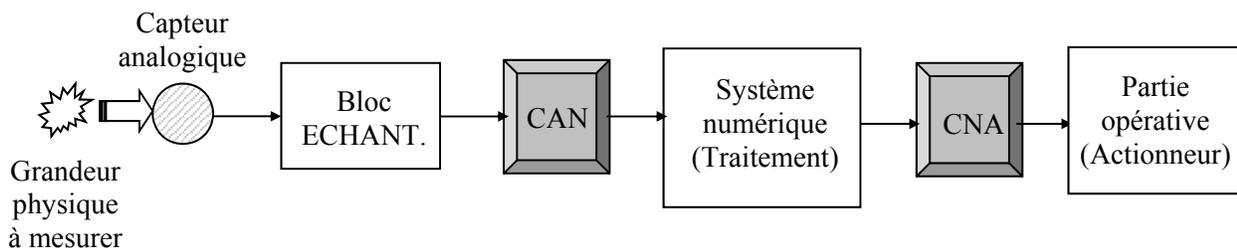


Figure 1 : Schéma de principe d'un système électronique de traitement de l'information

L'échantillonnage est la première étape nécessaire pour réaliser une conversion analogique numérique ainsi que le présente la figure 2.

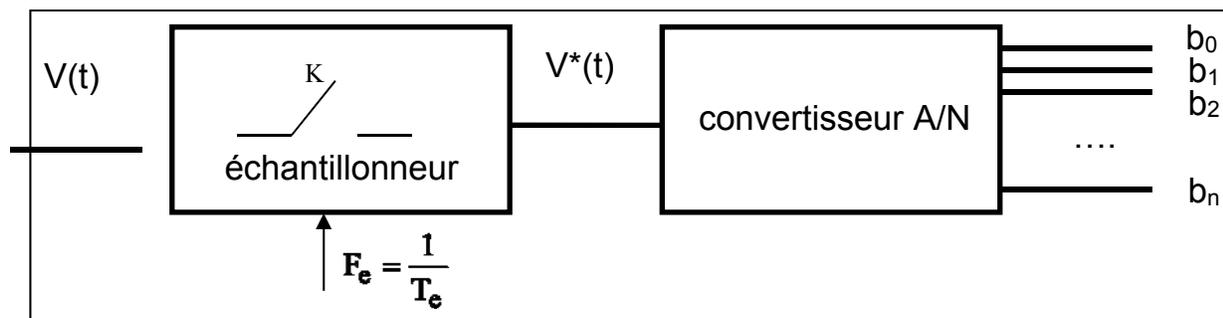


Figure 2 : Principe de la conversion analogique numérique

D'un point de vue mathématique, cette opération consiste à prendre la valeur instantanée du signal $V(t)$ à des instants séparés par un temps constant T_e : la période de l'horloge d'échantillonnage. On obtient alors le signal échantillonné $V^*(t)$ (qui reste encore un signal analogique car non codé numériquement).

I- Echantillonnage idéal

Dans le cas de l'échantillonnage idéal le signal $V^*(t)$ est défini par :

$$V^*(t) = V(t) \text{ si } t = kT_e$$

$$V^*(t) = 0 \text{ si } t \neq kT_e$$

Question 1 : Donner la représentation temporelle du signal échantillonné sur la figure 3.

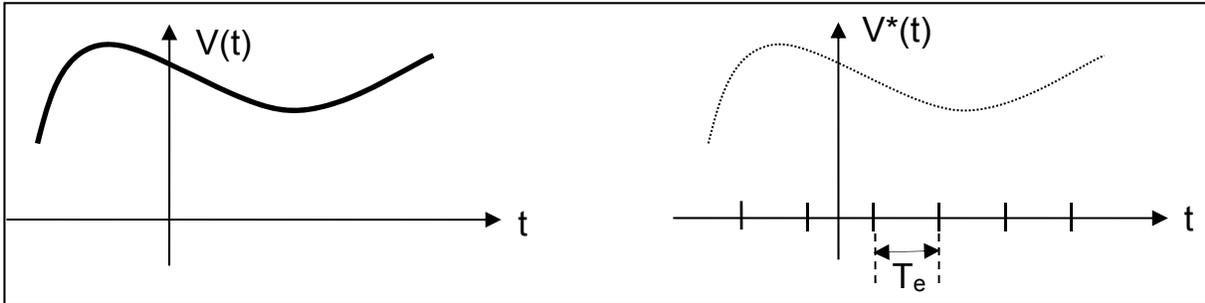


Figure 3 : Représentation temporelle d'un signal échantillonné

II- Echantillonnage pratique

Question 2 : En pratique l'interrupteur K de l'échantillonneur est actionné par un signal impulsionnel logique $g(t)$ comme le montre la figure 4.

Donner, dans ce cas, la représentation temporelle de $S(t)$ sur la figure 5 si le signal $V(t)$ est une sinusoïde.

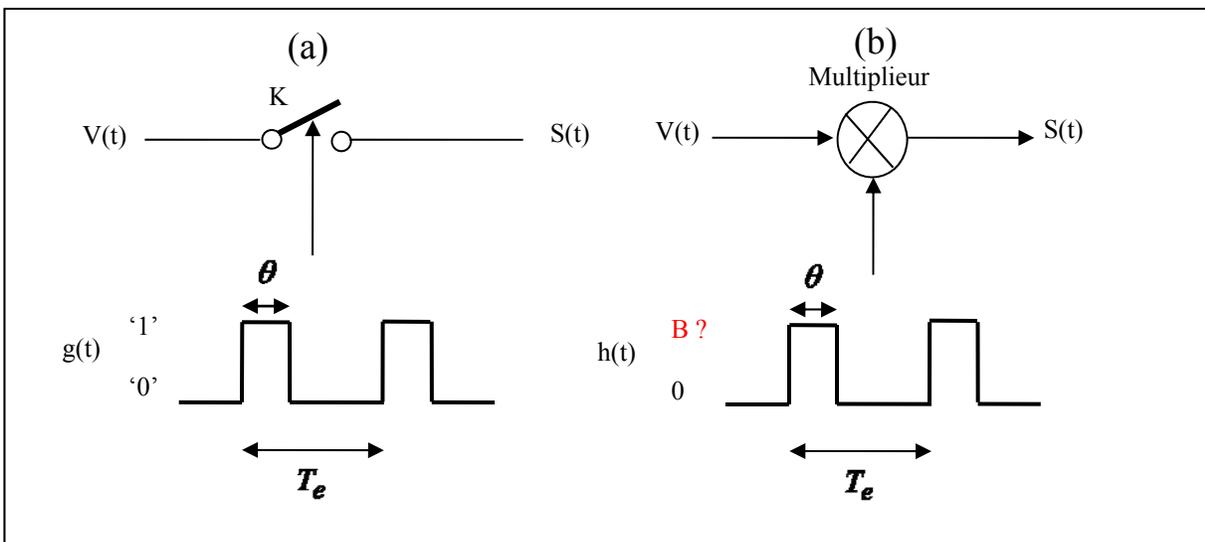


Figure 4 : (a)- Interrupteur K actionné par un signal périodique impulsionnel, (b)- Modélisation mathématique d'un échantillonneur réel

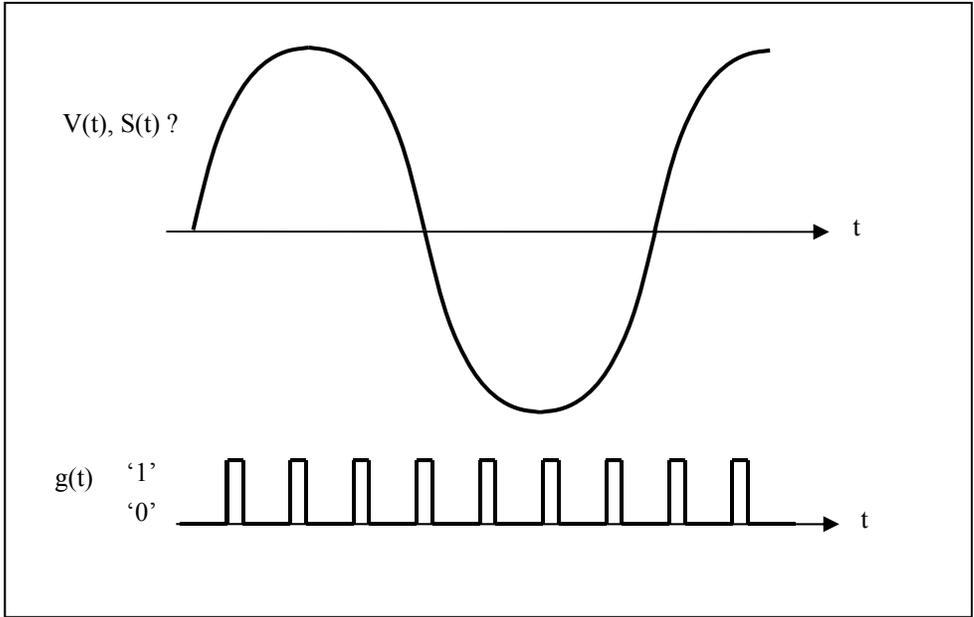


Figure 5 : Représentation temporelle d'un signal échantillonné par un signal impulsionnel

Question 3 : Pour obtenir le spectre du signal échantillonné S(t), on modélise l'échantillonneur de la figure 4-a par le modèle mathématique de la figure 4-b dans lequel h(t) n'est plus un **signal logique** mais un signal avec **deux valeurs algébriques 0 et B**. Quelle est la valeur de B ?

Pour faire comprendre les effets d'une opération d'échantillonnage dans le domaine fréquentiel, on s'intéresse au cas particulier d'un signal étudié du type : $V(t) = A \cos(\omega_0 t)$.

Le signal h(t) est périodique et admet comme série de Fourier :

$$S.F \text{ de } h(t) = \frac{B\theta}{T_e} + \frac{2B\theta}{T_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T_e}\right)}{\left(\frac{n\pi\theta}{T_e}\right)} \cos(n\omega_e t) \text{ avec } \omega_e = \frac{2\pi}{T_e}$$

Question 4 :

- Ecrire le signal S(t) résultant du produit de V(t) par h(t).
- Compléter le tableau I en calculant les valeurs efficaces des cinq premières fréquences du spectre de S(t).

on donne : $A = 5V$, $\frac{\theta}{T_e} = 0,45$, $f_0 = 10 \text{ kHz}$ et $f_e = 80 \text{ kHz}$

NB : On rappelle que $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

Fréquences					
-------------------	--	--	--	--	--

Valeur efficace					
-----------------	--	--	--	--	--

Tableau I

Question 5 : Tracer le spectre de S(t) sur la figure 6.

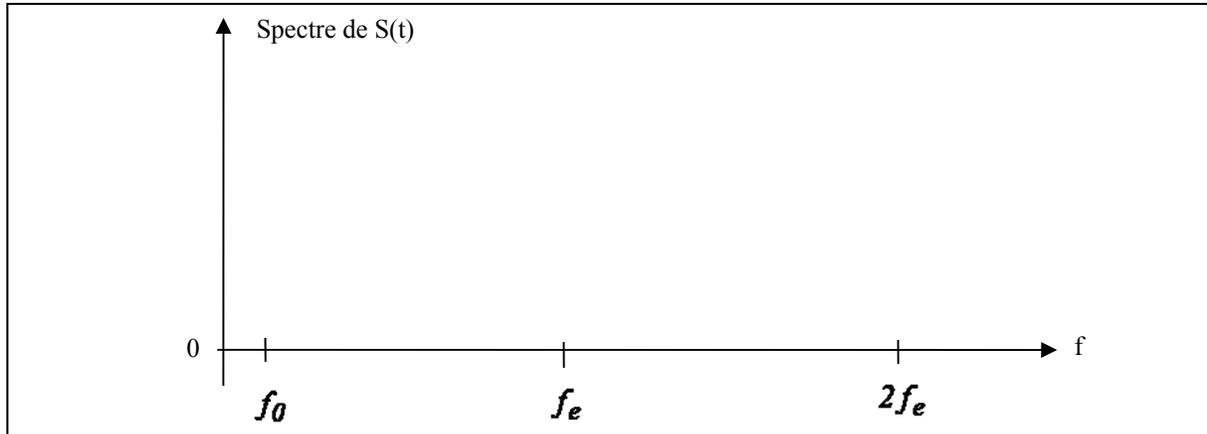


Figure 6 : Représentation fréquentielle du signal échantillonné

III- Choix de la fréquence d'échantillonnage : Relation de Shannon

Comme nous venons de le voir, l'échantillonnage nécessite de fixer une fréquence f_e . Mais comment doit-elle être déterminée ?

Question 6 : D'après le spectre de la figure 6, quelle relation doivent vérifier f_0 et f_e pour récupérer le signal V(t) après filtrage du signal échantillonné S(t) ?

.....

On remplace maintenant le signal purement sinusoïdal V(t) par un signal contenant des fréquences comprises entre 0 et $f_{max} = 3\text{ kHz}$ comme le montre le graphe de la figure 6. La fréquence d'échantillonnage f_e est égale à 8 kHz .

Question 7 : Représenter, sur la figure 7, le spectre de S(t) en ne s'intéressant principalement qu'à l'axe des fréquences.

Quelle relation doivent satisfaire f_{max} et f_e si on veut récupérer le signal V(t) par filtrage du signal S(t). Cette relation est appelée la **relation de Shannon** (Mathématicien américain 1916 – 2001).

.....

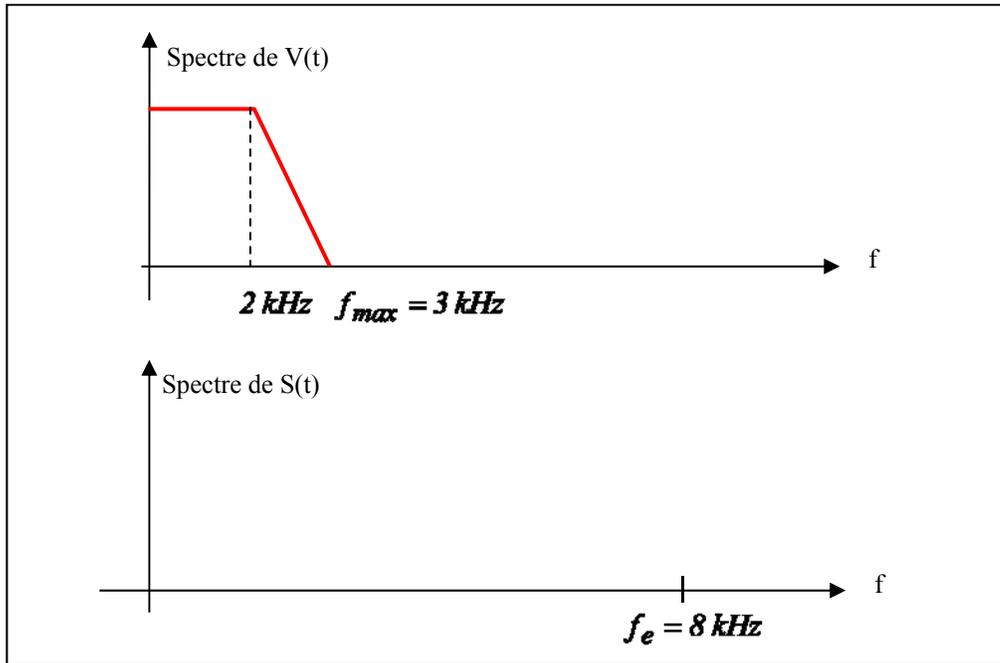


Figure 7 : Spectres de $V(t)$ et $S(t)$

IV- Filtre-antirepliement

En figure 7, on a supposé un signal $V(t)$ avec aucune énergie au-delà de la fréquence f_{max} mais il faut comprendre qu'un tel signal n'existe pas. En pratique, l'énergie diminue quand la fréquence augmente mais il n'existe pas une fréquence au-delà de laquelle l'énergie est nulle, il y a donc, a priori, une difficulté pour choisir la fréquence d'échantillonnage : elle devrait être infinie ! Autrement dit l'électronique numérique ne serait pas possible ?

Prenons le cas de la téléphonie, la fréquence d'échantillonnage est égale à 8 kHz seulement alors qu'un morceau de musique peut produire des sons avec des fréquences bien plus élevées audibles par l'oreille dont la bande passante est comprise entre 20Hz et 20 kHz. **A priori la relation de Shannon n'est pas vérifiée et pourtant cela fonctionne grâce à un filtre appelé « filtre antirepliement ».**

Pour faire comprendre le rôle clé joué par le filtre antirepliement (« *antialiasing filter* ») en traitement numérique du signal, on s'intéresse au spectre d'un signal $V(t)$ comme celui en figure 8.

Question 8 : Tracer le spectre du signal échantillonné $S(t)$ en figure 8 quand la fréquence d'échantillonnage f_e est égale à 8 kHz. Quelles sont les fréquences de $V(t)$ qui contribuent à la fréquence de 2 kHz du signal $S(t)$?

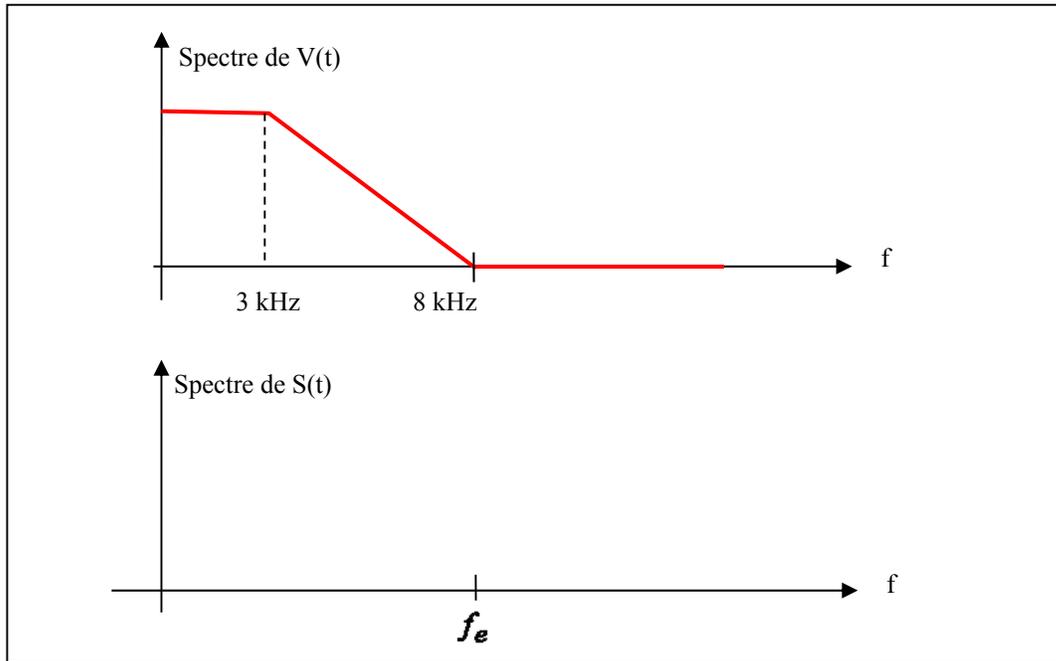


Figure 8 : Spectres de $V(t)$ et $S(t)$, la fréquence d'échantillonnage est égale à 8 kHz

Question 9 : On veut que le spectre de $S(t)$ entre 0 et 3 kHz soit identique au spectre de $V(t)$ dans la même plage de fréquences. Que faut-il faire ?

Question 10 : On considère un système effectuant la conversion d'un signal analogique - numérique. Ce système est constitué de trois blocs : un circuit convertisseur A.N. (CAN), un filtre anti-repliement (FAR) et un échantillonneur (EC).

Placer, dans le bon ordre, ces trois éléments (CAN, FAR, EC) sur le schéma de la figure 9. Indiquer le type de filtre à utiliser pour réaliser un FAR Justifier votre raisonnement.



Figure 9 : Chaîne de conversion analogique-numérique

V- Conversion analogique-numérique (CAN-CNA)

V-1. Principe général de la conversion

On s'intéresse à la chaîne de traitement de la figure 1. Les opérations d'échantillonnage et de conversion analogique - numérique sont, en général, réalisées dans un seul et même circuit intégré (CI).

Le CAN délivre au processeur numérique les échantillons $V(nT_e)$, codé sur N_0 bits, du signal analogique $V(t)$ où T_e est la période d'échantillonnage. Le rôle du processeur est de modifier le signal initial par des traitements numériques particuliers (génération d'échos, suppression de fréquences, distorsion volontaire...). Par exemple, la génération d'échos sera abordée en S4 lors de l'étude des filtres numériques.

A la suite d'échantillons $V(nT_e)$, le processeur fait correspondre une autre suite d'échantillons

$$S(nT_e), \text{ par exemple sous la forme d'une relation du type : } S(nT_e) = \frac{1}{2} \{V(nT_e) + V((n-1)T_e)\}$$

. Pour reconstruire le signal analogique $S(t)$, on utilise un Convertisseur Numérique-Analogique (CNA) comme représenté en figure 10.

Dans le TP proposé sur ce thème, le processeur réalise l'opération $S(nT_e) = V(nT_e)$. Autrement dit, il ne fait rien et on pourrait donc s'attendre à obtenir : $S(t) = V(t)$. Ce n'est pas le cas et on cherche à en comprendre la raison.

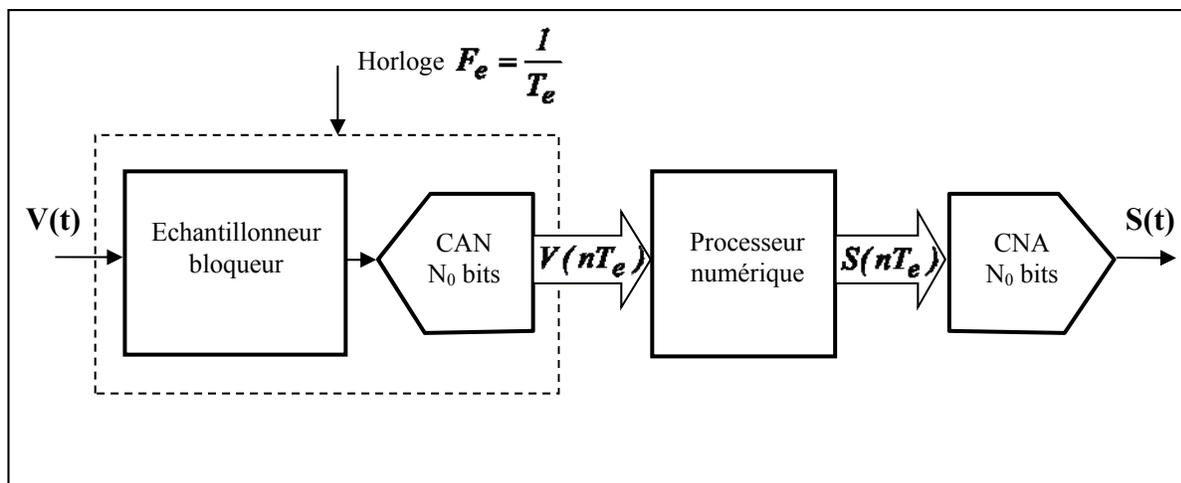


Figure 10 : Chaîne de traitement numérique du signal

Le nombre, souvent appelé mot binaire (N) sera caractérisé par son **nombre de bits** en s'écrivant de la manière suivante :

$$N = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0 \quad (1)$$

avec a_0 représente le bit de poids faible ou LSB et a_{n-1} le bit de poids fort ou MSB

La valeur de la tension analogique V à traduire (CAN) ou traduite (CNA) est discrète et correspond à un multiple d'une valeur de base appelée **quantum de conversion q** (tension analogique élémentaire) :

$$V = q.(a_{n-1}2^{n-1} + a_{n-2}2^{n-2} + \dots + a_12^1 + a_02^0) = q. N_{dec} \quad (2)$$

Les deux principales caractéristiques d'un CAN ou d'un CNA sont donc :

- le nombre de bits : N_0
- la tension analogique élémentaire : q

Effectuer une conversion analogique-numérique, c'est donc rechercher une expression numérique dans un code déterminé pour représenter une information analogique (figure 11).

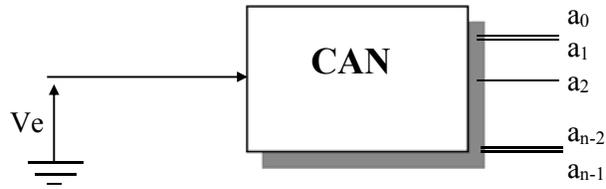


Figure 11 : Rôle général d'un CAN

La quantité q se déduit de la relation (3) :

$$q = \frac{V_{e_{\max}}}{2^{N_0} - 1} \quad (3)$$

La conversion analogique - numérique se caractérise par une **caractéristique de transfert** classiquement appelée « courbe en escalier ». Prenons par exemple, un CAN sur 3 bits (figure 12).

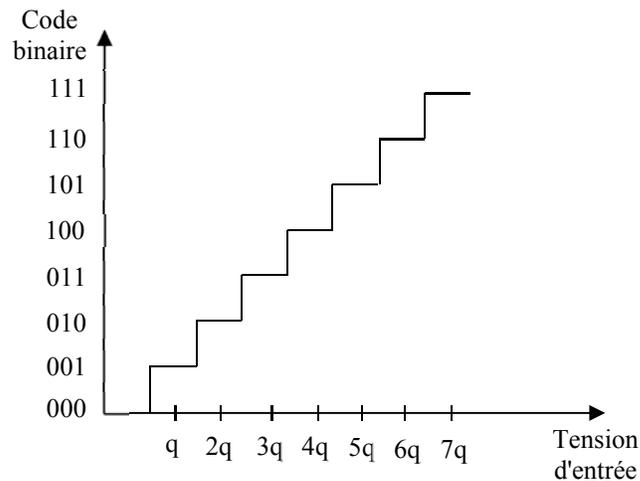


Figure 12 : Caractéristique de transfert idéale d'un CAN utilisant 3 bits de conversion

A partir de cette courbe, on constate d'ores et déjà le problème majeur lié à la conversion. En effet, un mot numérique N pourra correspondre à une tension d'entrée V_e telle que :

$$N_{\text{dec}} \cdot q - q/2 < V_e < N_{\text{dec}} \cdot q + q/2 \quad (4)$$

avec $q/2$ qui représente l'amplitude de l'erreur de quantification

Exemple : Le CAN permet de convertir une tension entre 0 et 10V sur des codes binaires de 3 bits.

$$q = V_{e_{\max}} / (2^{N_0} - 1) = 10 / (2^3 - 1) = 10 / 7 \approx 1,43V$$

Ceci signifie que, pour le code (100), la tension correspondante sera comprise entre :

$$4q - q/2 = 5V < V_e < 4q + q/2 = 6,42V$$

On comprendra aisément la difficulté de coder un nombre binaire uniquement sur 3 bits si, par exemple, le cahier des charges impose de détecter une fluctuation de tension au maximum de 0,1V.

V-2. Paramètres usuels d'un CAN

Les paramètres usuels et fonctionnels relatifs au choix d'un CAN sont les suivants :

- **Pleine échelle (ou FSR) :** C'est la tension maximale acceptable soit $FSR = q \cdot 2^{N_0}$ pour un convertisseur linéaire.
- **Résolution :** Elle s'exprime en nombre de bits de conversion. Le nombre de nombres binaires (ou codes) susceptibles d'être générés est égal à 2^{N_0} .
- **Précision :** Pour attribuer un code à une tension à convertir, il faut déterminer entre quels seuils est située la tension V_e à convertir. En théorie, les seuils sont des multiples de $FSR/2^{N_0}$. En pratique, les seuils peuvent être légèrement différents de ces multiples. L'écart entre les seuils théoriques et réels est appelé précision du convertisseur et elle est souvent exprimée en fraction de LSB.
- **Erreur de quantification :** Toutes les tensions tombant dans une même plage se voient attribuer le même code (Cf figure 13). Disposant seulement du code, on est alors incapable de retrouver la valeur exacte de la tension correspondant à ce dernier. Si la fréquence d'échantillonnage est très grande (théoriquement infinie), on attribue généralement au code une valeur égale au milieu de la plage q_k . L'erreur dite de quantification, commise dans le pire cas, est alors de $\pm q/2$.

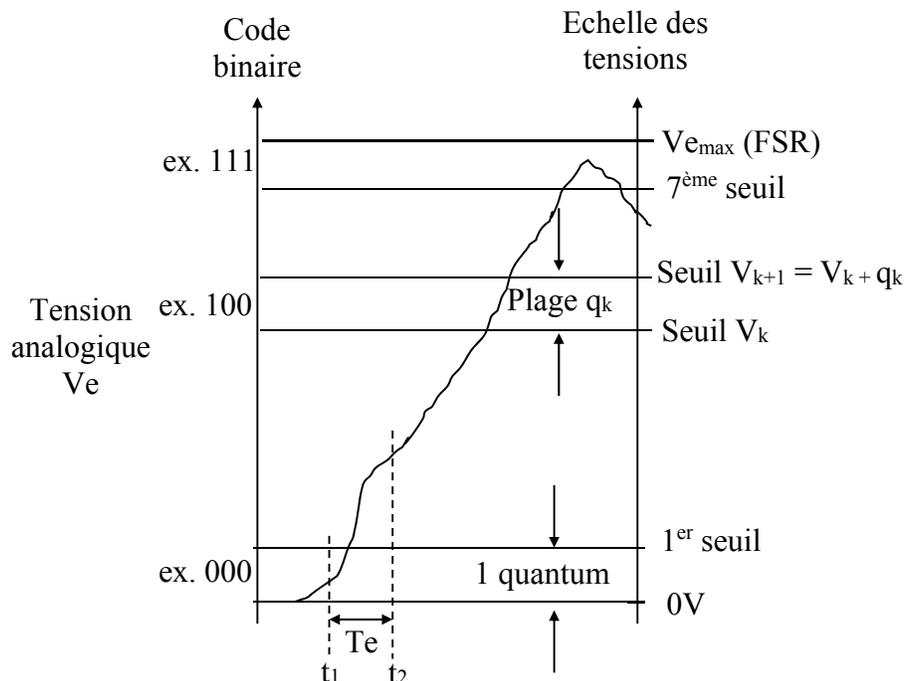


Figure 13 : Illustration du problème lié à la correspondance tension \rightarrow code ($N_0 = 3$ bits)

V-3. L'échantillonneur-bloqueur

La conversion d'un échantillon analogique de $V(t)$ par le CAN, en un code binaire sur N_0 bits, nécessite un certain temps. Pendant ce laps de temps, le signal en sortie de l'échantillonneur doit rester constant. Pour cela, **on utilise un échantillonneur - bloqueur** (« *sample & hold* » ou « *sample & track* ») dont le schéma simplifié est donné en figure 14.

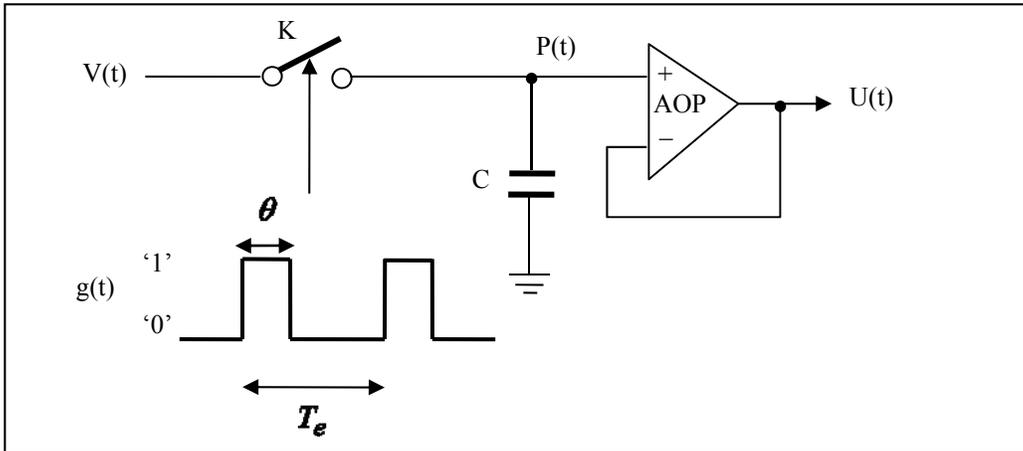


Figure 14 : Schéma général d'un échantillonneur – bloqueur

Question 11 : Compléter le dessin de la figure 15. Quel est l'intérêt de mettre un AOP après le condensateur C ?

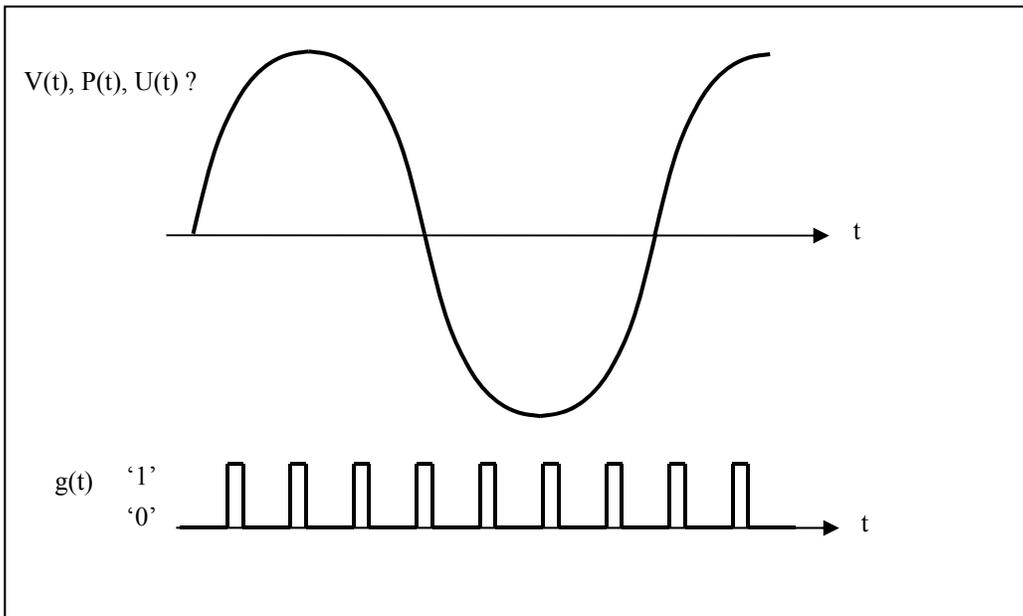


Figure 15 : $V(t)$ signal analogique d'entrée et $U(t)$ signal échantillonné et bloqué

Question 12 : Comment est modifié le signal $U(t)$ si l'interrupteur K n'est pas parfait et modélisé par une résistance r ?

V-4. Caractéristiques d'un CAN

Le CAN AD7819 (commercialisé par Analog Device), utilisé en TP, est un CAN unipolaire 8 bits à approximations successives et de pleine échelle 5V. Un échantillonneur – bloqueur (T/H) est intégré dans le CI. Les blocs fonctionnels du CAN sont donnés à la figure 16. Une conversion analogique numérique est initiée sur le front descendant de l'entrée \overline{CONVST} comme le montre le chronogramme des signaux en figure 17.

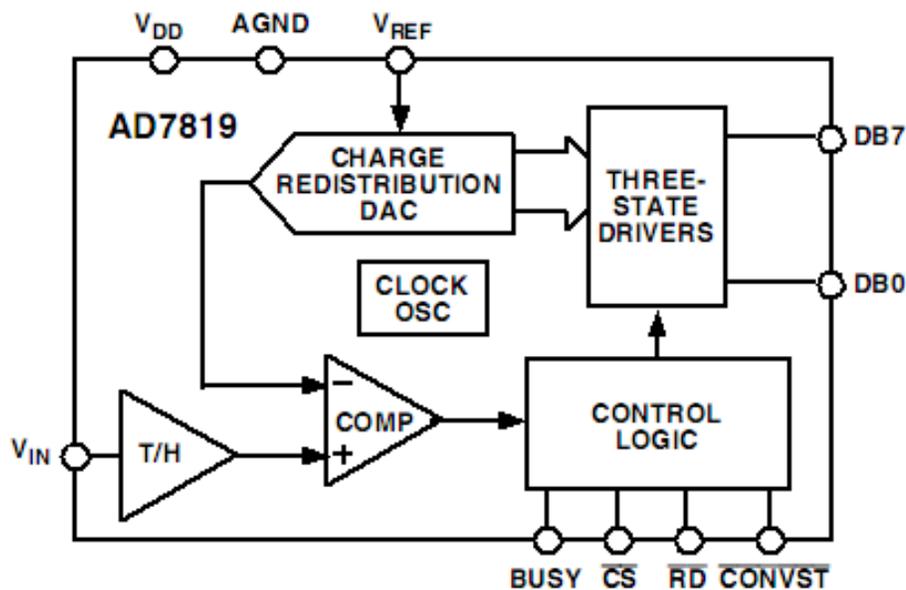


Figure 16 : Blocs fonctionnels du CAN AD7819

Suite à une demande de conversion, le signal $BUSY$ (sortie) passe à l'état « haut » et le front descendant de \overline{BUSY} indique que les données (DB0 – DB7) sont disponibles en sortie. Pour les lire, les entrées \overline{RD} et \overline{CS} doivent passer à l'état « bas ». Quand les entrées \overline{RD} et \overline{CS} sont à l'état « haut », les sorties (DB0 – DB7) sont en hautes impédances (*three state drivers*).

Question 13 : En vous aidant des tableaux II et III, donner les valeurs des temps t_A , t_B et t_C du chronogramme de la figure 17. En déduire la fréquence maximale de conversion du CAN en kSPS (*kilo Sample Per Second*).

PIN FUNCTION DESCRIPTIONS

Pin No.	Mnemonic	Description
1	V _{REF}	Reference Input, 1.2 V to V _{DD} .
2	V _{IN}	Analog Input, 0 V to V _{REF} .
3	GND	Analog and Digital Ground.
4	CONVST	Convert Start. A low-to-high transition on this pin initiates a 1 μs pulse on an internally generated CONVST signal. A high-to-low transition on this line initiates the conversion process if the internal CONVST signal is low. Depending on the signal on this pin at the end of a conversion, the AD7819 automatically powers down.
5	CS	Chip Select. This is a logic input. CS is used in conjunction with RD to enable outputs.
6	RD	Read Pin. This is a logic input. When CS is low and RD goes low, the DB7–DB0 leave their high impedance state and data is driven onto the data bus.
7	BUSY	ADC Busy Signal. This is a logic output. This signal goes logic high during the conversion process.
8–15	DB0–DB7	Data Bit 0 to 7. These outputs are three-state TTL-compatible.
16	V _{DD}	Positive power supply voltage, +2.7 V to +5.5 V.

Tableau II : Définition des différentes pins du CAN AD7819

TIMING CHARACTERISTICS^{1, 2} (–40°C to +125°C, unless otherwise noted)

Parameter	V _{DD} = 3 V ± 10%	V _{DD} = 5 V ± 10%	Units	Conditions/Comments
t _{POWER-UP}	1	1	μs (max)	Power-Up Time of AD7819 after Rising Edge of CONVST.
t ₁	4.5	4.5	μs (max)	Conversion Time.
t ₂	30	30	ns (min)	CONVST Pulsewidth.
t ₃	30	30	ns (max)	CONVST Falling Edge to BUSY Rising Edge Delay.
t ₄	0	0	ns (min)	CS to RD Setup Time.
t ₅	0	0	ns (min)	CS Hold Time after RD High.
t ₆ ³	10	10	ns (max)	Data Access Time after RD Low.
t ₇ ^{3, 4}	10	10	ns (max)	Bus Relinquish Time after RD High.
t ₈ ³	100	100	ns (min)	Data Bus Relinquish to Falling Edge of CONVST Delay.

Tableau III : Temps caractéristiques du CAN AD7819

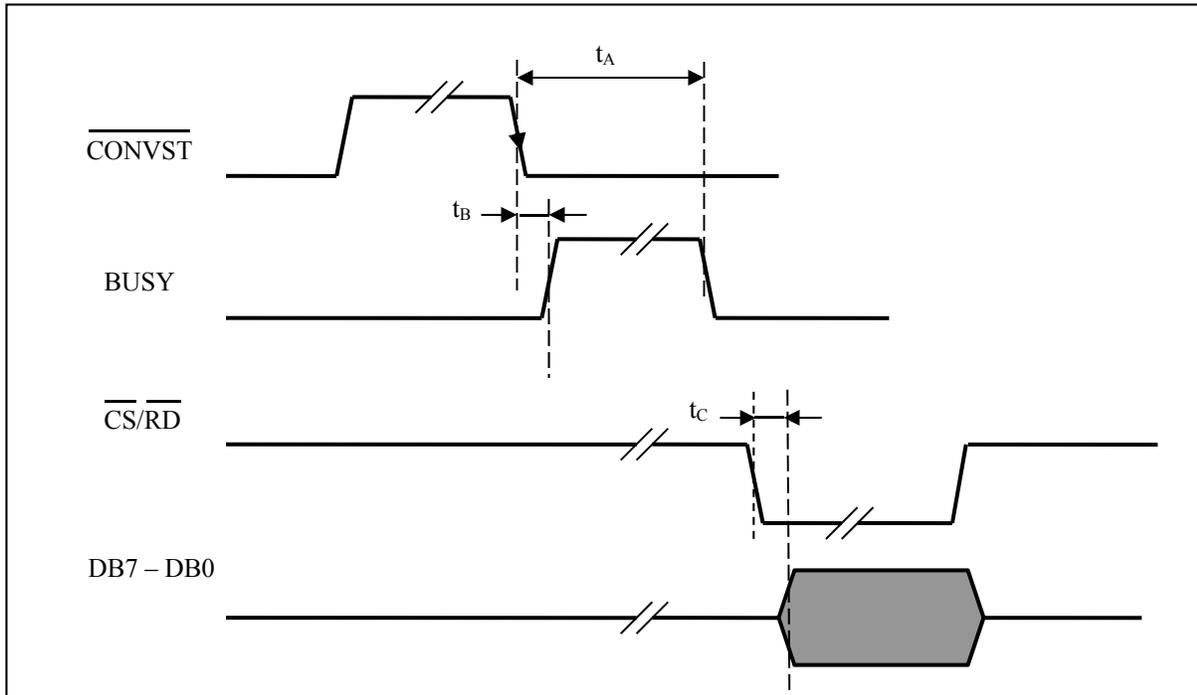


Figure 17 : Chronogramme des principaux signaux du CAN AD7819

Question 14 : Quel type de circuit intégré faut-il connecter au signal « BUSY » du CAN de la figure 18 pour lire les données (DB0 – DB7)?

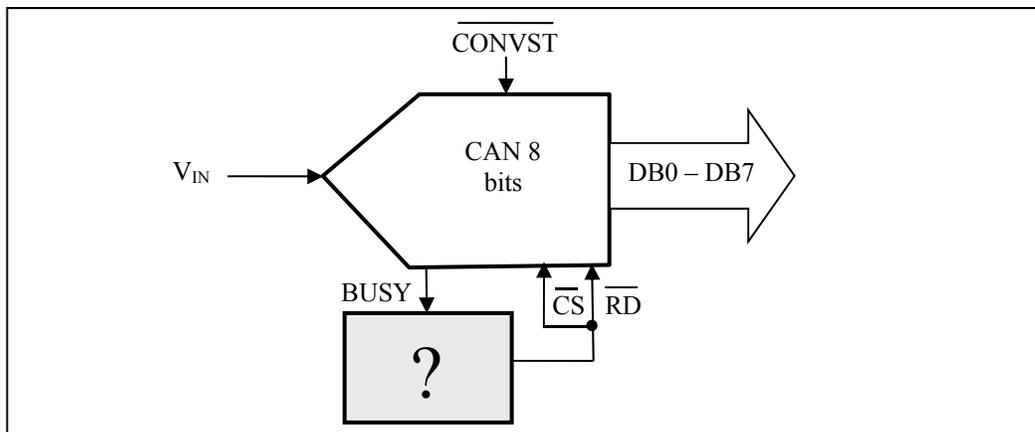


Figure 18 : Compléter le montage avec le circuit intégré manquant

V-5. Restitution par le CNA – Bruit de quantification

La table de vérité du CNA, de la figure 10, est explicitée dans le tableau IV.

Code binaire	Tension de sortie
0000 0000	0
0000 0001	$5/256 = 0,0195 \text{ V}$
0000 0010	$2(5/256) = 0,0390 \text{ V}$
0000 0011	$3(5/256) = 0,0585 \text{ V}$
1111 1111	$255(5/256) = 4,980 \text{ V}$

Tableau IV : Table de vérité du CNA

Si le signal $V(t)$ de la figure 10 est un triangle, le signal $S(t)$ est un signal constitué de marches d'escalier. En effet, à un échantillon de $V(t)$ correspond un code de 8 bits, le CNA recevant ce code lui fait correspondre une tension en accord avec le tableau IV. La tension restituée est différente de la valeur de l'échantillon de $V(t)$ comme le montre la figure 19 car la seule connaissance du code ne permet pas de connaître avec précision la valeur initiale de l'échantillon. **La différence entre la valeur initiale et la valeur restituée est appelée : bruit de quantification.** Pour réduire le bruit de quantification, il faut augmenter le nombre N_0 de bits de conversion.

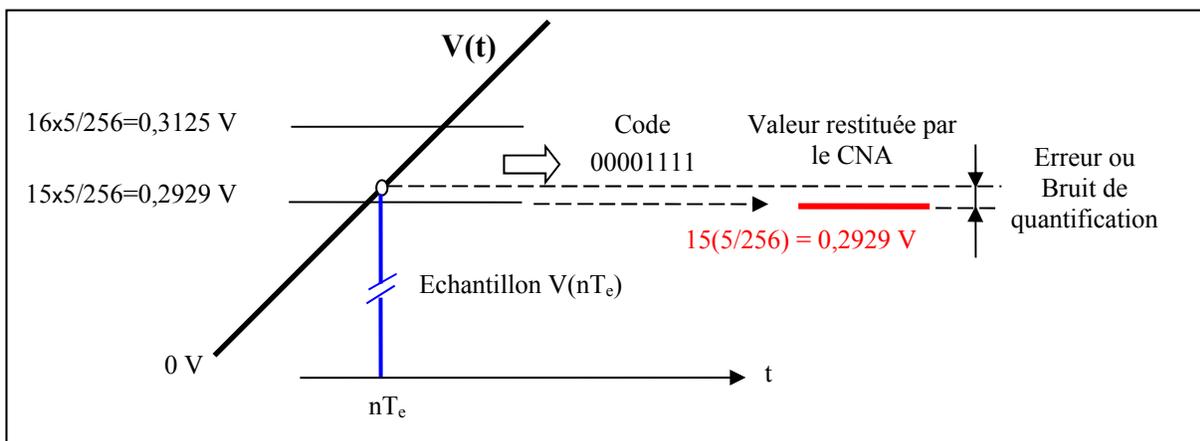


Figure 19 : Illustration de la problématique de la valeur restituée qui est différente de la valeur initiale. La différence est appelée : bruit de quantification

Le signal $V(t)$ de la figure 10 est une rampe symétrique de 5 V et de fréquence 1 kHz comme indiqué en figure 20.

$V(t)$

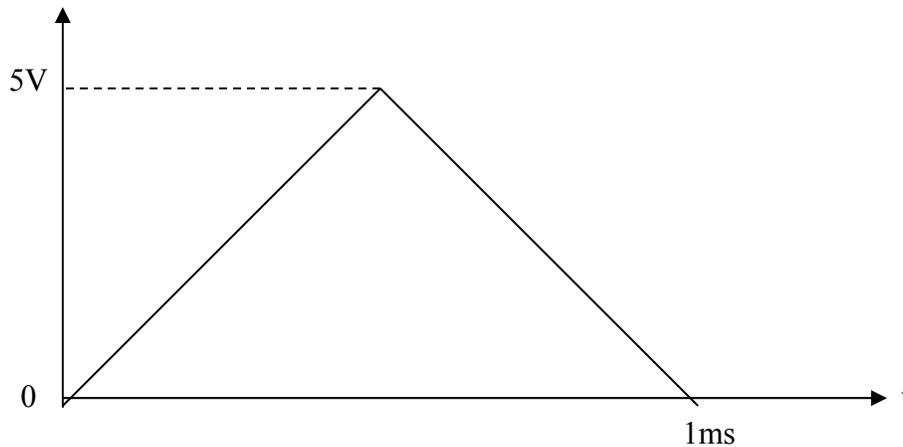


Figure 20 : Caractéristiques temporelles du signal $V(t)$

Question 15 : Déterminer la hauteur des marches (ΔV) du signal $S(t)$ en sortie du CNA quand la fréquence d'échantillonnage est égale à 80 kHz . Comparer cette valeur avec l'erreur de quantification théorique ($\pm q/2$).

Question 16 : Quelle est la nouvelle valeur de ΔV si la fréquence est divisée par 2 ?

----- **A**

RETENIR : Il faut donc retenir que l'opération de conversion analogique-numérique d'un signal continûment variable dans le temps (par ex. tension fournie par un capteur) en un code ou mot binaire (sur N_0 bits) nécessite l'utilisation d'un échantillonneur-bloqueur puis d'un bloc convertisseur. Le processus d'échantillonnage implique le choix d'une fréquence F_e qui doit satisfaire la relation de Shannon ($F_e > 2 \cdot f_{\text{max}}$). Il est souvent associée l'utilisation d'un filtre anti-repliement (FAR) permettant d'éliminer les raies provoquées par l'opération d'échantillonnage (périodisation de fréquence F_e du spectre du signal avant échantillonnage) et pouvant se superposer aux raies « utiles » du spectre initial. Quatre principaux paramètres guident le choix d'un CAN ou d'un CNA : pleine échelle de tension admissible (FSR), résolution (nombre de bits), précision (liée au quantum de conversion) et l'erreur de quantification importante notamment lors de la restitution après le CNA.

VI- Exercice d'application (extrait d'un partiel de S3)

On échantillonne un signal sinusoïdal $V(t) = 2 \cos(2\pi 10^3 t)$ avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 10 \text{ kHz}$. Les impulsions d'échantillonnage ont un rapport cyclique de 10%.

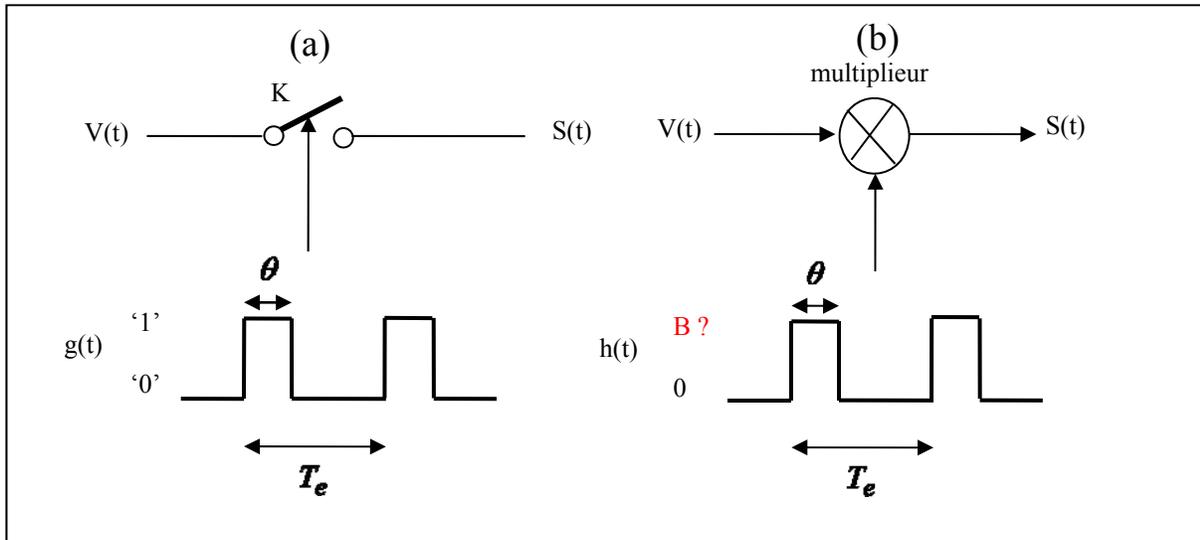


Figure 1 : Echantillonneur et modèle mathématique associé

Q1- Donner les trois premières fréquences du spectre de $S(t)$.

Q2- Calculer les amplitudes des trois premières fréquences.

Q3- Les échantillons du signal $V(t)$ sont codés sur N_0 bits. On se fixe un bruit de quantification inférieur à $7,9 \text{ mV}$ (différence entre la vraie valeur de l'échantillon et la valeur restituée après CNA). Calculer le nombre de bits N_0 nécessaires pour le convertisseur choisi.

Travaux Pratiques du thème 3 (module1):

Echantillonnage

I- Analyse d'un signal sinusoïdal échantillonné et de son spectre

II- Analyse d'un signal sinusoïdal échantillonné-bloqué et de son spectre

III- Analyse dans un cas de mauvais fonctionnement

IV- Bruit de quantification du CAN [BONUS]

Annexe

Vu en TD : L'opération de conversion analogique-numérique d'un signal continûment variable dans le temps (par ex. tension fournie par un capteur) en un code ou mot binaire (sur N_0 bits) nécessite l'utilisation d'un échantillonneur-bloqueur puis d'un bloc convertisseur. Le processus d'échantillonnage implique le choix d'une fréquence F_e qui doit satisfaire la relation de Shannon ($F_e > 2 \cdot f_{\max}$). Il est souvent associée l'utilisation d'un filtre anti-repliement (FAR) permettant d'éliminer les raies provoquées par l'opération d'échantillonnage (périodisation de fréquence F_e du spectre du signal avant échantillonnage) et pouvant se superposer aux raies « utiles » du spectre initial. Quatre principaux paramètres guident le choix d'un CAN ou d'un CNA : pleine échelle de tension admissible (FSR), résolution (nombre de bits), précision (liée au quantum de conversion) et l'erreur de quantification importante notamment lors de la restitution après le CNA.

I- Analyse d'un signal sinusoïdal échantillonné et de son spectre

Le schéma de la maquette est donné à la figure 1. L'échantillonneur bloqueur est un circuit intégré : le NE5537 de Philips (voir annexe). Il peut travailler :

- soit en mode échantillonnage (position S comme *sample*)
- soit en mode échantillonneur-bloqueur (position H comme *hold*).

Pour les besoins de l'observation, les impulsions d'échantillonnage à la fréquence de 80kHz sont verrouillées en phase sur le signal à échantillonner de fréquence 10kHz . Le verrouillage est obtenu par un synthétiseur de fréquence réalisé au moyen d'une PLL (CI 74HC4046) et d'un diviseur par huit (CI 74HC4024). La synthèse de fréquence fera l'objet d'un TP en S4.

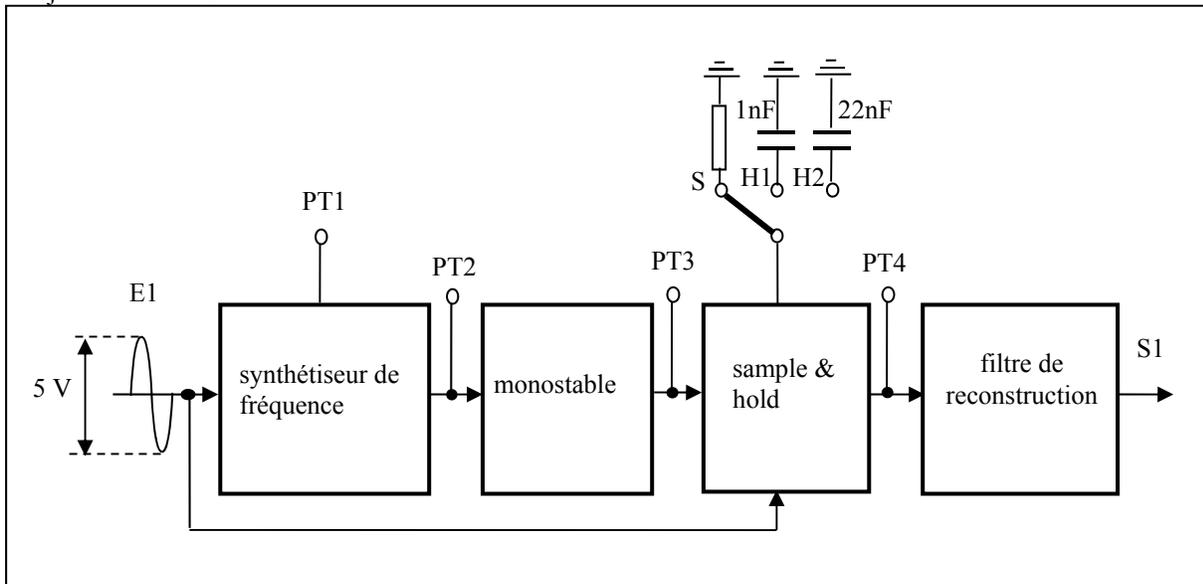


Figure 1 : Maquette échantillonneur-bloqueur et filtre de reconstruction

Appliquer en $E1$ un signal sinusoïdal de 5V c-à-c (vérifiez le signal à l'oscilloscope avant de le brancher) et de fréquence 10kHz . Le signal $PT2$ est un signal logique de fréquence 80kHz . Il est en synchronisme avec le signal $E1$.

Conseil de rédaction du compte-rendu : On cherchera à expliquer les fonctions de l'échantillonneur-bloqueur à l'aide des spectres et chronogrammes après chaque fonction.

Observer simultanément les signaux $PT2$ et $PT3$ dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel (utilisez une sonde). Relevez le chronogramme puis le spectre. Quelle est la fréquence du signal $PT3$ et quelle est la largeur de l'impulsion de commande de l'échantillonneur – bloqueur ?

Observer simultanément les signaux $PT3$, $E1$ et $PT4$ en faisant en sorte que le niveau 0V soit le même pour $E1$ et $PT4$. Tracer le chronogramme des trois signaux.

II- Analyse d'un signal sinusoïdal échantillonné-bloqué et de son spectre

Positionner $K1$ en 'H1' (condensateur de maintien égal à 1nF). **Observer** simultanément les signaux $PT3$, $E1$ et le signal échantillonné - bloqué $PT4$ en faisant en sorte que le niveau 0V soit le même pour $E1$ et $PT4$. **Tracer** le chronogramme et spectres des trois signaux. Le signal $PT4$ est-il en accord avec le résultat attendu ? **Justifier** votre réponse.

Observer (spectre et chronogramme) le signal S1 en sortie du filtre passe-bas d'ordre 2, de type Butterworth, et de fréquence de coupure à $-3dB$ égale à $20 kHz$. Observer le spectre de S1 (sonde X/1). Peut-on, après un échantillonnage, reconstruire le signal avant échantillonnage ? **Justifier** votre réponse.

III- Analyse dans un cas de mauvais fonctionnement

Positionner K1 en 'H2' (condensateur de maintien égal à $22 nF$). **Observer** simultanément les signaux PT3, E1 et le signal échantillonné - bloqué PT4 en faisant en sorte que le niveau 0V soit le même pour E1 et PT4. **Tracer** le chronogramme des trois signaux. Le signal PT4 est-il en accord avec le résultat attendu ?

Expliquer la forme du signal PT4 en vous aidant :

- 1) du *bloc diagram* de l'échantillonneur - bloqueur NE5537 donné à l'annexe 1,
- 2) de la valeur du condensateur de maintien égal à $22 nF$
- 3) de la largeur de l'impulsion PT3.

IV- Bruit de quantification [BONUS]

Sans modifier le signal en E1, **appliquer** en E2 un signal triangulaire 0 à 5V (sortie CH1 du générateur Rigoll) et de fréquence $1 kHz$.

Observer simultanément les signaux PT2, PT5 et PT6 du montage de la figure 2 et **tracer** le chronogramme. Quel est le temps de conversion du CAN ?

Observer simultanément des signaux E2 et PT9 (sortie du CNA) et **tracer** le chronogramme. Que constatez-vous ?

Observer et coter le signal S2 (bruit de quantification). **Comparer** la hauteur des triangles avec celle calculée en TD.

Modifier la fréquence de E2. En fixant la fréquence à $500 Hz$, **mesurer** de nouveau la hauteur des triangles et **comparer** avec la valeur attendue.

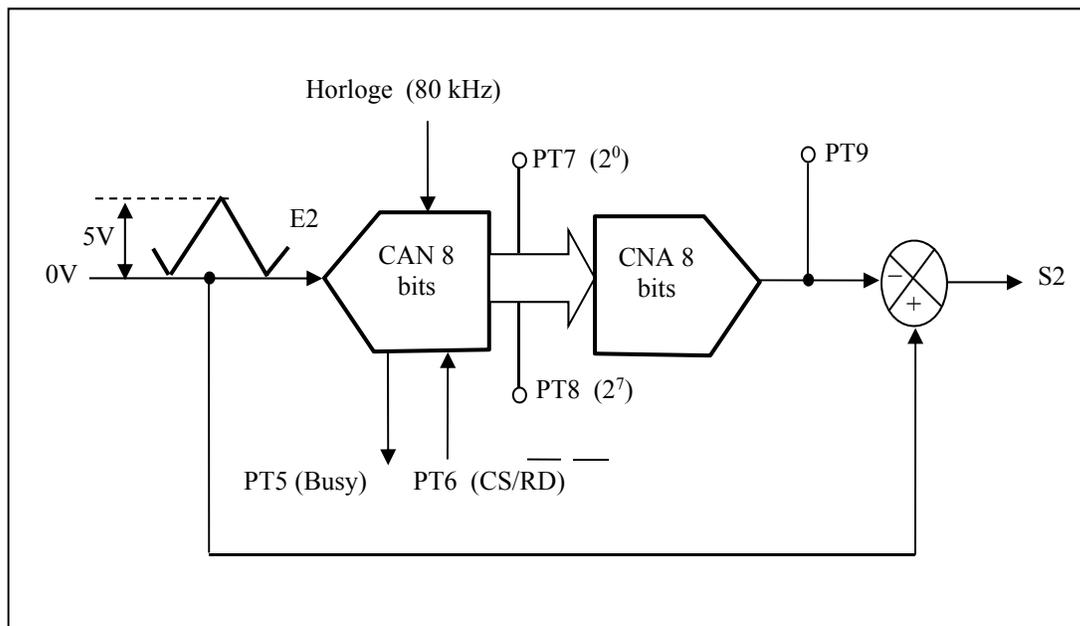


Figure 2 : Le signal E2 est numérisé avec 8 bits puis retransformé en grandeur analogique. Le signal S2 correspond à la différence entre le signal E2 et le signal restitué.

Annexe

Sample-and-hold amplifier

NE/SE5537

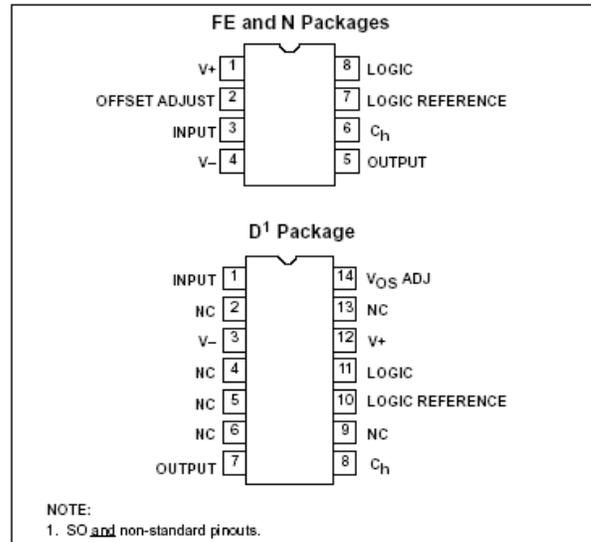
DESCRIPTION

The NE5537 monolithic sample-and-hold amplifier combines the best features of ion-implanted JFETs with bipolar devices to obtain high accuracy, fast acquisition time, and low droop rate. This device is pin-compatible with the LF198, and features superior performance in droop rate and output drive capability. The circuit shown in Figure 1 contains two operational amplifiers which function as a unity gain amplifier in the sample mode. The first amplifier has bipolar input transistors which give the system a low offset voltage. The second amplifier has JFET input transistors to achieve low leakage current from the hold capacitor. A unique circuit design for leakage current cancellation using current mirrors gives the NE5537 a low droop rate at higher temperature. The output stage has the capability to drive a 2kΩ load. The logic input is compatible with TTL, PMOS or CMOS logic. The differential logic threshold is 1.4V with the sample mode occurring when the logic input is high. It is available in 8-lead TO-5, 8-pin plastic DIP packages, and 14-pin SO packages.

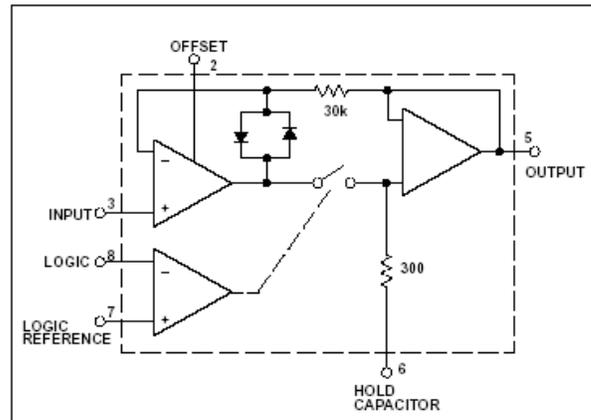
FEATURES

- Operates from ±5V to ±18V supplies
- Hold leakage current 6pA @ $T_J = 25^\circ\text{C}$
- Less than 4μs acquisition time
- TTL, PMOS, CMOS compatible logic input
- 0.5mV typical hold step at $C_H = 0.01\mu\text{F}$
- Low input offset: 1mV (typical)
- 0.002% gain accuracy with $R_L = 2\text{k}\Omega$
- Low output noise in hold mode
- Input characteristics do not change during hold mode
- High supply rejection ratio in sample or hold
- Wide bandwidth

PIN CONFIGURATIONS



BLOCK DIAGRAM



ORDERING INFORMATION

DESCRIPTION	TEMPERATURE RANGE	ORDER CODE	DWG #
8-Pin Plastic Dual In-Line Package (DIP)	0 to +70°C	NE5537N	0404B
14-Pin Plastic Small Outline (SO) Package	0 to +70°C	NE5537D	0175D
8-Pin Plastic Dual In-Line Package (DIP)	-55°C to +125°C	SE5537FE	0404B

Sample-and-hold amplifier

NE/SE5537

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

SYMBOL	PARAMETER	RATING	UNIT
V_S	Voltage supply	±18	V
P_D	Maximum power dissipation $T_A=25^\circ\text{C}$ (still-air) ¹		
	N package	1160	mW
	D package	1090	mW
	FE package	780	mW
T_A	Operating ambient temperature range		
	SE5537 NE5537	-55 to +125 0 to +70	$^\circ\text{C}$
T_{STG}	Storage temperature range	-65 to +150	$^\circ\text{C}$
V_{IN}	Input voltage	Equal to supply voltage	
	Logic to logic reference differential voltage ²	+7, -30	V
	Output short circuit duration	Indefinite	
	Hold capacitor short circuit duration	10	s
T_{SOLD}	Lead soldering temperature (10sec max)	300	$^\circ\text{C}$

NOTES:

- Derate above 25°C at the following rates:
FE package at $6.2\text{mW}/^\circ\text{C}$
N package at $9.3\text{mW}/^\circ\text{C}$
D package at $8.3\text{mW}/^\circ\text{C}$
- Although the differential voltage may not exceed the limits given, the common-mode voltage on the logic pins may be equal to the supply voltages without causing damage to the circuit. For proper logic operation, however, one of the logic pins must always be at least 2V below the positive supply and 3V above the negative supply.

Sample-and-hold amplifier

NE/SE5537

DC ELECTRICAL CHARACTERISTICS¹

SYMBOL	PARAMETER	TEST CONDITIONS	SE5537			NE5537			UNIT
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
V_{OS}	Input offset voltage ⁴	$T_J=25^\circ\text{C}$		1	3		2	7	mV
		Full temperature range			5			10	mV
I_{BIAS}	Input bias current ⁴	$T_J=25^\circ\text{C}$		5	25		10	50	nA
		Full temperature range			75			100	nA
	Input impedance	$T_J=25^\circ\text{C}$		10^{10}			10^{10}		Ω
	Gain error	$T_J=25^\circ\text{C}$		0.002	0.007		0.004	0.01	%
		$-10\text{V} \leq V_{IN} \leq 10\text{V}$, $R_L=2\text{k}\Omega$ $-11.5\text{V} \leq V_{IN} \leq 11.5\text{V}$, $R_L=10\text{k}\Omega$ Full temperature range			0.02			0.02	%
	Feedthrough attenuation ratio at 1kHz	$T_J=25^\circ\text{C}$, $C_H=0.01\mu\text{F}$	86	96		80	90		dB
	Output impedance	$T_J=25^\circ\text{C}$, "HOLD" mode		0.5	2		0.5	4	Ω
		Full temperature range			4			6	
	"HOLD" Step ²	$T_J=25^\circ\text{C}$, $C_H=0.01\mu\text{F}$, $V_{OUT}=0$		0.5	2.0		1.0	2.5	mV
I_{CC}	Supply current ⁴	$T_J=25^\circ\text{C}$		4.5	6.5		4.5	7.5	mA
	Logic and logic reference input current	$T_J=25^\circ\text{C}$		2	10		2	10	μA
	Leakage current into hold capacitor ⁴	$T_J=25^\circ\text{C}$ "hold" mode ³		6	50		6	100	μA
	Acquisition time to 0.1%	$V_{OUT}=10\text{V}$, $C_H=1000\text{pF}$		4			4		μs
		$C_H=0.01\mu\text{F}$		20			20		μs
	Hold capacitor charging current	$V_{IN}-V_{OUT}=2\text{V}$		5			5		mA
SVRR	Supply voltage rejection ratio	$V_{OUT}=0\text{V}$	80	110		80	110		dB
		Differential logic threshold	$T_J=25^\circ\text{C}$	0.8	1.4	2.4	0.8	1.4	2.4

NOTES:

- Unless otherwise specified, the following conditions apply: Unit is in "sample" mode. $V_S=\pm 15\text{V}$, $T_J=25^\circ\text{C}$, $-11.5\text{V} \leq V_{IN} \leq 11.5\text{V}$, $C_H=0.01\mu\text{F}$, and $R_L=2\text{k}\Omega$. Logic reference voltage=0V and logic voltage=2.5V.
- Hold step is sensitive to stray capacitive coupling between input logic signals and the hold capacitor. 1pF, for instance, will create an additional 0.5mV step with a 5V logic swing and a 0.01F hold capacitor. Magnitude of the hold step is inversely proportional to hold capacitor value.
- Leakage current is measured at a junction temperature of 25°C . The effects of junction temperature rise due to power dissipation or elevated ambient can be calculated by doubling the 25°C value for each 11°C increase in chip temperature. Leakage is guaranteed over full input signal range.
- These parameters guaranteed over a supply voltage range of ± 5 to $\pm 18\text{V}$.

Travaux pratiques (module2)

Outils d'analyse du signal

I- Prise en main du logiciel TINA : observation de signaux périodiques et calcul des séries de Fourier associées

II- Observation d'un signal échantillonné

III- Reconstruction

IV : Repliement du spectre

Annexe

Vu en TD :

Les signaux peuvent être représentés dans le temps, la courbe $v(t)$ est appelée chronogramme.

Ils peuvent aussi être représentés dans le domaine des fréquences, $\underline{V}(f)$ la représentation en fréquence de la tension $v(t)$ est une **fonction complexe** de la fréquence. Elle est donc caractérisée par **une amplitude et une phase**. Il existe des outils mathématiques pour passer d'une représentation à l'autre :

- Pour les signaux périodiques, on utilise **la décomposition en série de Fourier** (voir annexe)
- Pour les signaux non périodiques on utilise **la transformée de Fourier**

On appelle spectre la représentation graphique de l'amplitude de $\underline{V}(f)$ en fonction de f .

Un signal échantillonné est le produit du signal par un peigne d'impulsions.

Son spectre est la reproduction périodique du spectre du signal continu si on respecte la condition de Shannon : $F_e > 2 \cdot f_{\max}$, où F_e est la fréquence d'échantillonnage et f_{\max} la plus haute fréquence du spectre du signal continu.

Si on ne respecte pas la condition de Shannon, on observe le phénomène de repliement du spectre.

I- Prise en main du logiciel TINA

TINA est un outil de conception, de simulation et d'analyse de circuits électroniques analogiques, numériques et mixtes. Les résultats d'analyse peuvent être produits sous forme de diagrammes ou par une série d'instruments virtuels. Il comprend une bibliothèque de modèle Spice d'AOP, d'amplificateurs d'instrumentation, de comparateurs, de régulateurs de tension, ... de la société Texas Instruments.

TINA permet de créer tout type de circuit en quelques minutes avec l'éditeur de schéma de TINA, simple d'utilisation. Après la saisie de schéma, différentes analyses sont possibles :

- DC analysis
- AC analysis
- Transient analysis
- Fourier analysis
- Noise analysis

Il est également possible de réaliser des analyses avec 7 instruments virtuels : Oscilloscope, Function Generator, Multimeter, Signal Analyzer/Bode Plotter, Network Analyzer, Spectrum Analyzer, Logic Analyzer, Digital Signal Generator, XY Recorder.

La prise en main est très facile : pour sélectionner un composant, cliquer OK dans la fenêtre de choix des composants et l'amener sur le plan de travail. Pour paramétrer un composant, faire un « double-clic » sur celui-ci et remplir les champs. Tirer des fils entre les composants et procéder à l'une des analyses mentionnées ci-dessus.

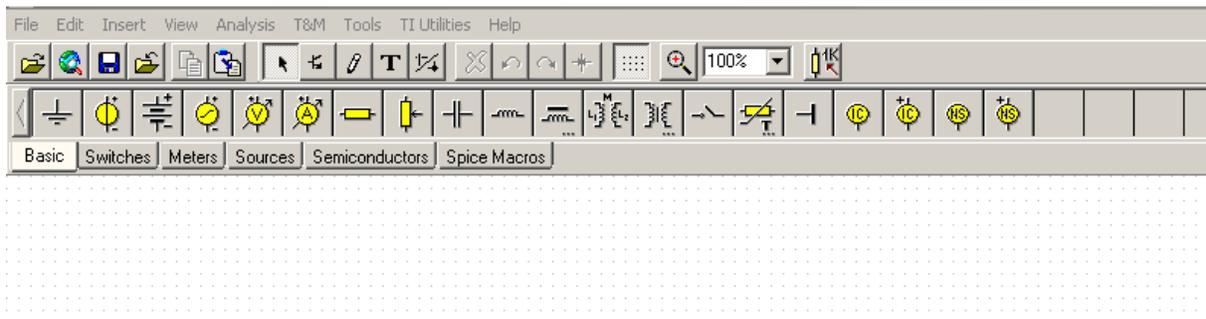


Figure 1 : Menus de la fenêtre de l'éditeur de circuit

1.1 Etude d'un signal sinusoïdal

Lancer le programme TINA (attention à bien prendre la version 9).

Dessiner le circuit de la figure 2 en choisissant les composants adéquats.

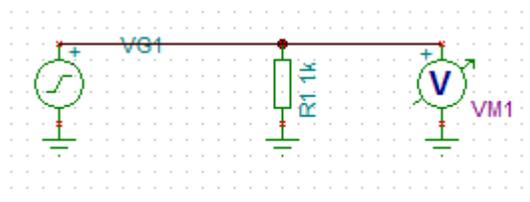


Figure 2 : Circuit d'étude du générateur de signal

Réglage du générateur de tension : choisir un signal sinusoïdal d'amplitude 2 V et de fréquence $f_0 = 1$ kHz.

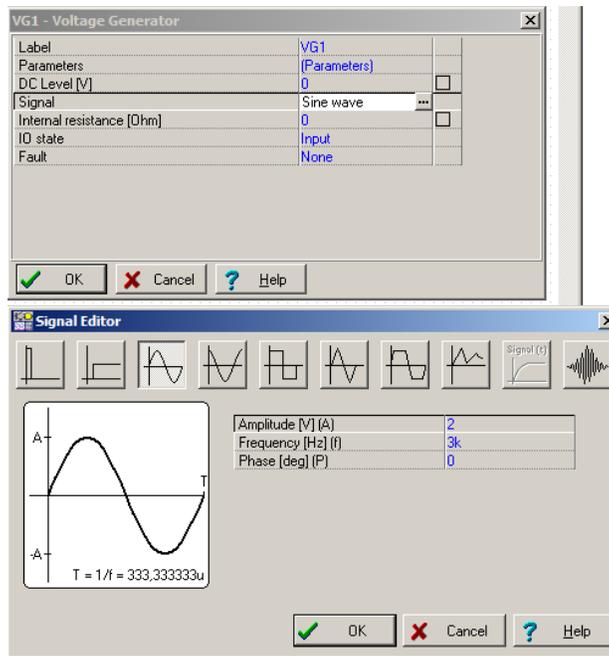


Figure 3 : Fenêtre de réglage des paramètres du générateur de tension

Tracé du chronogramme

Pour observer le chronogramme de la tension V_{G1} , on réalise une étude transitoire :

- Barre horizontale des menus → Analysis → Transient...
- Remplir les champs de la fenêtre (Start Display, End Display) de manière à observer 5 périodes.

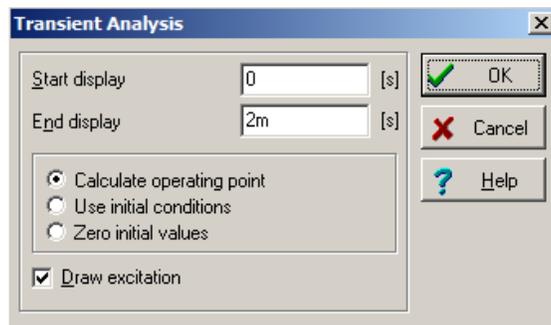


Figure 4 : Fenêtre de réglage des paramètres de l'analyse « transient... »

Question 1 : Vérifiez que les réglages du générateur de tension sont corrects.

Tracé de la décomposition en série de Fourier

Le signal V_{G1} est périodique, on peut donc le décomposer en série de Fourier. Pour cela on utilise la fonction « Fourier Analysis » de TINA.

- Barre horizontale des menus → Analysis → Fourier Analysis...
- Remplir les champs de la fenêtre (Sampling Start Time, Base frequency, Number of samples, Number of harmonics). On se limitera aux 20 premières harmoniques.

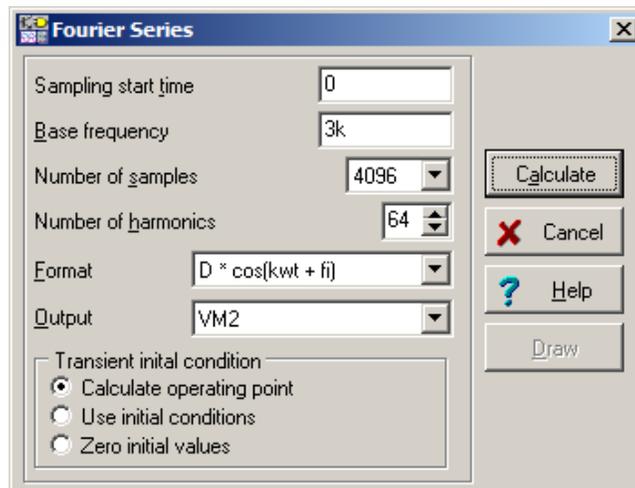


Figure 5 : Fenêtre de réglage du calcul des coefficients de la série de Fourier

Question 2 : Justifiez le choix des valeurs pour les différents paramètres.

Une fois le calcul des coefficients réalisé, cliquez sur Draw pour obtenir le tracé du spectre

Question 3 : Commentez le résultat obtenu. Est-il en accord avec la théorie ?

1.2 Etude d'un signal impulsionnel

Choisir un signal impulsionnel d'amplitude 2V avec une durée d'impulsion successivement de $\theta = 10 \mu\text{s}$, $100 \mu\text{s}$ puis $250 \mu\text{s}$.

Pour chaque valeur vous calculerez la série de Fourier en choisissant comme fréquence de base : 1 kHz et 50 harmoniques. Le logiciel calculera ainsi les 50 premiers harmoniques de la série de Fourier correspondant à un signal impulsionnel de période $T_0 = 1\text{ms}$ et de rapport cyclique : θ/T_0 .

Question 4 : Les résultats sont-ils en accord avec la théorie. On précisera notamment l'allure de l'enveloppe des différentes raies ainsi que la position en fréquence des zéros de cette enveloppe. (On rappelle en annexe l'allure du spectre d'un signal impulsionnel).

II- Spectre d'un signal sinusoïdal échantillonné

Pour réaliser l'échantillonneur on choisira le composant Time-Controlled Switch dans la famille SWITCHES . En double cliquant sur son icône vous ouvrez une fenêtre permettant de paramétrer l'échantillonneur (voir figure 6)

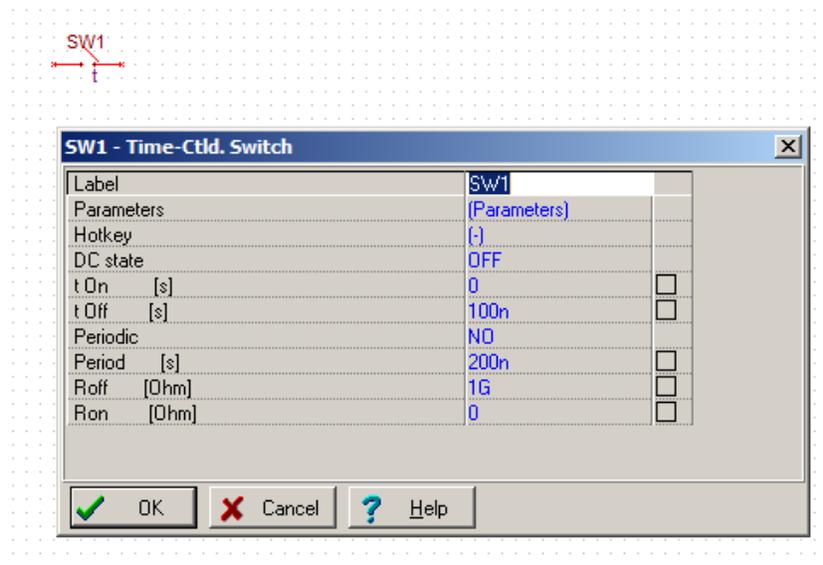


Figure 6 : Fenêtre de réglage de l'échantillonneur

DC state : permet de définir l'état par défaut (ouvert ou fermé) de l'interrupteur. On gardera DC state sur off
t_{ON} : correspond à l'instant où la commande est appliquée (fermeture ou ouverture suivant la valeur de DC state).
t_{OFF} : correspond à l'instant où la commande est stoppée (ouverture ou fermeture suivant la valeur de DC state)
Périodique : permet de préciser si la commande est périodique ou non. On gardera Périodique sur on
Périod : fixe la valeur de la période dans le cas où Périodique est « on »
Roff : résistance équivalente de l'interrupteur lorsqu'il est ouvert
Ron : résistance équivalente de l'interrupteur lorsqu'il est fermé

2.1 Echantillonnage « idéal »

On choisit dans un premier temps d'échantillonner un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz et d'amplitude 2V avec une impulsion de commande de l'échantillonneur de durée ($t_{OFF} - t_{ON}$) de 1 μ s pour une fréquence d'échantillonnage F_c de 20 kHz. On choisira $R_{off} = 1 \text{ G}\Omega$ et $R_{on} = 0 \Omega$.

Dessiner le circuit de la Figure 7

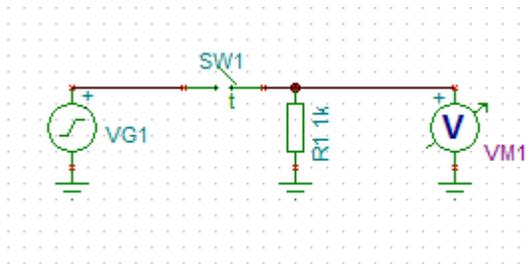


Figure 7 : circuit de l'échantillonneur

Effectuer les réglages nécessaires, puis tracer le chronogramme et le spectre du signal échantillonné.

Question 5 : Les résultats sont-ils en accord avec la théorie. On précisera notamment la position des différentes raies observées ainsi que leurs amplitudes.

Positionner maintenant la fréquence du signal sinusoïdal sur 2 kHz. Retracer le spectre en conservant une fréquence de base de 1 kHz.

Question 6 : Comment se déplacent les différentes raies ?

Revenir à un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz et modifier la fréquence d'échantillonnage de 20kHz à 10 kHz. Retracer le spectre.

Question 7 : Comment se déplacent les différentes raies ?

2.2 Echantillonnage « réel » influence de la durée d'impulsion d'échantillonnage

On garde un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz.
Choisir une durée d'impulsion de 25 μ s, pour une fréquence d'échantillonnage de 20 kHz.

Tracer le spectre du signal échantillonné.

Question 8 : Comparer ce spectre (position et amplitude des différentes raies) à celui obtenu à la question 5. Pourquoi n'observe-t-on aucune raie autour de $2F_c$ (40 kHz) ?

2.3 Echantillonneur bloqueur

On réalise maintenant le circuit de la figure 8. On garde un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz et une fréquence d'échantillonnage de 20 kHz pour une durée d'impulsion de 1 μ s.

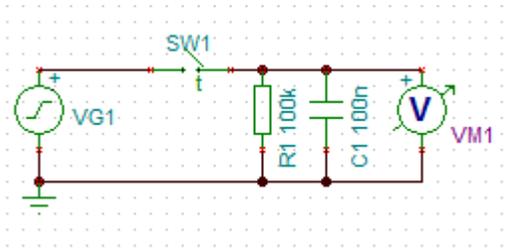


Figure 8 : Echantillonneur bloqueur

Lorsque l'impulsion d'échantillonnage est présente le circuit est équivalent au schéma de la Figure 9-a où R_{on} est la résistance de l'interrupteur fermé. Sinon il est équivalent au circuit de la Figure 9-b où R_{off} est la résistance de l'interrupteur ouvert.

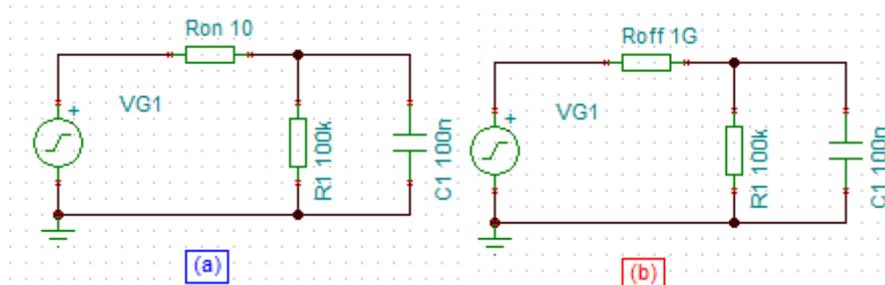


Figure 9 : Schémas équivalents du circuit : interrupteur fermé (a) ; interrupteur ouvert (b)

Question 9 : Calculer les constantes de temps respectives τ_a et τ_b pour ces deux circuits en fonction des résistances R_{on} , R_{off} , R_1 et de la capacité C_1 .

a) Influence de τ_b

- Choisir $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $R_{off} = 1 \text{ G}\Omega$ et $R_{on} = 0 \Omega$.

Tracer le chronogramme.

Question 10 : Commenter l'allure du tracé en vous appuyant sur les schémas de la Figure 7. On s'appuiera sur les valeurs respectives de τ_b , T_e , θ , T_0 .

Tracer le spectre

Question 11 : Commenter l'allure du spectre. On expliquera notamment pourquoi l'amplitude des raies autour de F_c , $2F_c$, ... est aussi basse ?

- Choisir $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $R_{\text{off}} = 1 \text{ G}\Omega$ et $R_{\text{on}} = 0 \Omega$.

Tracer le chronogramme et le spectre du signal échantillonné.

Question 12 : Commenter l'allure de ces deux tracés. On expliquera les évolutions par rapport aux questions 10 et 11 en regard des changements des valeurs respectives de τ_b , T_e , θ , T_0 .

b) Influence de τ_a

- Choisir $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $R_{\text{off}} = 1 \text{ G}\Omega$ et $R_{\text{on}} = 100 \Omega$.

Tracer le chronogramme et le spectre du signal échantillonné.

Question 13 : Commenter l'allure de ces deux tracés. On s'appuiera sur les valeurs respectives de τ_a , T_e , θ , T_0 . On expliquera l'évolution par rapport aux questions précédentes en s'appuyant sur les schémas de la Figure 9.

III- Reconstruction

Pour effectuer la reconstruction d'un signal échantillonné, on utilise un filtre passe bas selon le schéma de la figure 10. Le filtre proposé est un filtre passe-bas de type butterworth d'ordre 5 et de fréquence de coupure à -3 dB de 2 kHz.

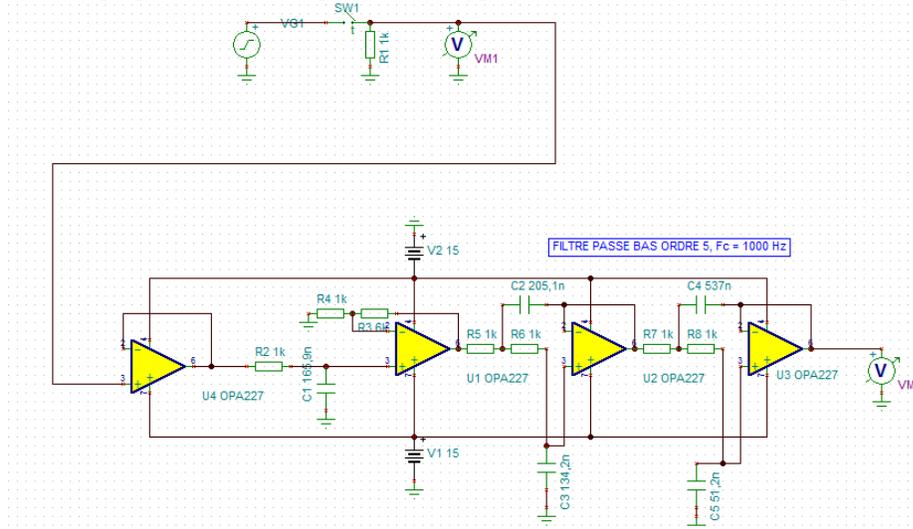


Figure 10 : Echantillonneur suivi du filtre de reconstruction

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert du filtre est représenté Figure 11.

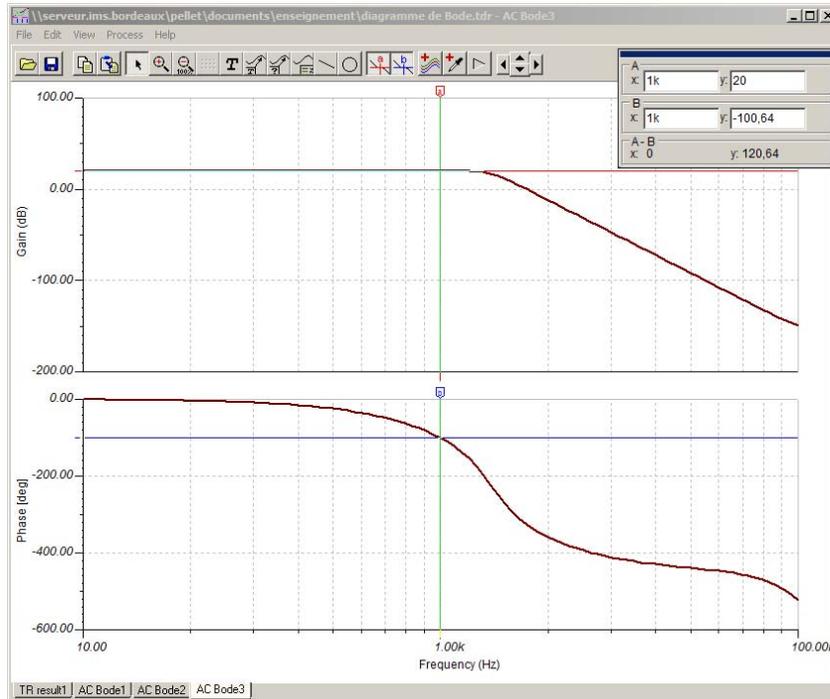


Figure 11 : Diagramme de Bode du filtre e reconstruction

On ne vous demande pas de dessiner le circuit de la figure 10. Pour l'obtenir il vous suffit d'ouvrir le fichier « reconstruction » que vous trouverez dans le dossier TP7 outils d'analyse du signal qui est sur le bureau.

On choisira comme paramètres pour l'échantillonneur :

$t_{on} : 0$, $t_{off} : 10 \mu s$, Periodic : YES, Period : $50 \mu s$, $R_{off} : 1G$, $R_{on} : 0$

Tracer les chronogrammes des tensions V_{G1} , V_{M1} et V_{M2} pour $t = 0$ à $t = 5$ ms.

Question 14 : Commentez l'allure de la courbe V_{M2} de $t=0$ à $t = 1$ ms .

Mesurer le déphasage entre V_{M2} et V_{G1} .

Pour cela il est conseillé d'utiliser les curseurs pour mesurer le décalage temporel puis d'en déduire le déphasage. On rappelle que $\Delta\Phi = \omega \Delta t$. On pourra au préalable réajuster l'axe des temps pour n'afficher qu'une période par exemple de $t = 1$ ms à $t = 2$ ms. (Il suffit de double cliquer sur l'axe pour ouvrir la fenêtre de réglage de l'axe)

Question 15 : le déphasage observé entre V_{M2} et V_{G1} est-il cohérent avec le diagramme de Bode de la figure 11 ?

On souhaite maintenant calculer la décomposition en série de Fourier de V_{M2} . Pour faire abstraction du régime transitoire observé de $t = 0$ à $t = 1$ ms et ne prendre en compte que le régime établi, on appliquera les paramètres suivants :

“Sampling start time” : 2ms,

“Base frequency” : 1kHz

“Number of samples” : 4096

“Number of harmonics” : 64

Calculer puis tracer successivement les spectres de V_{M1} et de V_{M2} .

Question 16 : Les spectres obtenus sont-ils en accord avec la théorie ?

Question 17 : L'amplitude de V_{M2} est-elle cohérente avec le diagramme de Bode de la Figure 11 ?

IV- Théorème de Shannon et repliement du spectre

Pour visualiser les effets du repliement du spectre lorsqu'on ne respecte plus la condition de Shannon ($F_e > 2 F_{Max}$) on choisit de fixer F_e à 1,8 kHz au lieu de 20 kHz, pour un signal V_{G1} inchangé à 1 kHz. **Les autres paramètres de l'échantillonneur restent inchangés.**

Question 18 : Déterminer et tracer sur la Figure 12 la position des différentes raies du signal V_{M1} .

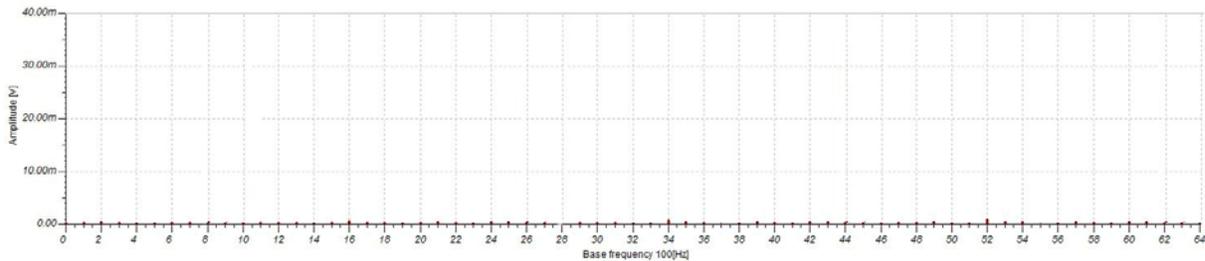


Figure 12 : Spectre du signal V_{M1}

Pour vérifier votre réponse, réaliser le calcul des coefficients de la série de Fourier pour le signal V_{M1} avec les paramètres suivants :

“Sampling start time” : 2ms,
“Base frequency” : 100 Hz,
“Number of samples” : 4096,
“Number of harmonics” : 64,
puis tracer le spectre.

Question 19 : quelles sont les amplitudes des deux premières raies ?

On s'intéresse maintenant au signal reconstruit V_{M2} .

Calculer les coefficients de la série de Fourier pour le signal V_{M2} avec les mêmes paramètres que précédemment, puis tracer le spectre.

Question 20 : Les résultats sont-ils cohérents ? On précisera notamment l'amplitude des deux premières raies.

Tracer les chronogrammes des tensions V_{G1} , V_{M1} et V_{M2} de $t = 0ms$ à $t = 20ms$.

Question 21 : le signal V_{M2} est-il proche de V_{G1} ? Quelle conclusion en tirez vous ?

Annexe

Séries de Fourier

Toute fonction périodique peut s'écrire comme une somme de fonctions sinusoidales de fréquences $f, 2f, 3f, \dots$ où f est l'inverse de la période de la fonction

Première écriture :

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [b_n \cos(n\omega t) + a_n \sin(n\omega t)]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega t) dt$$

$$b_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

Seconde écriture :

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$

$$\text{tg}(\varphi_n) = a_n/b_n \text{ et } s_n^2 = a_n^2 + b_n^2$$

Spectre d'impulsions périodiques

Le développement en série de Fourier donne :

$$v(t) = Af\theta + 2Af\theta \left[\frac{\sin(\pi f\theta)}{\pi f\theta} \times \cos(\omega t) + \frac{\sin(2\pi f\theta)}{2\pi f\theta} \times \cos(2\omega t) + \frac{\sin(3\pi f\theta)}{3\pi f\theta} \times \cos(3\omega t) + \dots \right]$$

Le chronogramme et le spectre de ces impulsions sont donnés ci-dessous.

