

Thème 1 : [volet Filtrage]

Méthodologie de synthèse de filtres analogiques

Notions :

Maitrise « circuit »
Type de filtre & Gabarit
Mise en cascade.

L'objectif de ce TD est de :

- savoir effectuer la **synthèse d'un filtre analogique** à partir d'un gabarit donné,
- savoir calculer les éléments des filtres d'ordre 1 et 2 satisfaisant les valeurs de **pulsation caractéristique et de coefficient de surtension** imposées par un cahier des charges,
- comprendre l'intérêt des filtres analogiques actifs à base d'AOPs mais aussi **leurs limites**.

Pré-requis :

Cours de circuits et d'électronique S1 et S2. Diagramme de Bode. Fonction de transfert. Nombres complexes. Logarithme.

I- Méthodologie de synthèse d'un filtre actif passe-bas de type « Butterworth »

I-1. Etude théorique

I-1-a. Calcul de l'ordre et de la fréquence caractéristique

I-1-b. Synthèse du filtre

I-2. Etude pratique par simulation

I-2-a. Présentation du logiciel Tina-TI

I-2-b. Etude du filtre en régime harmonique

I-2-c. Exploitation des résultats

I-2-d. Détermination du retard de groupe ("group delay")

I-2-e. Réponse indicielle ou réponse à un échelon

II- Effets des limitations d'utilisation des AOPs

II-1. Etude théorique – AOP non parfait

II-2. Etude pratique par simulation

III- Exercice d'application (*extrait d'un partiel de S3*)

I- Méthodologie de synthèse d'un filtre actif passe-bas de type « Butterworth »

I-1. Etude théorique

I-1-a. Calcul de l'ordre et de la fréquence caractéristique

On cherche à faire la synthèse d'un filtre passe-bas analogique de type « Butterworth » avec le gabarit présenté en figure 1. La synthèse d'autres types de filtres (Bessel, Tchebychev, Cauer, ..) est trop difficile à réaliser de manière analytique et nécessite l'utilisation d'un ordinateur. Par souci d'étude de leurs propriétés et de comparaison de leurs performances, d'autres types de filtres, en particulier Bessel et Tchebychev, seront abordés lors du TP.

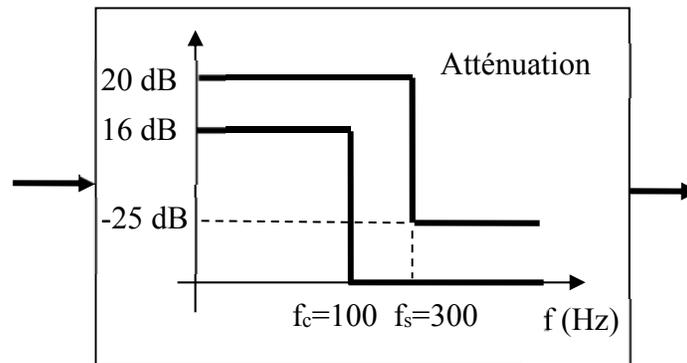


Figure 1 : Gabarit du filtre passe-bas et valeurs numériques du cahier des charges

Les fréquences f_c et f_s indiquent respectivement la fin de la **bande passante** et le début de la **bande d'arrêt**.

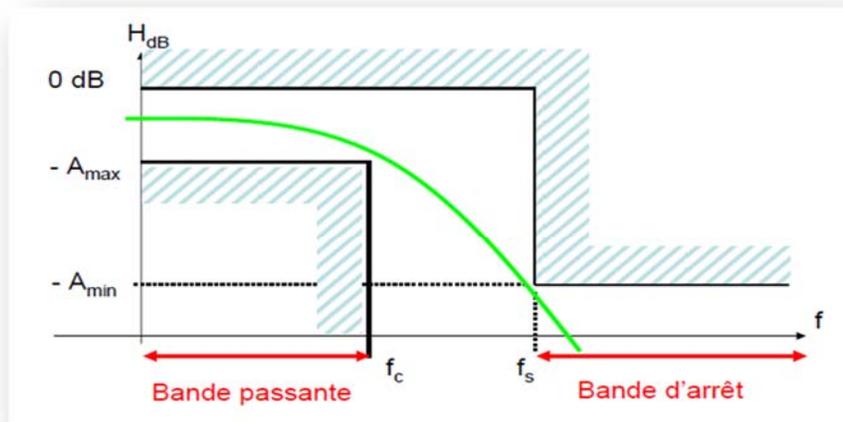


Figure 2 : Grandeurs associées au gabarit normalisé d'un filtre

NB : Les grandeurs A_{\max} et A_{\min} correspondent respectivement à l'ondulation maximale acceptable dans la bande passante (ripple) et l'atténuation minimale acceptable dans la bande d'arrêt.

Question 1 : Le filtre est réalisé par la mise en cascade d'un filtre passe-bas et d'un amplificateur de gain égal à 10. Compléter les valeurs numériques du gabarit du filtre passe-bas de la figure 3.

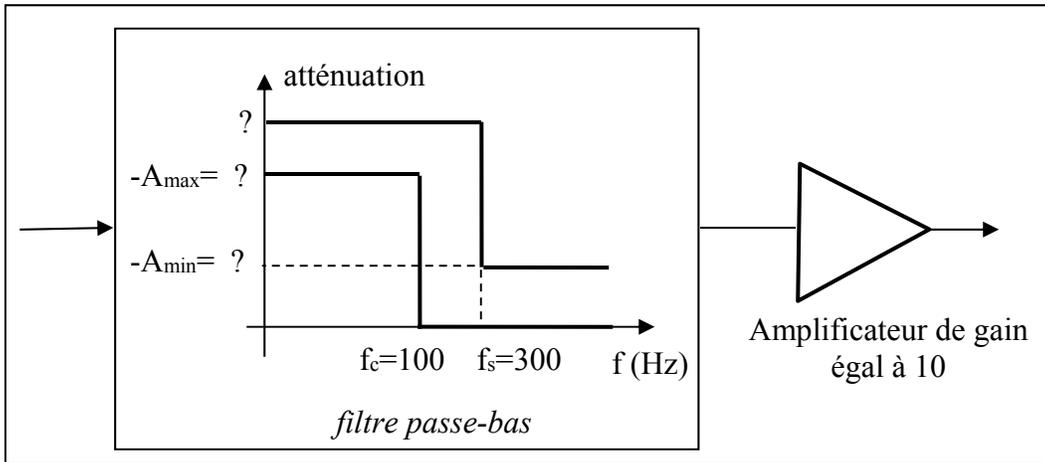


Figure 3 : *Filtre réalisé par la mise en cascade d'un filtre passe-bas et d'un amplificateur de gain égal à 10.*

Question 2 : Le module du gain d'un filtre Butterworth passe-bas d'ordre n et de pulsation de coupure ω_0 à -3dB s'écrit :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\left(1 + \left[\frac{\omega}{\omega_0}\right]^{2n}\right)^{1/2}} \quad (1)$$

- Vers quelles valeurs tend $|H(j\omega)|$ quand $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$ et quelle est la valeur de $|H(j\omega)|$ pour la pulsation particulière $\omega = \omega_0$ encore appelée pulsation caractéristique ?
- Justifier le fait que ω_0 correspond bien à la pulsation de coupure à -3 dB (**attention : ceci n'est pas le cas pour tous les filtres !**).

Question 3 : A partir du gabarit complété de la figure 3 et la relation (1), on obtient alors **2 équations à 2 inconnues** pour les deux points particuliers f_c et f_s . En déduire l'expression de l'**ordre n** et de la **pulsation ω_0** . Commencer par calculer n , puis choisir la valeur entière juste supérieure à la valeur déterminée puis extraire ensuite ω_0 .

1-1-b. Synthèse du filtre

Question 4 : Si vos calculs sont exacts, vous devez trouver que le filtre passe-bas de la figure 2 est la mise en cascade de deux filtres d'ordre 2 et d'un filtre d'ordre 1. En utilisant le tableau de l'annexe 1, donner :

- pour chacun des filtres d'ordre 2, la valeur du coefficient de surtension Q et la pulsation caractéristique ω_0 ,
- pour le filtre d'ordre 1, la valeur de la pulsation caractéristique ω_0 .

	valeur de Q	valeur de ω_0
premier filtre d'ordre 2		
deuxième filtre d'ordre 2		
filtre ordre 1		

NB : On rappelle que les fonctions de transfert $H(p)$ (transformée de Laplace) des filtres d'ordre 1 et d'ordre 2 se mettent respectivement sous la forme :

$$H(p) = \frac{\omega_0}{p + \omega_0} \quad (2)$$

$$H(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (3)$$

Question 5 : Le filtre d'ordre 1 est réalisé au moyen du schéma de la figure 4. L'AOP est supposé idéal.

- Vérifier que la fonction de transfert $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ du filtre est bien similaire à celle de l'équation 2 ci-dessus.
- Quel est l'intérêt de mettre un AOP puisque le gain est le même sans AOP ?

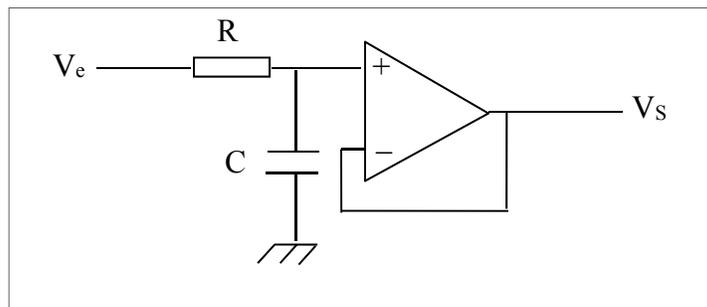


Figure 4 : Filtre passe-bas du premier ordre

Question 6 : On fixe $R = 10k\Omega$, calculer la valeur de C .

Le filtre de la figure 1 nécessite un amplificateur de gain égal à 10, on peut inclure ce gain dans le filtre précédent comme le montre le schéma de la figure 5.

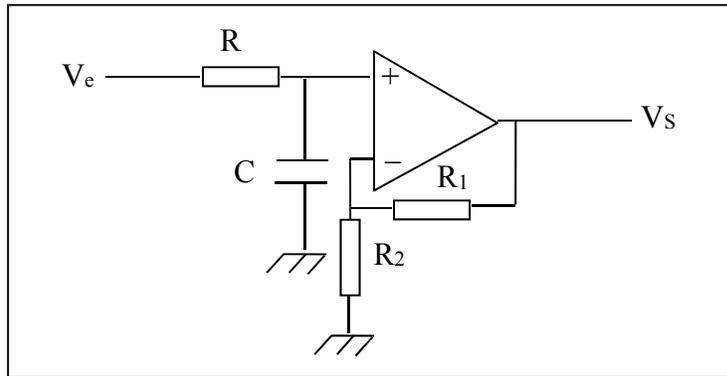


Figure 5 : Filtre passe-bas avec gain pour $f \rightarrow 0$

Question 7 :

- Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme :

$$H(p) = A_{LP} \frac{\omega_0}{p + \omega_0} \quad (4)$$

où A_{LP} est le gain à fréquence nulle.

- Donner l'expression de A_{LP} en fonction de R_1 et R_2 . On choisit $R_2 = 1k\Omega$. Donner la valeur de R_1 pour obtenir $A_{LP} = 10$.

Les deux filtres d'ordre 2 sont réalisés à partir de cellules actives dites de "Sallen-Key" dont le schéma est rappelé à la figure 6. La fonction de transfert $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ du filtre de la figure 6 est donnée par l'équation

3. Pour l'obtenir il suffit d'écrire les équations aux nœuds A et B.

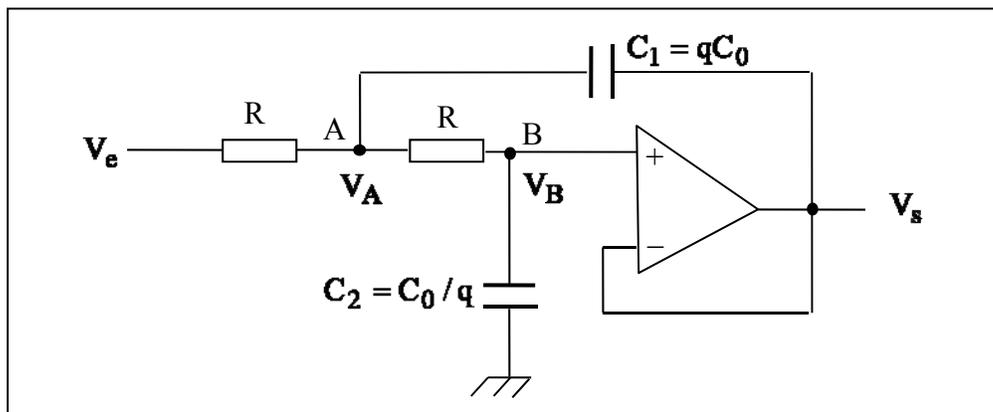


Figure 6 : Cellule active de Sallen-Key pour la réalisation d'un filtre d'ordre 2

Question 8 : L'AOP étant supposé idéal, quel est approximativement le potentiel V_B du point B par rapport à la masse ? Ecrire alors les équations aux nœuds A et B en fonction de V_e , V_s , V_A , R et des admittances opérationnelles qC_0p et $\frac{C_0}{q}p$.

Question 9 : Pour obtenir $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$, extraire le potentiel V_A d'une des 2 équations puis le remplacer dans l'autre équation. On doit obtenir une équation identique à l'équation 3. Identifier les expressions de Q en fonction de q puis de ω_0 en fonction de R et C_0 .

Question 10 : On donne $R = 10\text{k}\Omega$. Calculer pour chacun des filtres les capacités C_1 et C_2 à placer sur le circuit.

	valeur de Q	valeur de ω_0	R	C_1	C_2
premier filtre d'ordre 2			10 k Ω		
deuxième filtre d'ordre 2			10 k Ω		

Question 11 :

- Donner le schéma complet du filtre.
- Peut-on inverser la position des blocs du filtre dans le circuit final ? Justifier votre réponse.
-

Question 12 :

- Ecrire l'expression des gains complexes de chaque filtre pour les fréquences très supérieures à la fréquence de coupure f_0 .
- Ecrire alors le gain complet du filtre en dB, c'est-à-dire, $20 \log_{10} |H(j\omega)|$. En déduire la pente d'atténuation (en dB/décade) pour les fréquences $f \gg f_0$.

Question 13 : Quels sont les déphasages du signal de sortie par rapport au signal d'entrée pour $f \rightarrow 0$ et $f \rightarrow \infty$? Justifier votre réponse.

I-2. Etude pratique par simulation

I-2-a. Présentation du logiciel Tina-TI

Le logiciel **Tina-TI** (téléchargeable gratuitement depuis le site de Texas Instruments www.ti.com) est un logiciel de simulation de circuits électriques. Il comprend une bibliothèque de modèle Spice d'AOP, d'amplificateurs d'instrumentation, de comparateurs, de régulateurs de tension, ... de la société Texas Instruments. Après la saisie de schéma, différentes analyses sont possibles (figures 7 et 8) :

- DC analysis (analyse des grandeurs en régime continu)
- AC analysis (analyse des grandeurs en régime variable)
- Transient analysis (analyse des grandeurs en régime transitoire)
- Fourier analysis (analyse fréquentielle)
- Noise analysis (analyse de bruit)

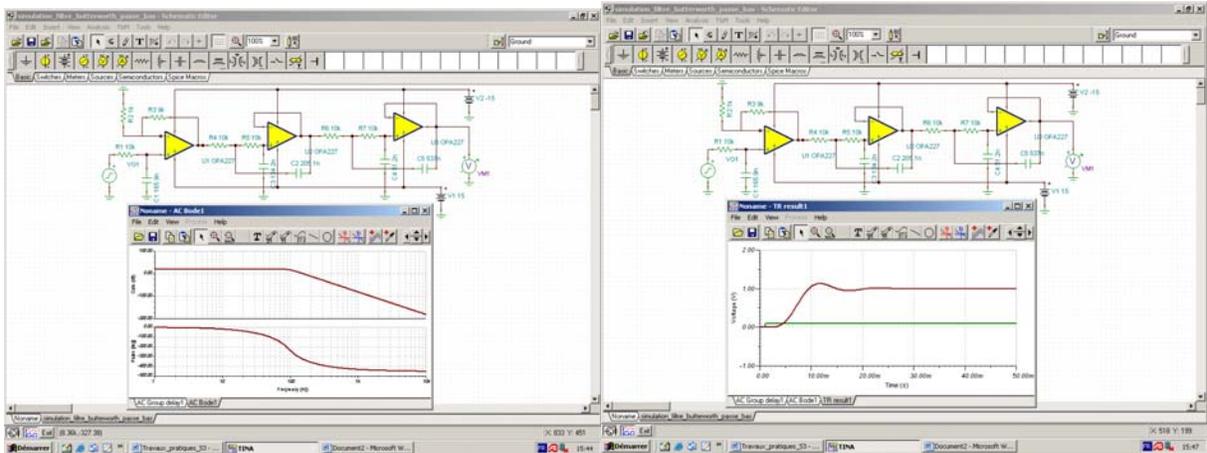


Figure 7 (gauche) : Exemple de fenêtre du logiciel Tina-TI : saisie de schéma et résultat de simulation A. C. Analysis (Bode)

Figure 8 (droite) : Exemple de fenêtre du logiciel Tina-TI : saisie de schéma et résultat de simulation Transient Analysis

La prise en main est assez facile et conviviale.

- Pour sélectionner un composant, cliquer OK dans la fenêtre de choix des composants et l'amener sur le plan de travail.
- Pour paramétrer un composant, faire un double-clic sur celui-ci et remplir les champs requis.
- Tirer des fils entre les composants et procéder à l'une des analyses mentionnées ci-dessus.

NB : Le logiciel Tina-TI ne simule que des circuits actifs. Mais ce n'est pas un problème puisqu'il suffit d'ajouter, par exemple, un montage de type suiveur pour procéder à une analyse d'un circuit ne comportant que des composants passifs.

I-2-b. Etude du filtre en régime harmonique

➤ **Saisir** le schéma du filtre de Butterworth en entrant les valeurs calculées précédemment. Placer le filtre d'ordre 1 en premier.

Procédure à suivre pour la saisie du schéma :

- Choix des AOP : Barre horizontale des menus → Spice Macros → Operational Amplifiers → OPA227
- Choix des composants passifs (Resistor, Capacitor, Ground, Battery) : Barre horizontale des menus → Basic
- Choix du générateur : Barre horizontale des menus → Sources → Voltage Generator
- Choix des appareils de mesure : Barre horizontale des menus → Meters → Volt Meter

➤ **Etude en régime harmonique :**

Procédure à suivre pour obtenir le module et la phase du gain complexe :

- Barre horizontale des menus → Analysis → AC Analysis → AC Transfer Characteristic
- Remplir les champs de la fenêtre (Start Frequency, End Frequency, Number of points, Sweep type Logarithmic, Diagram Amplitude & Phase)

I-2-c. Exploitation des résultats

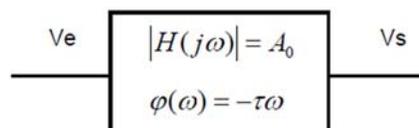
Question 14 : A l'aide de la fonction zoom et des curseurs, déterminer :

- le gain aux basses fréquences ($f \rightarrow 0$)
- la fréquence de coupure f_{-3dB}
- la pente d'atténuation en dB/décade pour $f \rightarrow \infty$
- le déphasage pour $f \rightarrow \infty$
- la fréquence de coupure f_{-3dB}^1 du filtre d'ordre 1 placé en tête du filtre, donner la valeur de k dans $f_{-3dB}^1 = k f_{-3dB}$. Comparer à la valeur théorique.
- Comparer les valeurs obtenues par la simulation avec celles calculées précédemment.

I-2-d. Détermination du retard de groupe ("group delay")

Un filtre passe-bas a pour fonction d'éliminer les fréquences de la bande d'arrêt et de laisser passer les fréquences de la bande passante. Si le signal appliqué à l'entrée du filtre comprend plusieurs fréquences situées dans sa bande passante, on a tout intérêt à ce que ces fréquences aient le **même retard** afin que le signal utile soit simplement retardé et donc non déformé (figures 9 et 10).

Exemple : $v_e(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) + A_3 \cos(\omega_3 t)$ avec $\omega_0 \gg \omega_{1,2,3}$



$$v_s(t) = A_0 [A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) + A_3 \cos(\omega_3 t + \phi_3)]$$

$$v_s(t) = A_0 [A_1 \cos(\omega_1 t - \tau\omega_1) + A_2 \cos(\omega_2 t - \tau\omega_2) + A_3 \cos(\omega_3 t - \tau\omega_3)]$$

$$v_s(t) = A_0 [A_1 \cos(\omega_1 (t - \tau)) + A_2 \cos(\omega_2 (t - \tau)) + A_3 \cos(\omega_3 (t - \tau))]$$

$$v_s(t) = A_0 v_e(t - \tau)$$

Figure 9 : Notion de retard de groupe sur un signal d'entrée multi-fréquences

- Toutes les fréquences traversent le filtre en un temps rigoureusement égal.

- Comme vous le verrez en TP, **seul le filtre de Bessel** possède cette propriété et permet donc de minimiser la distorsion que subit un signal complexe lors d'une opération de filtrage.

Pour une pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$ donnée, le retard est égal à $\frac{T}{2\pi} \varphi(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{\omega}$ où T est la période et $\varphi(\omega)$ le déphasage du filtre à la pulsation ω .

Pour obtenir un retard constant, quelle que soit ω , il faudrait donc $\frac{\varphi(\omega)}{\omega} = C^{te}$, ou encore une phase $\varphi(\omega)$

proportionnelle à la pulsation, c'est à dire $\varphi(\omega) = C^{te} \omega$, le retard serait alors égal à C^{te} pour toutes les pulsations. Aucun filtre analogique ne peut assurer un retard constant pour toutes les pulsations, mais certains filtres présentent une phase plus linéaire que d'autres, c'est le cas des **filtres de Bessel** comme nous allons l'étudier par la suite.

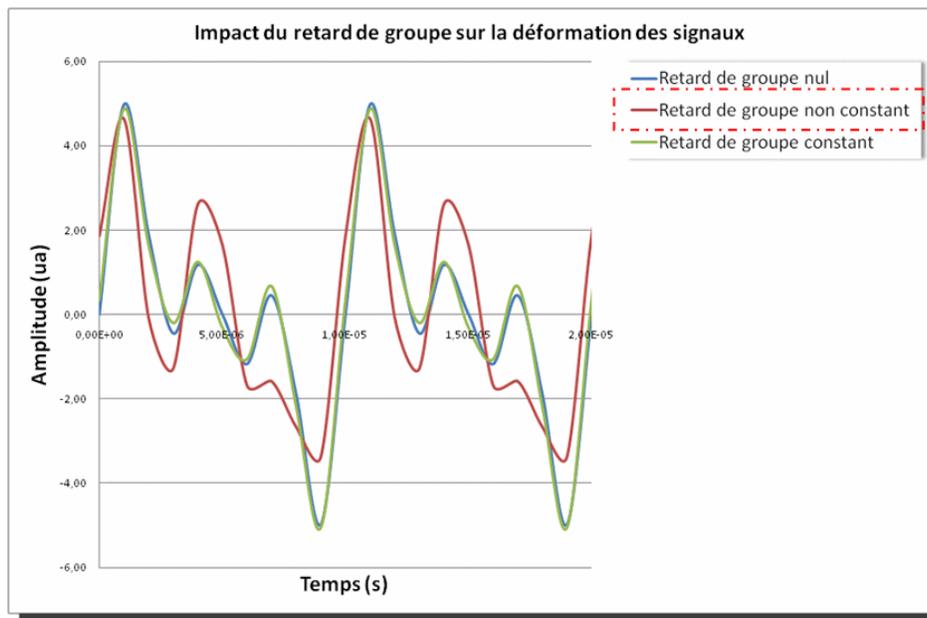


Figure 10 : Illustration de l'influence du retard de groupe sur un signal d'entrée multi-fréquences

Pour caractériser la linéarité de la phase en fonction de la fréquence on introduit le retard de groupe $\tau(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega}$, dérivée de la phase par rapport à la pulsation. Si la phase est proportionnelle à la pulsation alors τ est une constante (Cf figure 11).

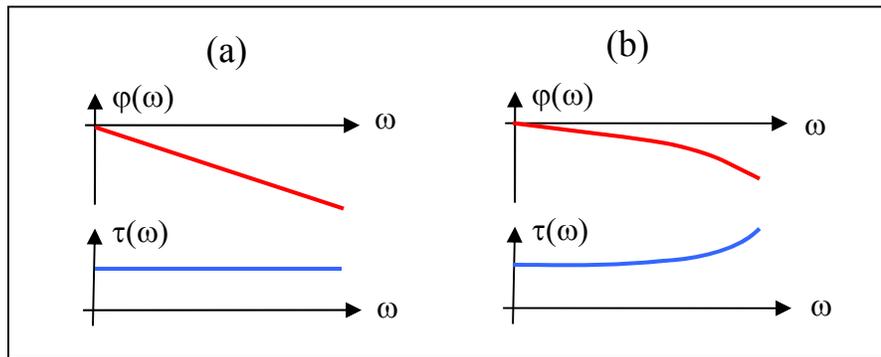


Figure 11 : (a) phase linéaire \rightarrow retard de groupe constant \rightarrow signal retardé non déformé, (b) phase non linéaire \rightarrow retard de groupe non constant \rightarrow signal déformé

Pour obtenir le retard de groupe procéder comme suit :

- Barre horizontale des menus \rightarrow Analysis \rightarrow AC Analysis \rightarrow AC Transfer Characteristic : remplir les champs de la fenêtre (Start Frequency, End Frequency, Number of points, Sweep type Logarithmic, Group Delay)

Question 15 :

- Relever la valeur du retard de groupe pour $f \rightarrow 0$
- Le retard de groupe est-il constant dans la bande passante ?
- Quelle est la valeur maximale du retard de groupe dans la bande passante ?

I-2-e. Réponse indicielle ou réponse à un échelon

Procédure à suivre pour obtenir la réponse indicielle :

- Double-clic sur le générateur \rightarrow
Signal Unit = Step, Amplitude = 100mV, Start of edge = 0s
- Barre horizontale des menus \rightarrow Analysis \rightarrow AC Analysis \rightarrow Transient : remplir les champs de la fenêtre (Start display, End display, Draw excitation)

Question 16 :

- Relever le settling time à 1%.
- Quel est le retard à 50% de la valeur finale ? Vous devez vérifier que le retard est du même ordre de grandeur que le retard de groupe mesuré précédemment.

Définition du "settling time" (figure 12) :

The **settling time** of an amplifier or other output device is the time elapsed from the application of an ideal instantaneous step input to the time at which the amplifier output has entered and remained within a specified error band, usually symmetrical about the final value.

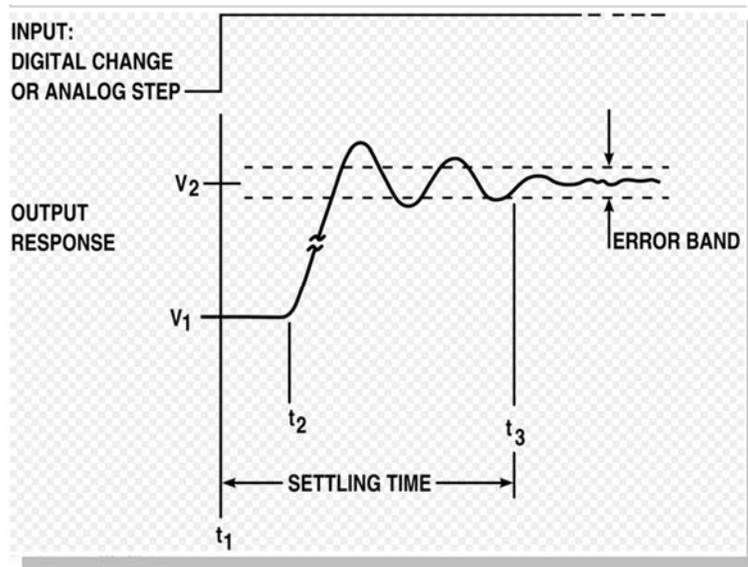


Figure 12 : Définition du « settling time »

NB : Réponse indicielle et réponse en fréquence sont évidemment liées (TF (dérivée de la réponse indicielle) = réponse en fréquence). On observe que la réponse indicielle du filtre de Butterworth est « assez » perturbée, c'est directement relié au fait que le retard de groupe varie dans la bande passante. On verra que la réponse indicielle du filtre de Bessel est par contre beaucoup moins perturbée.

II- Effet des limitations d'utilisation des AOPs

II-1. Etude théorique – AOP non parfait

Dans les questions précédentes, il a été supposé des AOP parfaits avec un gain en boucle ouverte infini, c-à-d une relation entrée - sortie : $V_s = A_d (V^+ - V^-)$ avec $A_d \rightarrow \infty$.

En pratique, l'AOP possède sa propre fonction de transfert :

$$V_s = \frac{A_d}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} (V^+ - V^-) \quad (5)$$

où A_d est le gain statique ($f \rightarrow 0$) en mode différence et ω_c la pulsation de coupure à -3dB en boucle ouverte.

La figure 13 montre le gain $\frac{V_s}{(V^+ - V^-)}$ de l'AOP TL081 en fonction de la fréquence,

Question 17 : D'après cette figure , déterminer la valeur de A_d et de f_c .

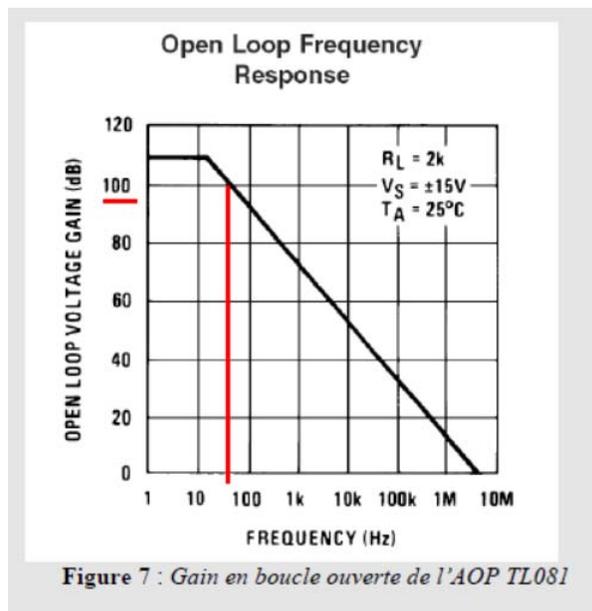
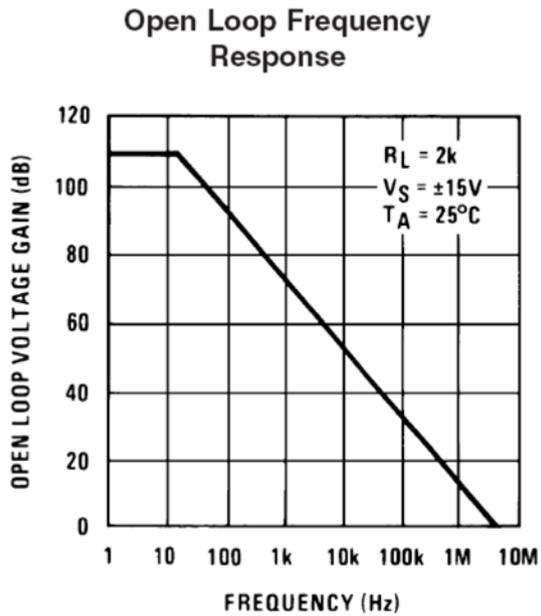


Figure 13 : Gain en boucle ouverte de l'AOP TL081

Question 18 : Déterminer le gain complexe $H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ du montage de la figure 14.

Pour cela, écrire la tension $(V^+ - V^-)$ et la reporter dans l'expression du gain en boucle ouverte de l'AOP.

Avec l'hypothèse $A_d \gg (1 + \frac{R_1}{R_2})$, vous devez obtenir une expression de la forme :

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} \approx \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad \omega_c \approx \omega_c \frac{A_d}{(1 + \frac{R_1}{R_2})} \quad (6)$$

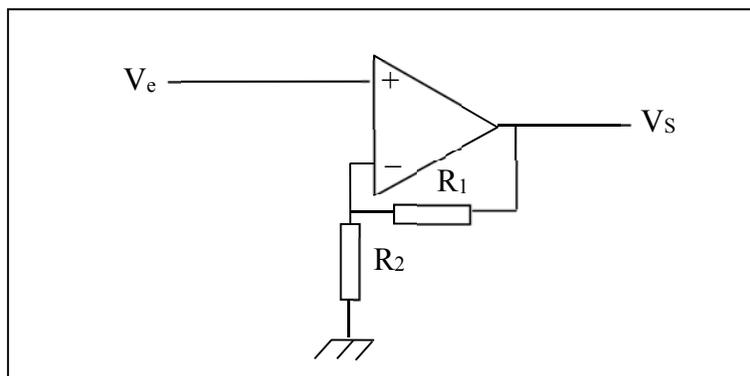


Figure 14 : Amplificateur opérationnel limité en bande passante

Question 19 :

Quel rôle joue ce montage si on tient compte de sa limitation en bande passante ?

On cherche maintenant à faire un filtre suivant le gabarit de la figure 15. Le filtre est réalisé par la mise en cascade d'un filtre sans gain statique suivi d'un amplificateur de gain 10000, comme dans le synoptique général de la figure 3.

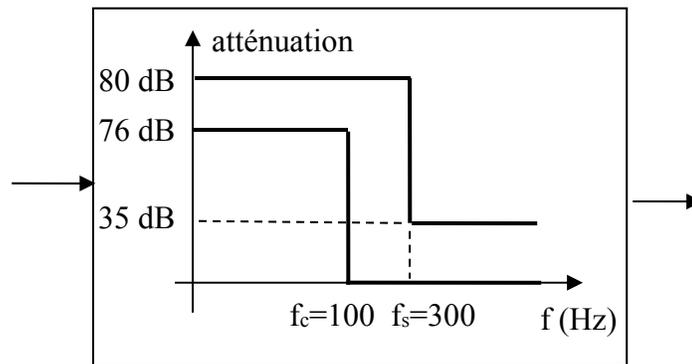


Figure 15 : Gabarit du filtre passe-bas

Question 20 : Le gain de 10000 est réalisé avec le montage de la figure 15.

- Calculer la fréquence de coupure à -3 dB du montage.
- Quel sera au final l'ordre du filtre (4, 5 ou 6) ? Justifier votre réponse. Dans ce cas particulier, est-ce un avantage ou un inconvénient ?

Question 21 :

Le cahier des charges évolue et demande d'obtenir 100dB au lieu de 80dB, que se passe-t-il ?

Pour répondre à cette question, on continuera à utiliser l'équation (6) pour le calcul de ω_c bien que la

condition $A_d \gg (1 + \frac{R_1}{R_2})$ ne soit plus vraiment satisfaite.

II-2. Etude pratique par simulation

Modifier votre schéma de synthèse pour réaliser un filtre de Butterworth satisfaisant le gabarit de la figure 16.

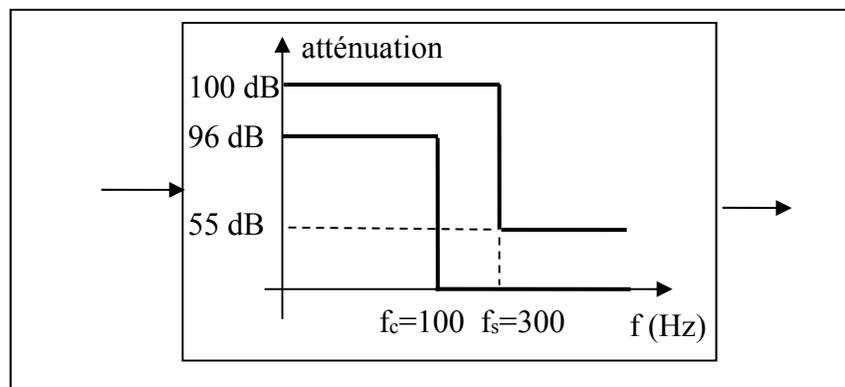


Figure 16 : Gabarit du filtre avec gain statique de 100 dB

Faire une analyse **en mode AC** et déterminer :

- le gain aux basses fréquences ($f \rightarrow 0$)
- la fréquence de coupure à -3 dB
- la pente d'atténuation en dB/décade
- le déphasage pour $f \rightarrow \infty$
- Déterminer la fréquence de coupure f_{-3dB}^1 du filtre d'ordre 1 placé en tête du filtre. Conclusion ?

A RETENIR : Il faut donc retenir que la synthèse d'un filtre actif analogique s'effectue à partir d'un cahier des charges qui impose un gabarit. Ce dernier fixe l'ordre (n) et la pulsation/fréquence caractéristique du filtre (ω_0). Dans ce TD, seule la synthèse d'un filtre de type Butterworth a été abordée car c'est le seul filtre qui permet d'avoir une approche analytique simple. Dans ce cas et uniquement, la pulsation de coupure est égale à la pulsation à -3dB.

Un filtre actif d'ordre n est constitué de blocs actifs (du 1^{er} et 2nd ordre) à base d'AOPs. Ces blocs correspondent à des architectures « circuit » de différents types (passe-bas, passe-haut, passe-bande...). On utilise généralement des cellules dites de « Sallen-Key » dont les valeurs des composants passifs (R,C) doivent être déterminées à partir de la connaissance de la pulsation caractéristique (ω_0) et le facteur de qualité (Q) de chaque bloc.

Le comportement des filtres peut être analysé d'un point de vue fréquentiel (régime harmonique) et temporel (régime transitoire ou indicielle). Nous avons également vu que le retard de groupe était une notion importante car elle conditionne le degré de distorsion d'un signal multi-fréquences. Dans ce cadre, le filtre le plus intéressant est le filtre de Bessel (dit à phase linéaire) car il possède un retard de groupe quasi-constant dans sa bande passante contrairement aux filtres de Butterworth et Tchebychev.

Enfin, il doit être porté une attention particulière à l'utilisation des AOPs qui ne peuvent pas être supposés comme parfaits notamment lorsque le cahier des charges impose un fort gain statique (> 80dB). Ils imposent alors leur propre réponse en fréquence (souvent du 1^{er} ordre) car leur gain en mode différence (Ad) ne peut pas toujours être considéré comme très élevé quelle que soit la fréquence.

III- Exercice d'application (extrait d'un partiel de S3)

Des mesures sur un filtre ont permis de tracer les asymptotes de la figure 1.

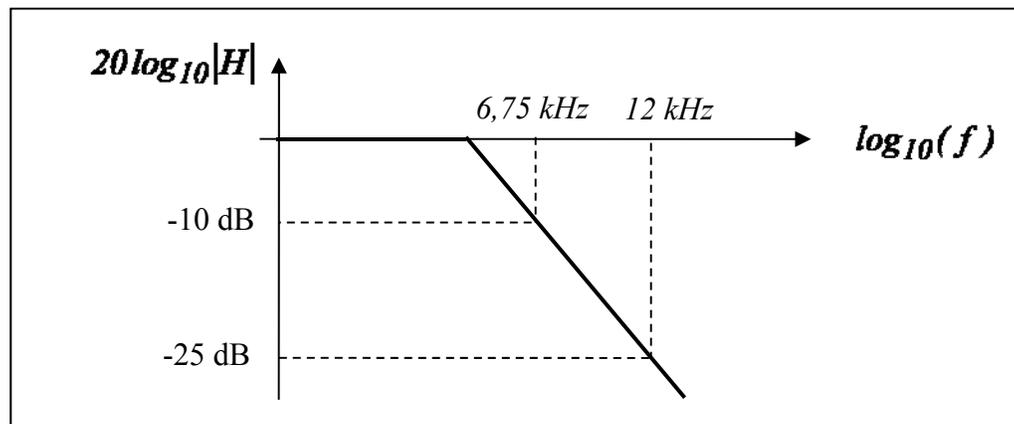


Figure 1: Tracé des asymptotes du gain du filtre

Q1- Quelle est la pente en dB / décade quand $f \rightarrow \infty$? En déduire l'ordre du filtre.

Q2- On considère le gabarit d'un filtre passe-bas de type Butterworth tracé en figure 2. Déterminer l'ordre de ce filtre. On choisira, comme ordre, l'entier immédiatement supérieur à la valeur décimale trouvée. On rappelle l'expression du module du gain d'un filtre de Butterworth :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\left(1 + \left[\frac{\omega}{\omega_0}\right]^{2n}\right)^{1/2}}, \text{ avec } \omega_0 \text{ représentant la pulsation caractéristique.}$$

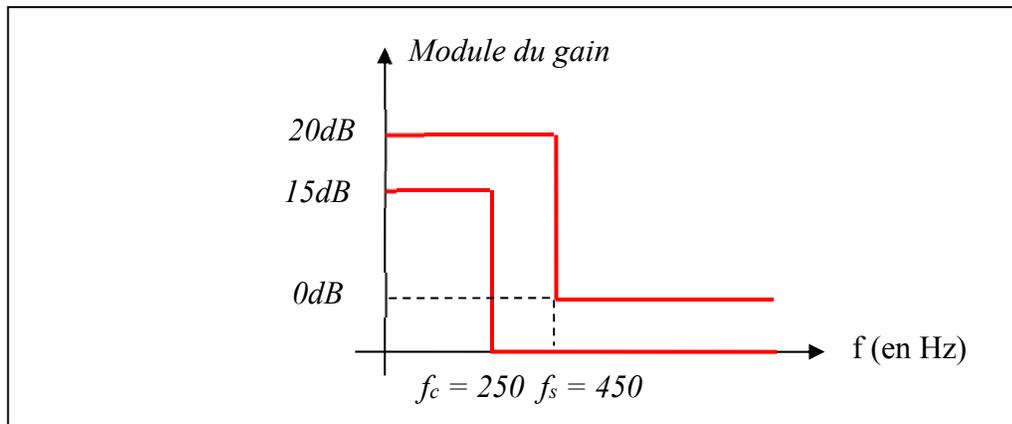


Figure 2 : Gabarit du filtre passe-bas

Q3- Un filtre passe-bas de Bessel du 5^{ème} ordre possède une bande passante à -3 dB égale à 1 kHz et un retard de groupe égal à 2ms. Ce filtre est attaqué par le signal d'entrée suivant :

$$e(t) = 2 \cos(2\pi 30t) + 3 \cos(2\pi 70t) + 0,5 \cos(2\pi 10^4 t)$$

- Quelle est la caractéristique principale du retard de groupe pour un filtre de Bessel ?
- Donner l'expression, en la justifiant, du signal $s(t)$ en sortie du filtre.

NUMBER OF POLES	BUTTERWORTH		BESSEL		CHEBYSCHEV			
	$f_n(1)$	Q	$f_n(1)$	Q	0.5dB RIPPLE		2dB RIPPLE	
2	1.0	0.70711	1.2742	0.52235	1.23134	0.86372	0.907227	1.1286
3	1.0	---	1.32475	---	0.626456	---	0.368911	---
	1.0	1.0	1.44993	0.69104	1.068853	1.7062	0.941326	2.5516
4	1.0	0.54118	1.43341	0.52193	0.597002	0.70511	0.470711	0.9294
	1.0	1.3065	1.60594	0.80554	1.031270	2.9406	0.963678	4.59388
5	1.0	---	1.50470	---	---	---	---	---
	1.0	0.61805	1.55876	0.56	---	---	---	---
	1.0	1.61812	1.75812	0.91652	1.017735	4.5450	0.97579	7.23228
6	1.0	0.51763	1.60653	0.51032	0.396229	0.68364	0.31611	0.9016
	1.0	0.70711	1.69186	0.61120	0.768121	1.8104	0.730027	2.84426
	1.0	1.93349	1.90782	1.0235	1.011446	6.5128	0.982525	10.4616
7	1.0	---	1.68713	---	0.256170	---	0.155410	---
	1.0	0.55497	1.71911	0.53235	0.503863	1.0916	0.460853	1.64642
	1.0	0.80192	1.82539	0.66083	0.822729	2.5755	0.797114	4.11507
	1.0	2.2472	2.05279	1.1263	1.008022	8.8418	0.987226	14.2802
8	1.0	0.50980	1.78143	0.50599	0.296736	0.67657	0.237699	0.89236
	1.0	0.60134	1.83514	0.55961	0.596874	1.6107	0.571925	2.5327
	1.0	0.89998	1.95645	0.71085	0.861007	3.4657	0.842486	5.58354
	1.0	2.5629	2.19237	1.2257	1.005984	11.5305	0.990142	18.6873

Premier ordre avec $f_0 = f_{-3dB}$

Deuxième ordre avec $f_0 = f_{-3dB}$ et $Q = 1$

NB : la fréquence normalisée $f_n = f_0/f_{-3dB}$

Travaux pratique du thème 1 :

Méthodologie de synthèse de filtres analogiques

I- Etude du filtre de Bessel et comparaison avec le filtre de Butterworth

II- Influence des caractéristiques de l'AOP sur les performances du filtre de Butterworth

III- Etude expérimentale et par simulation d'un filtre ADSL [BONUS]

Vu en TD : La synthèse d'un filtre actif analogique s'effectue à partir d'un cahier des charges qui impose un gabarit. Ce dernier fixe l'ordre (n) et la pulsation/fréquence caractéristique du filtre (ω_0). Dans ce TD, seule la synthèse d'un filtre de type Butterworth a été abordée car c'est le seul filtre qui permet d'avoir une approche analytique simple. Dans ce cas et uniquement, la pulsation de coupure est égale à la pulsation à -3dB .

Un filtre actif d'ordre n est constitué de blocs actifs (du 1^{er} et 2nd ordre) à base d'AOPs. Ces blocs correspondent à des architectures « circuit » de différents types (passe-bas, passe-haut, passe-bande...). On utilise généralement des cellules dites de « Sallen-Key » dont les valeurs des composants passifs (R,C) doivent être déterminées à partir de la connaissance de la pulsation caractéristique (ω_0) et le facteur de qualité (Q) de chaque bloc.

Le comportement des filtres peut être analysé d'un point de vue fréquentiel (régime harmonique) et temporel (régime transitoire ou indicielle). Nous avons également vu que le retard de groupe était une notion importante car elle conditionne le degré de distorsion d'un signal multi-fréquences. Dans ce cadre, le filtre le plus intéressant est le filtre de Bessel (dit à phase linéaire) car il possède un retard de groupe quasi-constant dans sa bande passante contrairement aux filtres de Butterworth et Tchebychev.

Enfin, il doit être porté une attention particulière à l'utilisation des AOPs qui ne peuvent pas être supposés comme parfaits notamment lorsque le cahier des charges impose un fort gain statique ($> 80\text{dB}$). Ils imposent alors leur propre réponse en fréquence (souvent du 1^{er} ordre) car leur gain en mode différence (Ad) ne peut pas toujours être considéré comme très élevé quelle que soit la fréquence.

Rappels sur le fonctionnement du logiciel de simulation « Tina-TI »

Le logiciel **Tina-TI** (chargeable sur le site de Texas Instruments www.ti.com) est un logiciel de simulation de circuits électriques. Il comprend une bibliothèque de modèle Spice d'AOP, d'amplificateurs d'instrumentation, de comparateurs, de régulateurs de tension, ... de la société Texas Instruments. Après la saisie de schéma, différentes analyses sont possibles :

- DC analysis
- AC analysis
- Transient analysis
- Fourier analysis
- Noise analysis

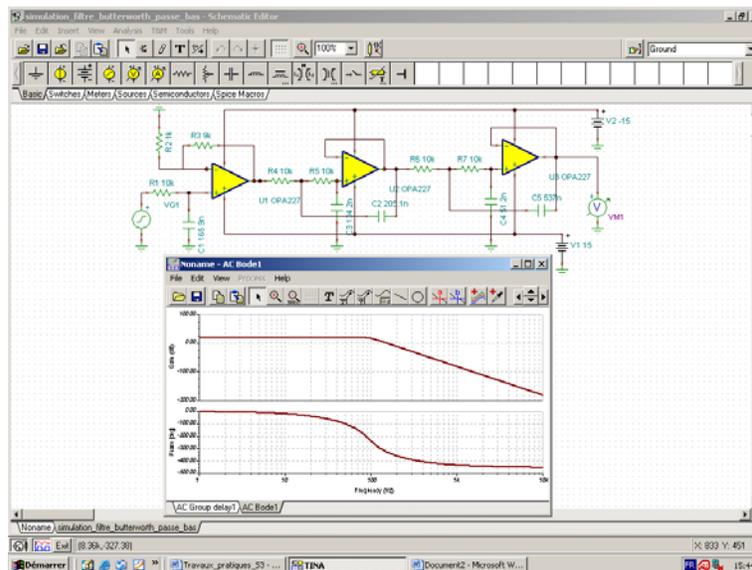


Figure 1 : Exemple de fenêtre du logiciel Tina-TI : saisie de schéma et résultat de simulation A. C. Analysis (Bode)

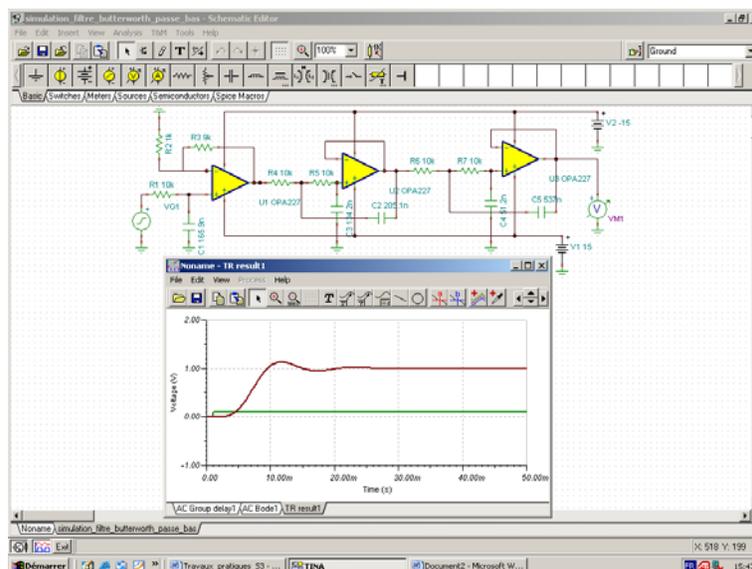


Figure 2 : Exemple de fenêtre du logiciel Tina-TI : saisie de schéma et résultat de simulation Transient Analysis

La prise en main est très facile : pour sélectionner un composant, cliquer OK dans la fenêtre de choix des composants et l'amener sur le plan de travail. Pour paramétrer un composant, faire un « double-clic » sur celui-ci et remplir les champs. Tirer des fils entre les composants et procéder à l'une des analyses mentionnées ci-dessus.

NB : Le logiciel Tina-TI ne peut pas simuler de circuits sans circuit intégré mais cela n'est pas un problème car il suffit d'ajouter par exemple un suiveur pour procéder à une analyse d'un circuit ne comportant que des composants passifs.

I- Etude du filtre de Bessel et comparaison avec le filtre de Butterworth

Modifier les valeurs des capacités pour simuler un filtre de Bessel du 5^{ème} ordre **de fréquence de coupure à -3dB identique** à celle du filtre de Butterworth.

L'objectif de cette partie est de comparer vos résultats sur ce filtre avec ceux obtenus en TD sur le filtre de Butterworth. **Si vous n'avez pas eu le temps de finir les simulations en TD, vous pouvez le faire en TP.**

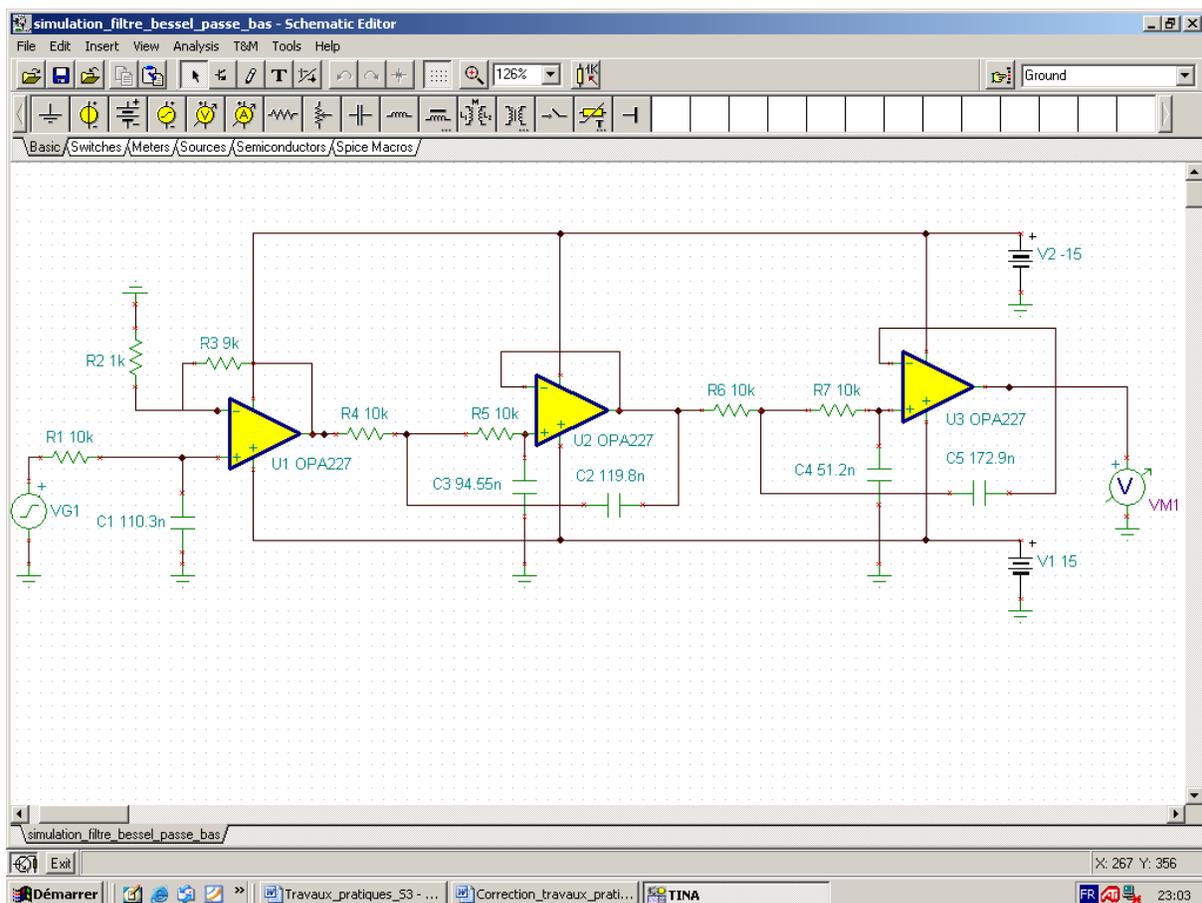


Figure 1 : Schéma électrique du filtre de Bessel du 5^{ème} ordre

Etude en régime harmonique

- Barre horizontale des menus → Analysis → AC Analysis → AC Transfer Characteristic
- Remplir les champs de la fenêtre (Start Frequency, End Frequency, Number of points, Sweep type Logarithmic, Diagram Amplitude & Phase)

Question 1 : A l'aide de la fonction zoom et des curseurs, déterminer :

- le gain aux basses fréquences ($f \rightarrow 0$)
- la fréquence de coupure f_{-3dB}
- la pente d'atténuation en dB/décade pour $f \rightarrow \infty$
- le déphasage pour $f \rightarrow \infty$
- la fréquence de coupure f_{-3dB}^1 du filtre d'ordre 1 placé en tête du filtre. Donner la valeur de k dans $f_{-3dB}^1 = kf_{-3dB}$. Est-ce en accord avec ce que vous attendiez ? Quelle est votre interprétation ?

Question 2 : En utilisant la fonction « copier – coller », tracer sur un même graphe les **gains** des filtres de Butterworth (déjà étudié en TD) et Bessel dans la plage 0 – 400Hz. Quel est finalement le filtre dont le gain se rapproche le plus du gain « idéal » ?

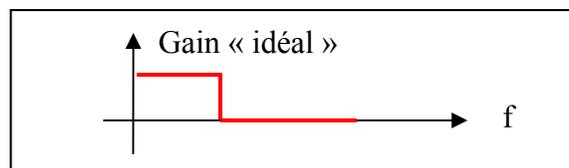


Figure 2 : Gain « idéal »

Question 3 : En utilisant la fonction « copier – coller », tracer sur un même graphe la **phase** des filtres de Butterworth et Bessel dans la plage 0 – 100Hz. Utiliser une échelle linéaire pour les fréquences. Quel est finalement le filtre dont le gain se rapproche le plus du gain « idéal » ?

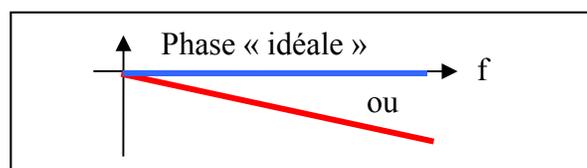


Figure 3 : Phase « idéale »

Question 4 : Retard de groupe

En utilisant la fonction « copier – coller », tracer sur un même graphe le **retard de groupe** des filtres de Butterworth et Bessel dans la plage 0 – 100Hz. Utiliser une échelle linéaire pour les fréquences.

Le retard de groupe varie-t-il dans la bande passante ? Quelle est sa valeur ? Conclusion ?

Pour répondre à cette question, utiliser vos notes de cours et de TD.

Question 5 : Réponse indicielle du filtre

Relever le settling time à 1%. Quel est le retard à 50% ?

NB : Vous devez vérifier que le retard est du même ordre de grandeur que le retard de groupe mesuré précédemment.

Question 6 : En utilisant la fonction « copier – coller », tracer sur un même graphique la réponse indicielle des filtres de Butterworth et Bessel dans la plage 0 – 20ms. Que constatez-vous ?

II- Influence des caractéristiques de l'AOP sur les performances du filtre de Butterworth

Modifier le schéma pour réaliser un filtre de Butterworth satisfaisant le gabarit de la figure 4.

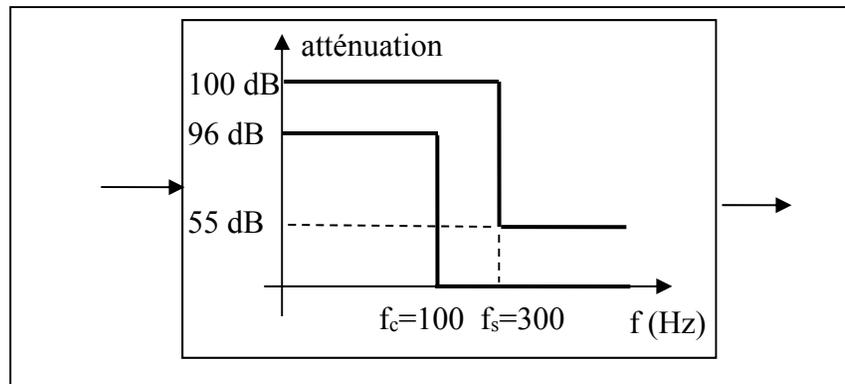


Figure 4 : Gabarit du filtre, gain de 100 dB pour $f \rightarrow 0$

Question 7 : Faire une analyse en régime harmonique et déterminer :

- le gain aux basses fréquences ($f \rightarrow 0$)
- la fréquence de coupure à -3 dB
- la pente d'atténuation en dB/décade
- le déphasage pour $f \rightarrow \infty$

Déterminer la fréquence de coupure f_{-3dB}^1 du filtre d'ordre 1 placé en tête du filtre et expliquer pourquoi les résultats de simulation sont différents de ceux attendus.

III- Etude expérimentale et par simulation d'un filtre ADSL [BONUS]

Un tel filtre est réalisé avec des éléments passifs (selfs et condensateur) comme le montre une photo de filtre commercial donnée à la figure 5.

Question 8 : Tracer le graphe $20 \log_{10} \left(\frac{S}{E} \right)$ en fonction de $\log_{10}(f)$ dans la plage 0 – 50kHz, puis déterminer :

- le gain statique pour $f \rightarrow 0$
- la fréquence de coupure à -3dB
- la pente d'atténuation en dB/décade pour $f \rightarrow \infty$

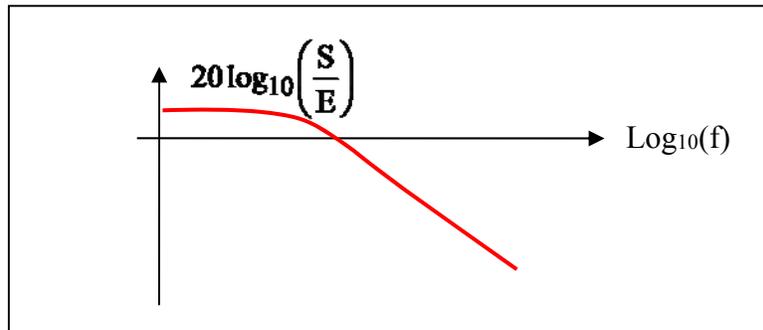


Figure 7 : $20 \log_{10} \left(\frac{S}{E} \right)$ en fonction de $\log_{10}(f)$

Validation par simulation

Faire la saisie de schéma du filtre ADSL simplifié et représenté en figure 8.

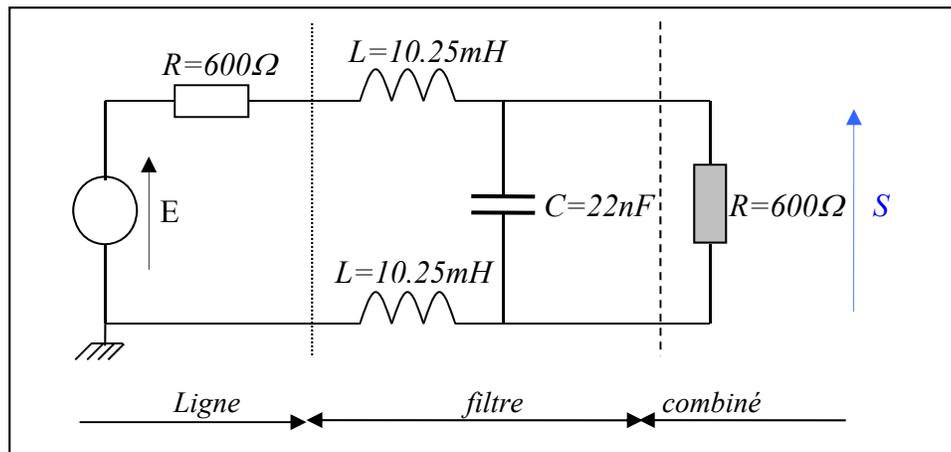


Figure 8 : Schéma électrique du filtre ADSL simplifié

Question 9 : Pour procéder à une analyse en régime harmonique, il faut obligatoirement insérer un composant actif en connectant, aux bornes de la charge de 600Ω , un amplificateur de différence de type INA105 (Spice macro \rightarrow Difference Amplifiers \rightarrow INA105E).

- Tracer les graphes du gain et de la phase dans la plage 0 – 100kHz
- Déterminer le gain pour $f \rightarrow 0$
- La fréquence de coupure à -3dB
- La pente d'atténuation en dB/décade pour $f \rightarrow \infty$

Annexe sur le filtre ADSL

When ADSL and PSTN (public switched telephone network, le bon vieux téléphone) work at the same line at the same time, the electronics inside a normal telephone can be a problem for high frequency ADSL signals: the ADSL signals can be attenuated (high capacitance on telephone input, possible resonances inside telephone, impedance mismatch) and ADSL signals can be heard as noise on some telephones (phone electronics demodulates high frequency signal outside its operating range to voice frequency noise). In order to keep these systems apart and stop them interfering with each other it is necessary to separate the two components from the telephone line in your home.

The signal to telephone output is generally just low-pass filtered so that voice frequencies (frequencies up to 3.4 kHz) get through nicely, but higher frequencies get filtered. This filtering generally consists of an LC low-pass filter designed to some suitable operating frequency between 4 and 20 kHz (between voice and ADSL bands). This kind of filter causes that the high frequencies of the ADSL signal will be severely attenuated (usually by at least 30dB with a good filter) so the signal reaching your telephone equipment does not contain such an amount of high frequency signals that could cause noise. The telephone LC filter is also designed in such a way that the filter impedance towards the line that carries ADSL signals is high at the high frequencies, meaning that those telephone equipments (and cables related to them) look like they are "disconnected from the main line" at ADSL high frequencies.

General design specifications for an ADSL filter should be something like this:

- * Return loss at voice frequencies (against 600 ohms) should be good enough.*
- * Should not alter voice band frequency response too much*
- * Insertion loss at voice frequencies should be good enough, which means that the filter should not have too high series resistance (commercial filters seem to have between 50 and 100 ohms for whole loop resistance)*
- * Filter must pass the POTS tip-to-ring dc voltages (typically 0-72V)*
- * Filter must pass ring voltages well (40V to 80V rms at any frequency from 15.3Hz to 68Hz with a dc component in the range from 0V to 72V)*
- * All requirements must be met in the presence of POTS loop currents (usually around 0-40 mA, can be up to 120 mA in some cases)*