

**Dept. Génie Electrique et
Informatique Industrielle
IUT de Bordeaux –
Université de Bordeaux**



TRAVAUX DIRIGES

D'ELECTRONIQUE

2^{ème} Année - Semestre S4

Année 2015-2016

Sommaire

- I- Les oscillateurs
- II- Boucle à verrouillage de phase et synthèse de fréquence
- III- Filtrage numérique
- IV- Transformation temps fréquence : FFT
- V- Détection synchrone et bruit
- VI- Transmission par fibre optique

Thème 1 :

Les oscillateurs

Objectifs :

- Comprendre la condition d'oscillation d'un montage bouclé
- Savoir calculer la fréquence des oscillations et la condition sur le gain dans un cas simple
- Comprendre l'intérêt d'un réseau de réaction à fort coefficient de surtension
- Comprendre la relation entre les non linéarités de l'amplificateur et la forme du signal délivré par un oscillateur
- Comprendre la relation entre le temps de démarrage des oscillations et le coefficient de surtension
- Comprendre le fonctionnement de l'oscillateur Pierce et l'intérêt d'un résonateur piézoélectrique.

Un oscillateur est un **système bouclé** comme le montre la figure 1. Il comprend un **amplificateur** de gain A et un **réseau de réaction** β **sélectif**. Le réseau de réaction idéal devrait avoir un gain nul partout sauf pour une fréquence particulière f_0 qui serait alors la seule fréquence à laquelle pourrait osciller le montage. En effet, cette fréquence serait la seule pour laquelle un retour d'énergie vers l'entrée serait possible.

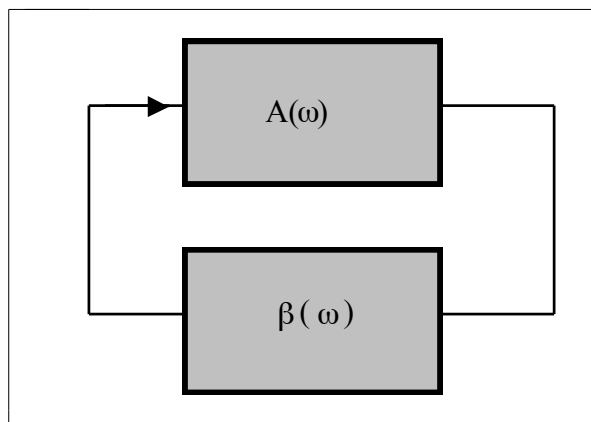


Figure 1 : Structure d'un oscillateur

En automatique vous avez étudié la condition de stabilité d'un système en boucle fermée, ici on cherche au contraire à faire osciller le montage. Pour qu'un montage en boucle fermée oscille il faut que le **gain en boucle ouverte** $\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega)$ soit égal à l'unité. La condition d'oscillation s'énonce donc :

$$\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = 1 \quad \text{soit :} \quad \begin{cases} |\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega)| = 1 \\ \text{phase de } \underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = 0 \text{ modulo } 2\pi \end{cases} \quad (1)$$

Dans le TP que vous ferez, vous utiliserez deux oscillateurs, un oscillateur pédagogique et l'oscillateur Pierce, quasiment le seul utilisé comme horloge pour les systèmes numériques (microprocesseur, microcontrôleur, ...).

I- Etude d'un oscillateur pédagogique

I-a/ Conditions d'oscillation

L'amplificateur est un montage non inverseur (AOP1, R_1 et R_2 ajustable) et le réseau de réaction est un circuit R-L-C. La figure 2 montre le montage en boucle ouverte de l'oscillateur. Pour utiliser le montage en tant qu'oscillateur, il faudra reboucler la sortie S_2 sur l'entrée E_1 . On cherche à trouver la fréquence d'oscillation f_0 et la valeur de R_2 pour satisfaire la condition d'oscillation (1).

Question 1 : Dans un premier temps, on suppose l'AOP1 idéal. Ecrire le gain $A(\omega) = \frac{S_1}{E_1}$ en fonction de R_1 et R_2 .

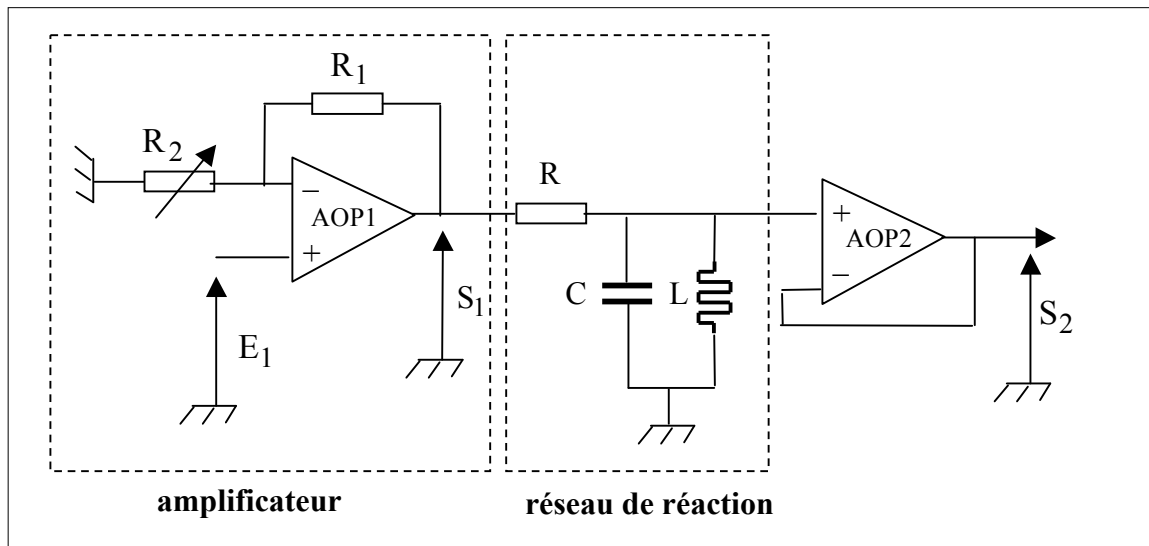


Figure 2 : Montage en boucle ouverte de l'oscillateur

Question 2 : La fonction de transfert $\frac{S_2}{S_1}$ du réseau de réaction, en fonction de R , L , C , peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{p}{RC}}{p^2 + \frac{p}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

En considérant la forme canonique ci-dessous, donner les expressions du coefficient de surtension Q et de la pulsation ω_R en fonction de R , L et C .

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{p \frac{\omega_R}{Q}}{p^2 + p \frac{\omega_R}{Q} + \omega_R^2}$$

Question 3 : Ecrire l'expression du gain complexe $\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = \frac{S_2}{E_1}$ en fonction de ω_R , Q , R_1 et R_2 . En utilisant l'équation (1), montrer que la fréquence f_0 des oscillations est égale à f_R et que pour satisfaire la condition d'oscillation (1), il est nécessaire que $R_2 \rightarrow \infty$.

Question 4 : Quel est le gain $\frac{S_2}{S_1}$ du réseau de réaction à la fréquence $f_0 = f_R$ des oscillations ?

I-b/ Influence du facteur Q du réseau de réaction

Rappel de cours : Nous avons supposé un amplificateur avec un gain indépendant de la fréquence et en conséquence la fréquence des oscillations f_0 ne dépend que des caractéristiques du réseau de réaction, $f_0 = f_R$. C'est bien le but recherché : **une fréquence d'oscillation uniquement dépendante des composants du réseau de réaction.**

En pratique, ce n'est pas le cas, le gain de l'amplificateur (AOP1, R_1 et R_2) dépend de la fréquence car l'AOP a une bande passante limitée. Par contre, on montre ci-dessous que la fréquence d'oscillation f_0 dépend d'autant moins de l'amplificateur que **la valeur de Q du réseau de réaction est grande, d'où l'intérêt de disposer de résonateur à fort coefficient de surtension.**

Question 5 : Le gain $\underline{A}(\omega)$ de l'amplificateur de la figure 2 est maintenant écrit sous la forme

$$\underline{A}(\omega) = \frac{A_0}{(1 + j \frac{\omega}{\omega_c})} \text{ avec } A_0 = 1 + \frac{R_1}{R_2}, \quad \omega_c = 2\pi f_c \text{ est la pulsation de coupure à } -3\text{dB de}$$

l'amplificateur, elle dépend du gain A_0 . Ecrire le nouveau gain complexe $\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega)$, puis en utilisant la condition d'oscillation $\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = 1$, montrer que la nouvelle fréquence f_0 des oscillations est égale à $f_0 = \frac{f_R}{\sqrt{1 + \frac{f_R}{Qf_c}}}$.

$$f_0 = \frac{f_R}{\sqrt{1 + \frac{f_R}{Qf_c}}}$$

Aide : Mettre la condition $\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = 1$ sous la forme $\Re + j\Im = 0$ et faire $\Re = 0$, vous obtiendrez ainsi la nouvelle fréquence d'oscillation f_0 .

Question 6 : Calculer la valeur de Q pour obtenir une erreur relative entre f_0 et f_R égale à $\left| \frac{f_0 - f_R}{f_R} \right| < 10^{-3}$ si $f_R = 50\text{kHz}$ et $f_c = 1\text{MHz}$.

I-c/ Influence des pertes des composants discrets du réseau de réaction

D'après le résultat de la question 3, on devrait obtenir une oscillation quand $R_2 \rightarrow \infty$, c'est-à-dire quand l'amplificateur (AOP1, R_1 et R_2) a un gain unité. Expérimentalement le montage n'oscille pas avec $R_2 \rightarrow \infty$, il faut augmenter le gain pour observer des oscillations, pourquoi ?

En effet, nous avons supposé un **réseau de réaction avec une capacité et une inductance parfaites**, c'est-à-dire sans perte. Or nous savons que les composants passifs présentent des pertes. Dans le cas présent, les pertes sont pour l'essentiel dues à la résistance de l'inductance. Le nouveau schéma en figure 3 intègre ces pertes, l'inductance L est en série avec la

résistance r des fils. Il s'ensuit qu'à la fréquence $f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, le gain $\frac{S_2}{S_1}$ est inférieur à

l'unité et c'est pour cela qu'il faut un gain d'amplificateur supérieur à l'unité. On cherche donc à évaluer l'influence de r sur la fréquence des oscillations et sur la valeur du gain de l'amplificateur.

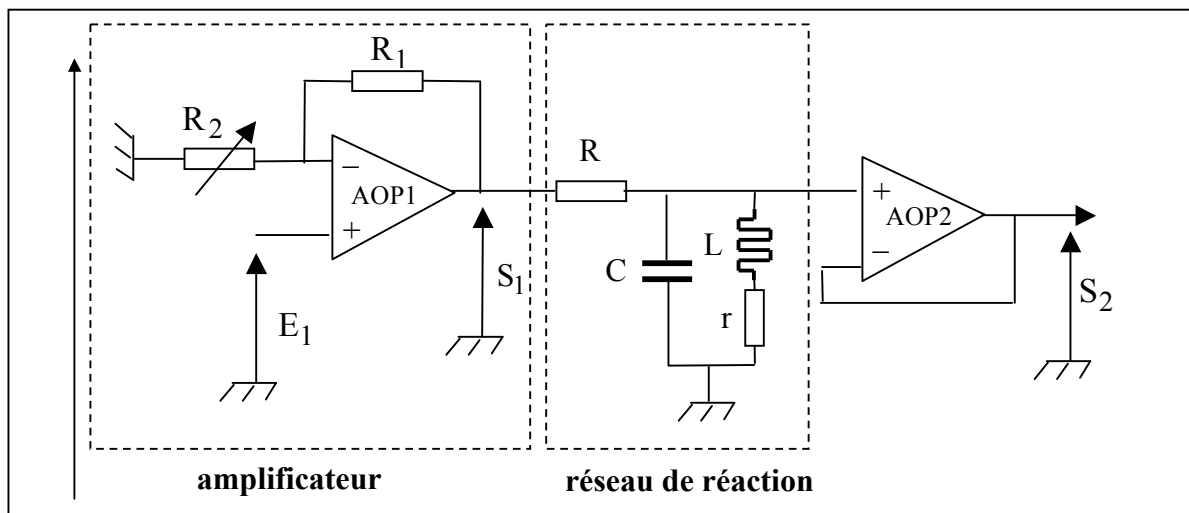


Figure 3 : Montage en boucle ouverte de l'oscillateur en supposant que l'inductance L a une résistance r

Question 7 : Pour faciliter le calcul du nouveau gain $\frac{S_2}{S_1}$ du réseau de réaction, on transforme le circuit $C // (L \text{ en série avec } r)$ en un circuit parallèle $C // L_p // r_p$ comme le montre le schéma de la figure 4. Ecrire les **admittances** des circuits L en série avec r (figure (4-a) et $L_p // r_p$ (figure 4-b) puis, par identification, montrer que r_p et L_p s'écrivent :

$$r_p = r \left(1 + \left(\frac{L\omega}{r} \right)^2 \right) \quad \text{et} \quad L_p = L \left(1 + \left(\frac{r}{L\omega} \right)^2 \right)$$

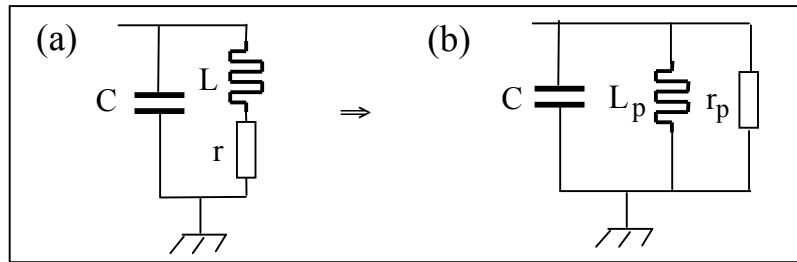


Figure 4 : Transformation série \rightarrow parallèle du circuit d'inductance L + résistance r

Question 8 : La résistance r a aussi pour effet de modifier légèrement la fréquence f_0 des oscillations. En vous appuyant sur le fait que la fréquence des oscillations est obtenue quand la phase de $\underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = 0$ (relation (1)), justifier pourquoi on peut obtenir f_0 en écrivant $L_p C \omega_0^2 = 1$. Montrer alors que f_0 s'écrit :

$$f_0 = f_R \sqrt{1 - \frac{Cr^2}{L}} \quad \text{avec} \quad f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Question 9 : On donne $C = 470\text{nF}$, $L = 22\mu\text{H}$ et $r = 0,75\Omega$, calculer f_0 et la valeur de r_p à la fréquence f_0 .

Question 10 : A partir du schéma de la figure 4-b à la fréquence f_0 , écrire l'expression du rapport $\frac{S_2}{S_1}$ en fonction de R et r_p .

Question 11 : Sachant que le gain de boucle du montage complet doit être égal à l'unité, montrer que les résistances R_1 , R_2 , r_p et R doivent vérifier la relation $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R}{r_p}$. On donne $R_1 = 22\text{k}\Omega$ et $R = 220\Omega$, déterminer la valeur de R_2 pour que le montage oscille.

II- Etude d'un oscillateur de type Pierce à quartz

Nous avons vu précédemment l'intérêt de disposer d'un circuit de réaction avec un fort coefficient de surtension Q afin d'obtenir une fréquence d'oscillation f_0 ne dépendant que des éléments du réseau de réaction. Les inductances et capacités discrètes ne permettent pas d'obtenir des Q de fortes valeurs. Pour obtenir une forte valeur de Q on utilise des **résonateurs piézoélectriques**, généralement des quartz. Le modèle électrique d'un quartz est donné à la figure 5. Il fait apparaître la capacité géométrique C_0 (q.q. pF) et la **branche motionnelle** (L , C et r) caractéristique de l'effet piézoélectrique. La branche motionnelle se comporte comme un circuit résonant série, dont le coefficient de qualité $Q = \frac{L\omega_R}{r}$, avec $\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, est compris entre 10^4 et 10^5 , soit 100 à 1000 fois plus que le coefficient de qualité d'un circuit à composants discrets.

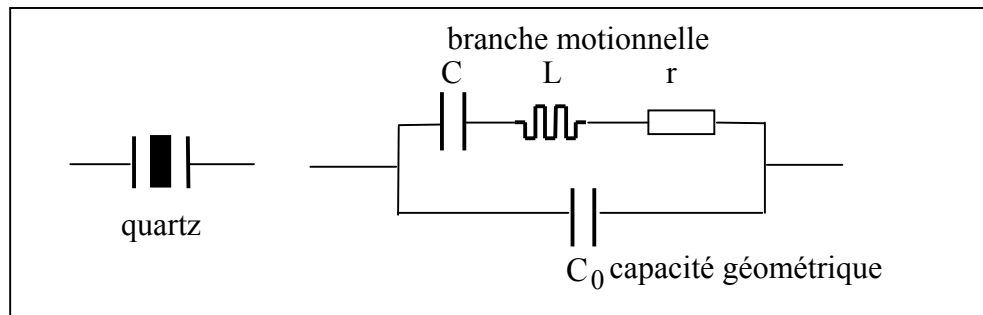


Figure 5 : Symbole d'un résonateur piézoélectrique (quartz) et modèle électrique associé

C'est la résonance série de la branche motionnelle qui est la plupart du temps exploitée, il faut donc trouver une structure hôte pour exploiter cette résonance série à fort coefficient de qualité.

Deux types de montages sont principalement utilisés :

- l'oscillateur Colpitts pour la génération de signaux quasi sinusoïdaux,
- l'oscillateur Pierce pour la génération des horloges des systèmes numériques.

On s'intéresse ici à l'oscillateur Pierce à quartz dont le schéma est donné à la figure 6. L'amplificateur utilise un inverseur CMOS avec une résistance R de q.q.M Ω . La valeur n n'est pas très critique.

La caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$ d'un inverseur CMOS est donnée à la figure 7. Si le point de fonctionnement statique de l'inverseur se trouve sur les portions de caractéristique AB ou CD il n'y a pas de gain en effet sur ces portions $\frac{\Delta V_s}{\Delta V_e} = 0$. Le rôle de la résistance R

du schéma de la figure 8 est de fixer le point de fonctionnement statique là où il y a du gain, $\frac{\Delta V_s}{\Delta V_e} \neq 0$.

Question 12 : Donner la valeur du courant I dans le schéma de la figure 8 et en déduire la relation entre V_s et V_e .

Tracer la droite de charge dans le réseau $V_s = f(V_e)$ de l'inverseur et donner les valeurs de V_e et V_s au point de fonctionnement statique de l'inverseur CMOS. Quel est le gain de l'amplificateur aux **petits signaux** ?

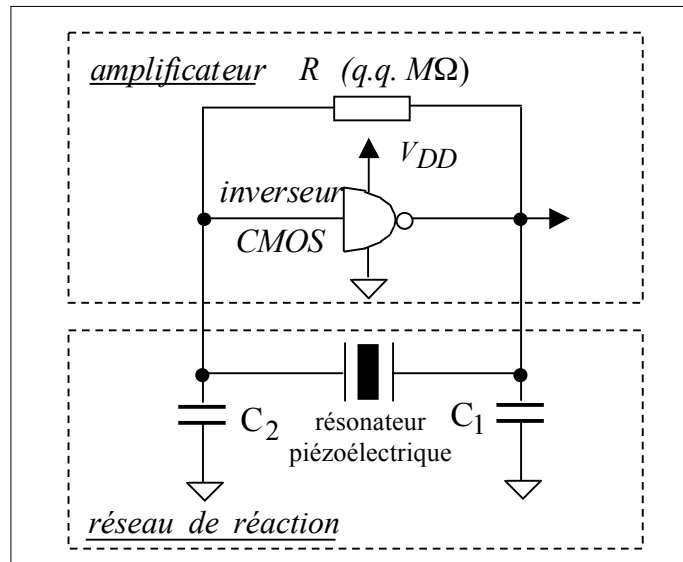


Figure 6 : Schéma de l'oscillateur Pierce

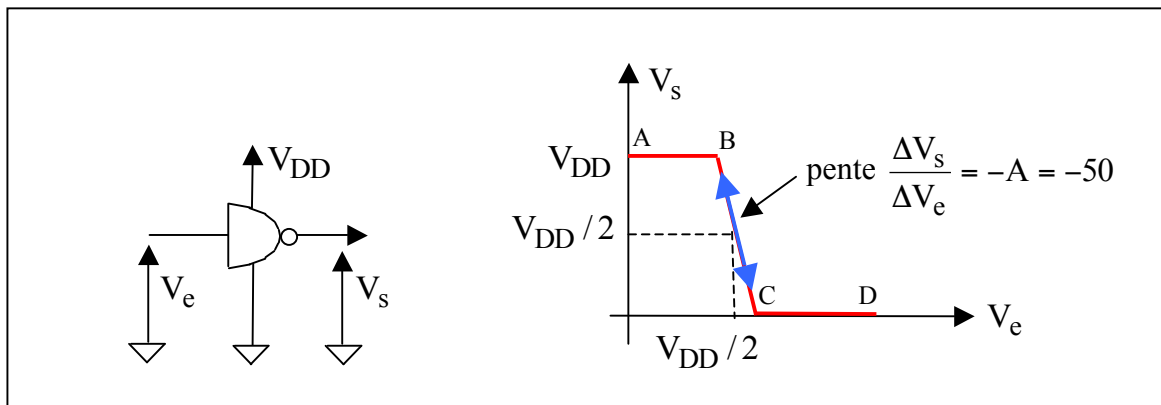


Figure 7 : Caractéristique de transfert d'un inverseur CMOS

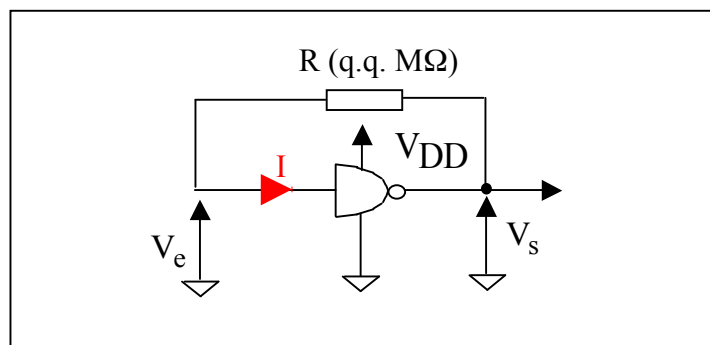


Figure 8 : L'inverseur CMOS comme amplificateur

Le schéma aux petits signaux de l'inverseur est donné à la figure 9, il fait apparaître une capacité d'entrée C_e (q.q. pF), le gain A et une résistance de sortie R_s (q.q. 10 – 100Ω).

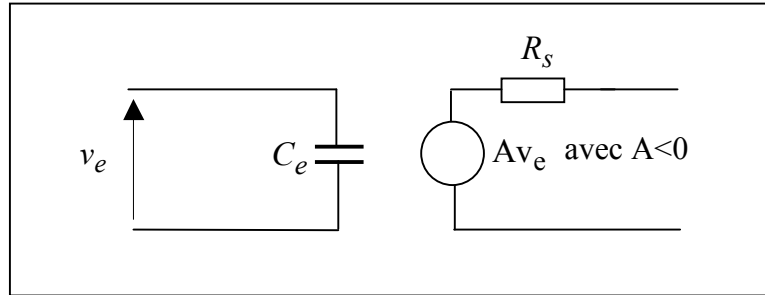


Figure 9 : Schéma aux petits signaux de l'amplificateur

Pour obtenir la fréquence f_0 des oscillations, on doit calculer le gain en boucle ouverte en remplaçant le quartz par son schéma équivalent (figure 5).

Question 13 : Dessiner le schéma aux petits signaux permettant de calculer le gain en boucle ouverte du montage de l'oscillateur Pierce.

L'expression du gain de boucle en fonction de A , R_s , Z_1 , Z et Z_2 est donnée ci-dessous où Z_1 , Z et Z_2 sont respectivement les impédances de C_1 , du quartz et de $(C_2 // C_e)$.

$$\frac{V_s}{V_e} = \underline{A}(\omega) \cdot \underline{B}(\omega) = \frac{A Z_1 Z_2}{(Z + Z_2) Z_1 + R_s (Z + Z_1 + Z_2)}$$

En négligeant la capacité C_0 , on obtient la fréquence f_0 des oscillations en écrivant que le gain de boucle est égal à l'unité :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{eq}}} \sqrt{1 + \frac{rC_{eq}}{R_s C_1}} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_2 + C_e} + \frac{1}{C_1}$$

Outre un coefficient de qualité très élevé, une des caractéristiques du quartz est d'avoir une très faible valeur de capacité C , typiquement q.q. fF (1fF = 10^{-15} F), très inférieure aux capacités $(C_2 + C_e)$ et C_1 .

Il s'ensuit que : $\frac{1}{C_{eq}} \approx \frac{1}{C}$, soit $C \approx C_{eq}$, et $f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{1 + \frac{rC}{R_s C_1}} \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_R$

En conclusion, c'est donc le quartz qui impose la fréquence des oscillations.

Remarque importante : Quand vous achetez un quartz de valeur nominale 10MHz par exemple, le constructeur vous donne la valeur de la capacité de charge C_L , exemple 30pF,

c'est l'ordre de grandeur. $C_L = \frac{C_1(C_2 + C_e)}{C_1 + (C_2 + C_e)}$ est la capacité qui permet d'obtenir une fréquence d'oscillation égale à la fréquence nominale indiquée sur le boîtier du quartz. En général $C_e < C_2$ et on met $C_1 = C_2$, 60pF dans le cas présent, en fait ce n'est pas très critique, sauf si vous voulez obtenir exactement la fréquence indiquée sur le boîtier.

L'inverseur de la figure 9 est idéalisé, il apparaît comme ayant une bande passante infinie, mais c'est ne pas tenir compte du fait que le gain, comme pour l'AOP1 du montage de la figure 2, dépend de la fréquence. Un moyen d'estimer le déphasage apporté par l'amplificateur est de regarder les temps de propagation t_{pHL} et t_{pLH} de l'inverseur, ils sont de l'ordre de qq. lns – 10ns suivant le type d'inverseur utilisé.

Question 14 : Supposons $t_{pHL} = t_{pLH} = 5ns$ et une fréquence f_0 d'oscillation voisine de 2MHz, déterminer le déphasage ϕ introduit par l'inverseur à partir de la relation :

$$\phi_{inv} = \omega \cdot \frac{1}{f_0}$$

D'après la condition d'oscillation (1), si le montage oscille, **c'est que le gain en boucle ouverte a un déphasage nul**. En conséquence, **le déphasage ϕ de l'amplificateur doit être compensé par un déphasage φ du réseau de réaction pour que la somme des déphasages ($\phi + \varphi$) soit nulle (modulo 2π)**. En conséquence, la fréquence f_0 des oscillations n'est plus tout à fait égale à f_R et on cherche à estimer l'écart relatif $\frac{(f_0 - f_R)}{f_R}$.

Pour estimer cet écart, il faut connaître comment varie le déphasage φ_{RR} du réseau de réaction en fonction de la fréquence. On suppose que c'est essentiellement le déphasage apporté par l'impédance de la branche motionnelle de la figure 5 au voisinage de f_R et qui se met sous la forme :

$$\varphi_{RR}(\omega) \approx \arctg\left(\frac{2Q(\omega - \omega_R)}{\omega_R}\right) \approx \frac{2Q(\omega - \omega_R)}{\omega_R} \text{ quand } \omega \approx \omega_R, \text{ avec } Q = \frac{L\omega_R}{r}$$

Question 15 : On donne $t_{pHL} = t_{pLH} = 5ns$ pour $V_{DD} = 5V$, $Q = 5 \cdot 10^4$, $f_R = 2MHz$ calculer la variation relative $\frac{(f_0 - f_R)}{f_R}$ de la fréquence des oscillations en considérant que la relation suivante doit être satisfaite : $\phi_{inverseur} + \varphi_{RR}(\omega) = 0$

Question 16 : Les temps de propagation t_{pHL} et t_{pLH} varient avec la tension d'alimentation V_{DD} . La variation est de l'ordre de lns/V. On suppose que V_{DD} passe de 4,5V à 5,5V.

Remplir le tableau suivant :

V_{DD} (V)	4,5	5	5,5
ϕ (rd)			
$f_0 - f_R / f_R$			

Calculer la variation de fréquence des oscillations quand V_{DD} passe de 4,5V à 5,5V .

Question 17 : On souhaite comparer cette variation avec celle induite par l'utilisation d'un résonateur à circuit L-C discret présentant un coefficient de qualité $Q = 20$. On suppose que V_{DD} passe de 4,5V à 5,5V.

Remplir le tableau suivant :

V_{DD} (V)	4,5	5	5,5
ϕ (rd)			
$f_0 - f_R / f_R$			

Calculer la variation de fréquence des oscillations quand V_{DD} passe de 4,5V à 5,5V .

Remarque : En TP vous mesurerez sur deux oscillateurs Pierce, un utilisant un quartz et un autre dans lequel le quartz est remplacé par des composants L-C discrets, la variation de la fréquence des oscillations en fonction de V_{DD} et vous obtiendrez des valeurs du même ordre de grandeur que celles que venez de calculer.

Référence

[1] Les oscillateurs en électronique, de la piézoélectricité aux oscillateurs à quartz, G. Couturier, Collection Technosup, Ellipses (2005)

Thème 2 : Boucle à verrouillage de phase et synthèse de fréquence

Objectifs :

- Comprendre le fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase : fréquence libre, plage de capture et plage de verrouillage
- Comprendre le fonctionnement linéarisé d'une boucle à verrouillage de phase : réponse à un saut de fréquence
- Comprendre la synthèse de fréquence par PLL et DDS

Lexique : - Boucle à verrouillage de phase (**PLL** en anglais pour **Phase-Locked Loop** or **Phase Lock Loop**)
- **DDS** (**D**irect **D**igital **S**ynthesis)

I- Rôle d'une boucle à verrouillage de phase ?

Les boucles à verrouillage de phase sont principalement utilisées en : 1) télécommunication pour la **récupération de porteuse** (voir la question 1) et 2) pour faire la **synthèse de fréquence**, c'est à dire générer à partir d'une horloge de référence de fréquence f_H une ou plusieurs autres fréquences $\frac{M}{N} f_H$ où M et N sont des entiers. Les fréquences des processeurs d'aujourd'hui sont de q.q. GHz, or on ne sait pas tailler des quartz à cette fréquence, ils seraient trop peu épais et casseraient. L'horloge de q.q. GHz est fabriquée à partir d'une horloge à quartz avec $f_H = q.q. 10\text{MHz}$ et d'une boucle à verrouillage de phase avec $\frac{M}{N} \gg 1$.

Les générateurs de signaux utilisent également des boucles à verrouillage de phase ou de plus en plus des DDS pour les générateurs basses fréquences.

Une boucle à verrouillage de phase est un système bouclé dont le but est d'asservir en phase un **VCO** (**V**oltage **C**ontrolled **O**scillateur ou **OCT** **O**scillateur **C**ontrôlé en **T**ension) sur une signal de référence.

Question 1 : Le principe des télécommunications consiste à faire porter un signal $m(t)$ de basse fréquence appelé le **modulant** (parole, image, data, ..) par un signal de haute fréquence $p(t) = A \cos(\omega_p t)$ appelé la **porteuse**. Une des techniques consiste à multiplier $m(t)$ par $p(t)$, le signal émis s'écrit donc $Am(t)\cos(\omega_p t)$, voir la figure 1. Le rôle du récepteur est de récupérer $m(t)$, pour cela il suffit de « remultiplier » le signal reçu par un signal de **même fréquence** et de **même phase** que celui utilisé en émission, évidemment on ne peut pas tirer un fil entre l'émetteur et le récepteur ! Il faut donc, à partir du signal reçu en réception, régénérer une porteuse (*carrier recovery*) identique à $p(t)$ pour que, par une nouvelle multiplication en réception, on récupère $m(t)$. En effet, le produit $Am(t)\cos(\omega_p t)A \cos(\omega_p t) = A^2 m(t) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_p t) \right)$, la partie haute fréquence de ce

signal $A^2 m(t) \frac{1}{2} \cos(2\omega_p t)$ est éliminée par un filtre passe-bas, la partie basse fréquence $\frac{A^2}{2} m(t)$ est à une constante près le signal utile.

Quel serait le signal récupéré si la porteuse régénérée en réception était de même fréquence mais avec un déphasage de $\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire $A \cos(\omega_p t - \frac{\pi}{2})$.

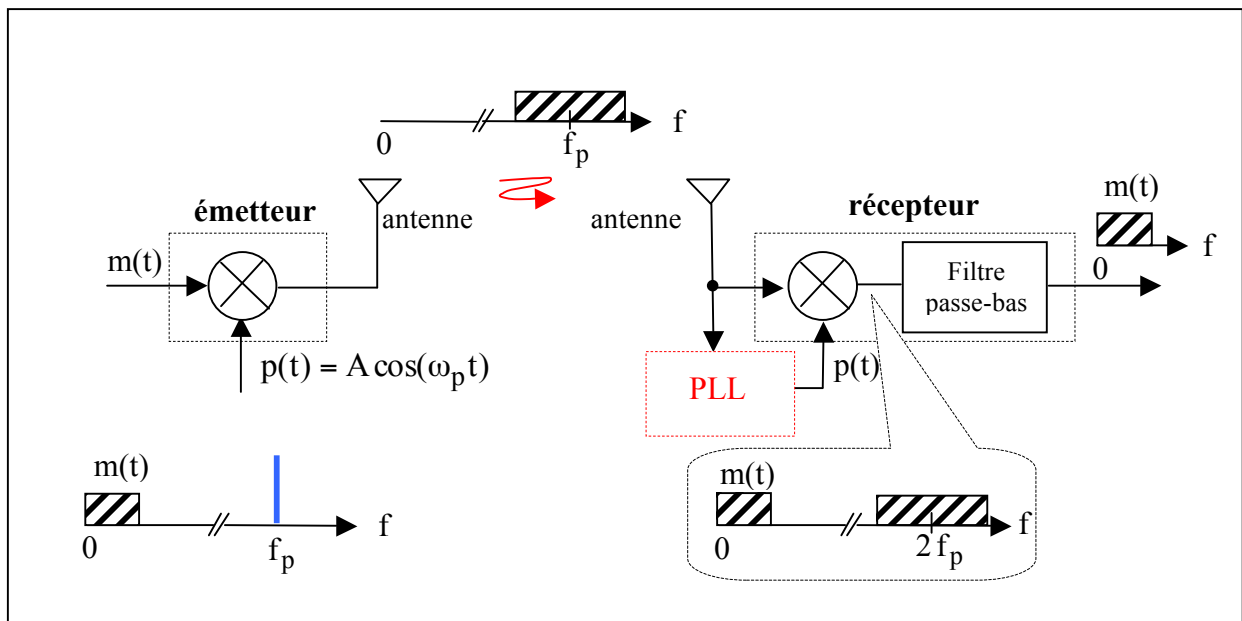


Figure 1 : Principe d'un émetteur-récepteur : nécessité de verrouiller la phase de la porteuse en réception

La conclusion est qu'il faut verrouiller la phase de la porteuse régénérée en réception sinon le signal reçu peut devenir nul. A cet effet on utilise donc une boucle à verrouillage de phase dont le but est d'asservir la phase d'un oscillateur sur celle d'un signal de référence.

II- Fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase en statique : plage de capture et plage de verrouillage

Le schéma d'une boucle à **verrouillage de phase analogique** est donné ci-dessous à la figure 2. Il comprend :

- un comparateur de phase : un circuit multiplieur
- un filtre passe-bas
- un oscillateur contrôlé en tension dont la fréquence f_{VCO} dépend de la tension de commande V_c (voir la figure 3-a). Il est caractérisé par un plage linéaire et des saturations pour $V_c < 2V$ et $V_c > 2V$

Pour simplifier on suppose que la constante du multiplieur est égale à $1V^{-1}$. La fréquence du VCO correspondant à $V_c = 0$ est appelée la **fréquence libre** (figure 3-a), on la note f_0 .

Question 2 : Le régime stationnaire de la boucle est caractérisé par une tension V_c constante et donc une fréquence de VCO constante. Si la fréquence f_e du signal d'entrée $e(t)$ est égale à la **fréquence libre** du VCO soit 20kHz, vérifier qu'en régime stationnaire le signal $u(t)$ en sortie du VCO est également à la fréquence de 20kHz avec un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à $e(t)$ et que la tension $V_c = 0$. On notera A et B les amplitudes crêtes de $e(t)$ et $u(t)$.

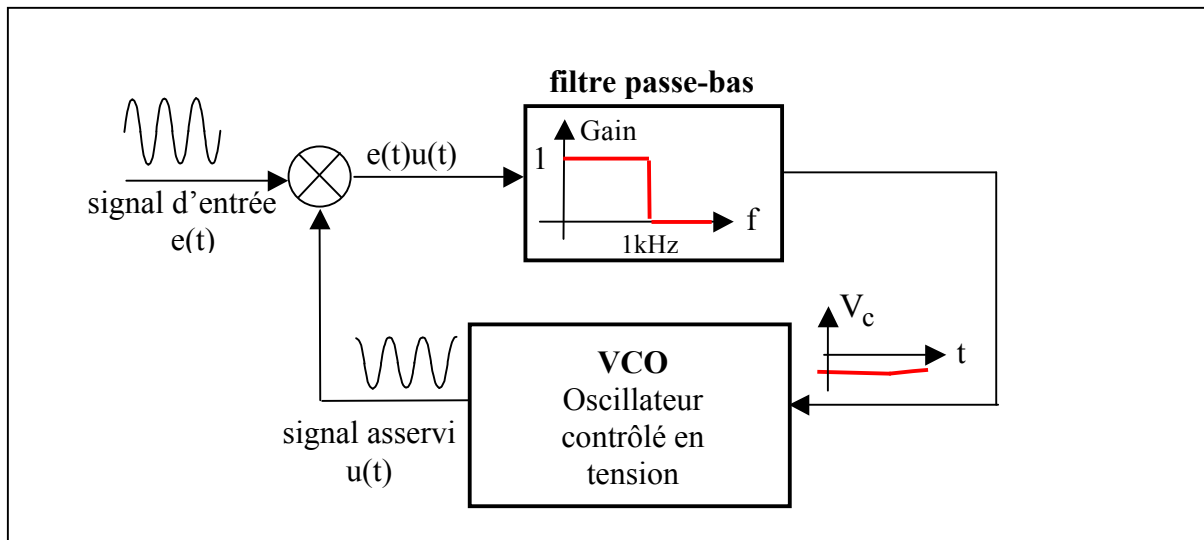


Figure 2 : Schéma d'une boucle à verrouillage de phase analogique

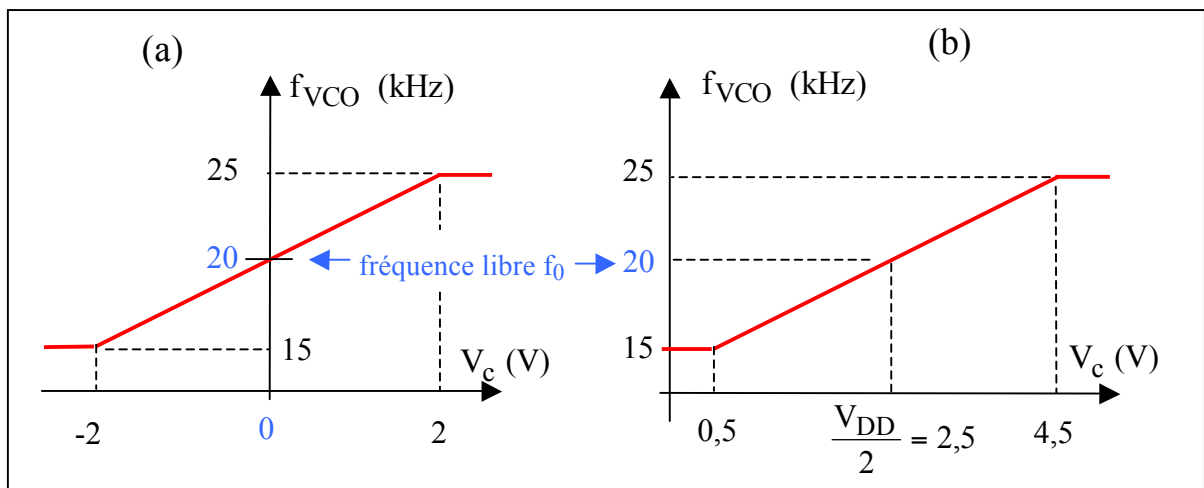


Figure 3 : Caractéristique du VCO : (a) de la boucle analogique, (b) de la boucle numérique

Question 3 : Si la fréquence f_e du signal d'entrée $e(t)$ est égale à 10kHz, montrer qu'en régime stationnaire le signal $u(t)$ en sortie du VCO est à la fréquence libre de 20kHz.

Question 4 : Si la fréquence f_e du signal d'entrée $e(t)$ est égale à 30kHz, montrer qu'en régime stationnaire le signal $u(t)$ en sortie du VCO est à la fréquence libre de 20kHz.

Question 5 : Si la fréquence f_e du signal d'entrée $e(t)$ est égale à 20,999kHz, montrer qu'en **régime stationnaire** le signal $u(t)$ en sortie du VCO est aussi à la fréquence de 20,999kHz. Quelle est dans ce cas la tension de commande V_c et le déphasage entre $e(t)$ et $u(t)$? Les signaux $e(t)$ et $u(t)$ ont chacun une amplitude crête de 5V.

Question 6 : On procède à un balayage **quasi statique** de la fréquence f_e , c'est-à-dire très lent de telle manière que le régime stationnaire soit atteint à chaque instant, et on obtient la variation f_{VCO} de la figure 4. Compléter le graphe en indiquant les valeurs des fréquences f_e et f_{VCO} .

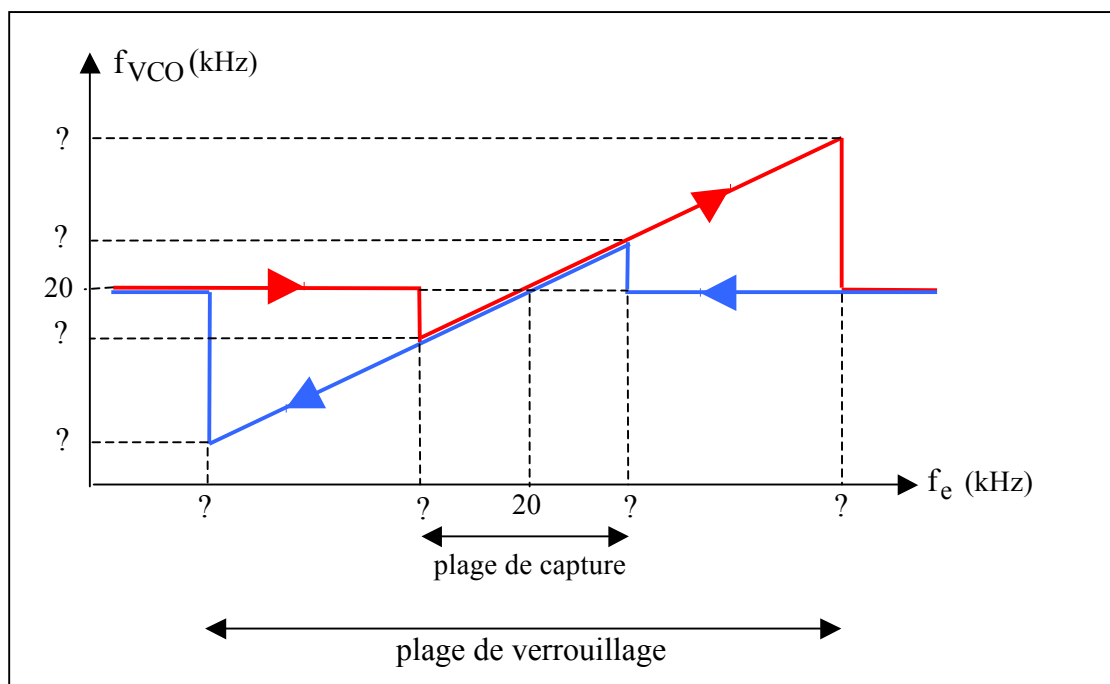


Figure 4 : Variation de f_{VCO} en fonction d'une variation quasi statique de la fréquence f_e

Question 7 : Compléter le graphe de la figure 5 dans lequel la fréquence f_e varie quasi statiquement de 20kHz à 30kHz.

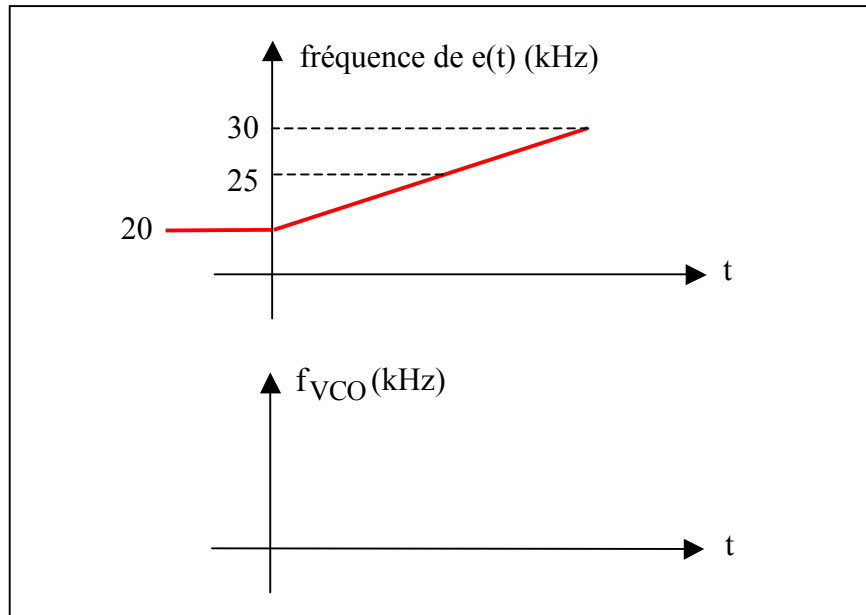


Figure 5 : Tracer la variation de fréquence f_{VCO} correspondant à la variation quasi statique de f_e

Question 8 : Compléter le graphe de la figure 6 dans lequel la fréquence f_e subit un saut de fréquence de 10 kHz à 20,5 kHz.

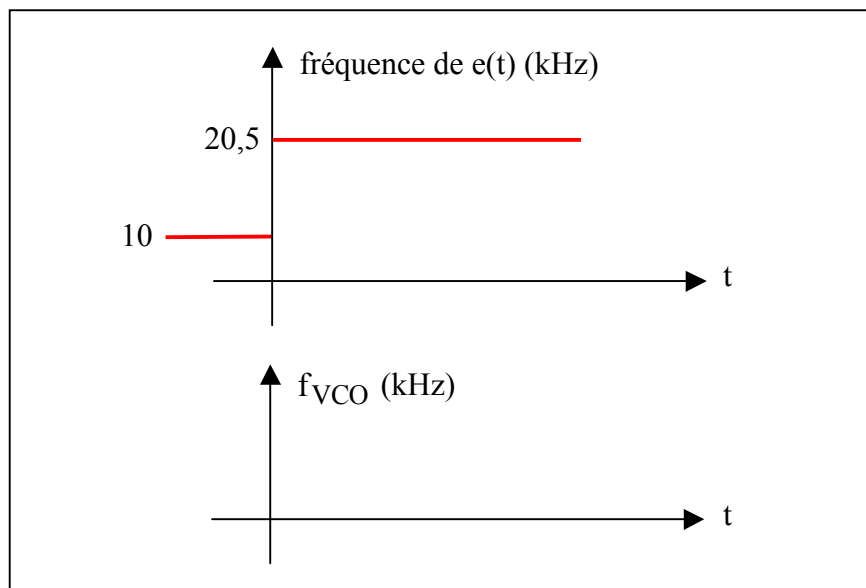


Figure 6 : Tracer la variation de fréquence f_{VCO} correspondant à un saut de fréquence de f_e

Question 9 : Compléter le graphe de la figure 7 dans lequel la fréquence f_e subit un saut de fréquence de 20kHz à 20,5kHz.

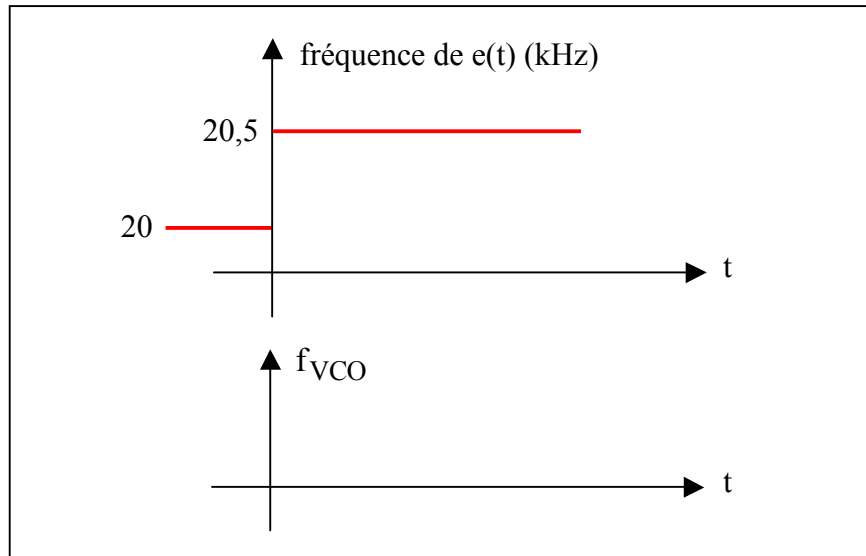


Figure 7 : Tracer la variation de fréquence f_{VCO} correspondant à un saut de fréquence de f_e

La figure 8 montre une boucle à **verrouillage de phase numérique** dans laquelle le comparateur de phase est remplacé par un OU exclusif, il existe d'autres types de comparateurs de phase numérique. Le OU exclusif est alimenté entre 0V et la tension V_{DD} , 5V par exemple, il s'ensuit que la tension V_c en sortie du filtre est toujours positive et varie entre 0V et V_{DD} suivant le déphasage des signaux $e(t)$ et $u(t)$. La caractéristique du VCO est différente de celle d'une boucle analogique, elle est donnée à la figure 3-b. La fréquence libre est celle obtenue pour $V_c = \frac{V_{DD}}{2}$.

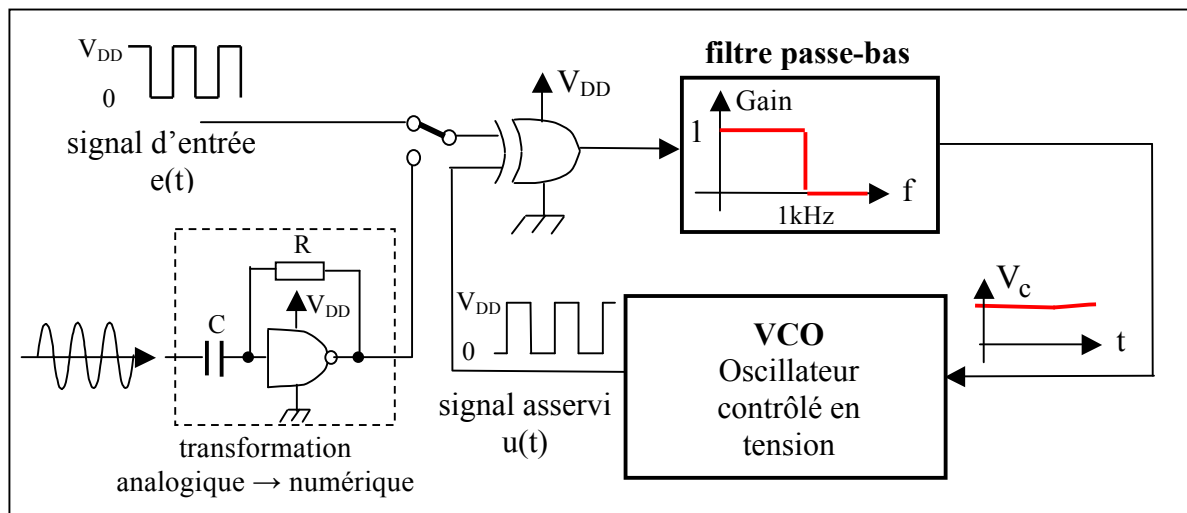


Figure 8 : Schéma d'une boucle à verrouillage de phase numérique

Une boucle à verrouillage de phase numérique peut être utilisée avec une référence analogique à condition de convertir le signal analogique en numérique, à cet effet on utilise un inverseur CMOS, une résistance R et un condensateur C comme le montre le schéma de la figure 8. La résistance R fixe le point de fonctionnement statique de l'inverseur à $\frac{V_{DD}}{2}$ en

entrée et en sortie, c'est-à-dire là où l'inverseur CMOS a du gain. Ce dispositif se comporte comme un amplificateur fortement non linéaire si la tension alternative d'entrée est de l'ordre de q.q. 100mV. La tension appliquée est ainsi transformée en deux niveaux de tension 0V et V_{DD} .

De la même manière, il n'est pas nécessaire de disposer d'un VCO logique, en effet un VCO analogique suivi du même dispositif (inverseur CMOS, R et C) permet de transformer un signal alternatif en signal logique.

Question 10 : Le régime stationnaire de la boucle est caractérisé par une tension V_c constante et donc une fréquence de VCO constante. Si la fréquence f_e du signal d'entrée $e(t)$ est égale à la **fréquence libre** du VCO soit 20kHz, vérifier qu'en régime stationnaire le signal $u(t)$ en sortie du VCO est également à la fréquence de 20kHz avec un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à $e(t)$ et que la tension $V_c = \frac{V_{DD}}{2}$. Faites un graphe des signaux d'entrée et de sortie du OU exclusif, du spectre du signal de sortie du OU exclusif et du signal V_c .

Question 11 : Le comparateur de phase OU exclusif présente un inconvénient, il permet le verrouillage de la boucle sur des harmoniques ou sous harmoniques. Montrer par exemple que le VCO peut se verrouiller à 20kHz avec une fréquence f_e du signal d'entrée $e(t)$ égale à 10kHz. Faites un graphe des signaux d'entrée et de sortie du OU exclusif puis du signal V_c .

III- Synthèse de fréquence par PLL et DDS

III-1/ Synthèse de fréquence par PLL

La figure 12 donne le schéma d'un synthétiseur de fréquence, M et N sont des entiers. Le but est de générer, à partir d'une seule fréquence f_H généralement fournie par un oscillateur à quartz de grande stabilité, une fréquence f_{OUT} variable ayant la même précision relative que celle de f_H .

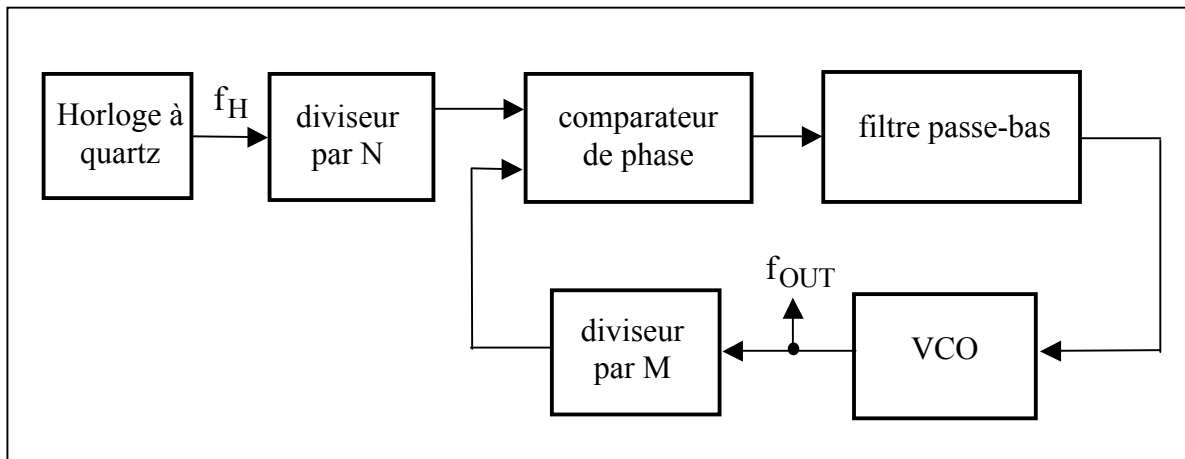


Figure 12 : Schéma de principe d'un synthétiseur de fréquence

Question 12 : Quand la boucle est verrouillée, les fréquences des deux signaux d'entrée du comparateur de phase sont égales, en déduire la relation suivante entre f_{OUT} , f_H , M et N :

$$f_{OUT} = \frac{f_H}{N} M$$

Exprimer la précision relative $\frac{\Delta f_{OUT}}{f_{OUT}}$ en fonction de $\frac{\Delta f_H}{f_H}$

Question 13 : On veut fabriquer un synthétiseur de fréquence pour un récepteur **FM** (Frequency Modulation) devant travailler dans la bande (88 → 108MHz). La fréquence intermédiaire en FM étant égale à 10,7MHz, le synthétiseur devra donc couvrir la bande (88 - 10,7 = 77,3 → 108 - 10,7 = 97,3MHz) par pas de 50kHz. On dispose d'un oscillateur à quartz de 2MHz, en déduire la valeur fixe de N. Déterminer la valeur de M pour recevoir France Inter émettant à 89,7MHz en région Bordelaise.

III-2/ Synthèse de fréquence par DDS

L'idée de la synthèse par DDS est relativement simple : on met dans une ROM, un très grand nombre N de valeurs de sinus. Si avec une horloge de référence $f_H = \frac{1}{T_H}$ on vient lire toutes les valeurs, la période du signal de sortie sera NT_H et sa fréquence sera égale à $f_{OUT} = \frac{1}{NT_H} = \frac{f_H}{N}$, si maintenant on ne lit qu'une valeur sur deux avec la même horloge de référence, alors la période sera $\frac{N}{2}T_H$ et sa fréquence $f_{OUT} = \frac{2f_H}{N}$, ...si on ne lit qu'une valeur sur dix, la période sera $\frac{N}{10}T_H$ et sa fréquence $f_{OUT} = \frac{10f_H}{N}$, etc ..

Si l'idée est simple, la réalisation l'est un peu moins. Les CI DDS sont apparus il y a un peu plus d'une dizaine d'années maintenant. A ce jour, la fréquence f_H maximum est de l'ordre du GHz.

Le schéma de principe d'un synthétiseur DDS est donné à la figure 13 (CI AD9831 d'Analog Devices), il comprend trois sous ensembles principaux : *i*) un **accumulateur de phase** et un **registre de fréquence** (le CI AD9831 comprend deux registres **FREQ0** et **FREQ1** ce qui permet de générer un signal **FSK** pour **F**requency **S**hift **K**eying plus quatre registres de **PHASE0**, 1, 2 et 3 ce qui permet de générer un signal **PSK** pour **P**hase **S**hift **K**eying, *ii*) une **table des valeurs de sinus** (**ROM LUT** pour **R**ead **O**nly **M**emory **L**ook **U**p **T**able) et *iii*) un **convertisseur analogique numérique** (**DAC** pour **D**igital-to-**A**nalog **C**onverter).

Le CI est attaqué par une horloge de référence (**MCLK** pour **M**aster **C**lock), 25MHz pour le CI AD9831. L'accumulateur de phase est un registre de 32 bits, la table des sinus contient 2^{12} valeurs de sinus et le CNA a 10 bits de résolution. La sortie du CNA est une sortie en courant (**IOUT**).

C'est la valeur contenue dans le **registre de fréquence** qui fixe la valeur de la fréquence de sortie f_{OUT} . Si **FSELECT**= '0' (ou '1'), c'est le registre **FREQ0** (ou **FREQ1**) qui est sélectionné pour le calcul de la fréquence. Les quatre bits **A0**, **A1** et **A2** servent à adresser les registres **FREQ0** et **FREQ1**, **PHASE0**, 1, 2 et 3 (voir la Table II ci-dessous)

Table II. Addressing the Control Registers

A2	A1	A0	Destination Register
0	0	0	FREQ0 REG 16 LSBs
0	0	1	FREQ0 REG 16 MSBs
0	1	0	FREQ1 REG 16 LSBs
0	1	1	FREQ1 REG 16 MSBs
1	0	0	PHASE0 REG
1	0	1	PHASE1 REG
1	1	0	PHASE2 REG
1	1	1	PHASE3 REG

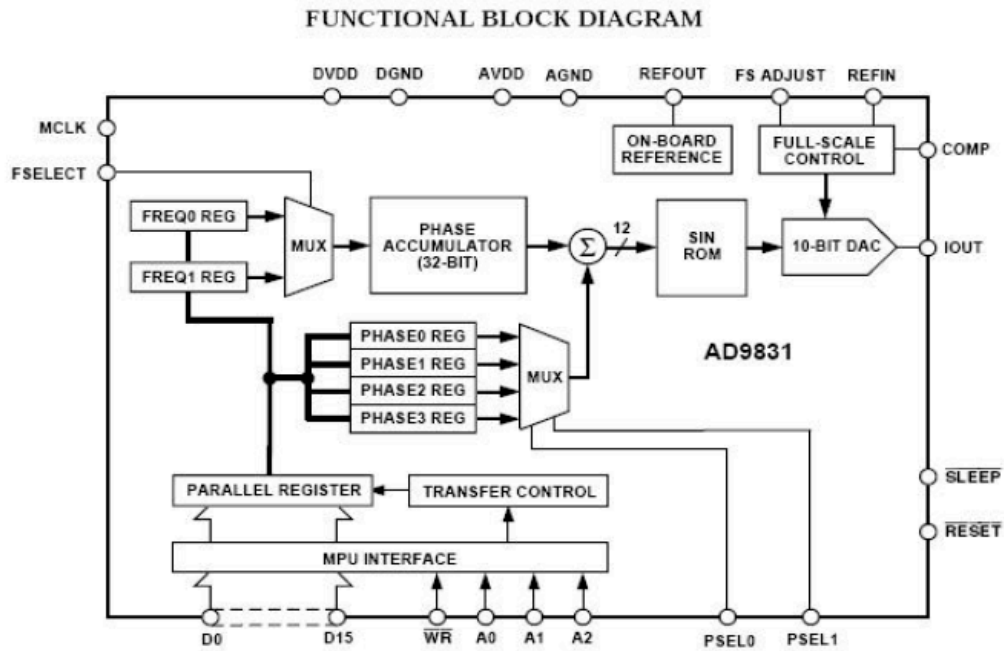


Figure 13 : Schéma de principe d'un synthétiseur DDS (exemple CIAD 9831 d'Analog Device)

La fréquence f_{OUT} de sortie est donnée par la relation :

$$f_{OUT} = \frac{MCLK \times \text{Mot du registre FREQ0}}{2^{32}}$$

Question 14 : On choisit $MCLK = 25\text{MHz}$, on écrit dans le registre FREQ0 le mot 051EB853 (en hexadécimal), quelle sera la fréquence f_{OUT} délivrée en sortie?

En résumé

	avantage	inconvénient	Exemple d'application
Synthèse par PLL	Permet de générer une fréquence supérieure à la fréquence de référence f_H	Le temps de transition entre deux fréquences peut être long, il dépend du filtre de boucle et des constantes du comparateur de phase et du VCO	- Horloge pour processeur - Fréquence porteuse en télécommunication (téléphonie, TV, ...)
Synthèse par DDS	Le temps de transition entre deux fréquences est très court, c'est dans le pire cas une période d'horloge MCLK	La fréquence maximale synthétisée est limitée à $f_H/2$	- Générateur de signaux

Thème 3 : Filtrage numérique

Objectifs :

- comprendre la différence entre les filtres RII et RIF
- comprendre les formats virgule fixe, virgule flottante et QXX
- comprendre l'intérêt d'un filtre anti-repliement
- comprendre la notion de retard de groupe
- comprendre la génération d'un effet audionumérique : l'écho

I- Introduction : Intérêt et types des filtres numériques

Un **filtre numérique** est un **algorithme de calcul** qui fait correspondre à une suite d'échantillons $x(n)$ une suite d'échantillons $y(n)$ (exemple : $y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$ ou encore $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$). Les échantillons $x(n)$ proviennent de l'échantillonnage d'un signal $x(t)$ continu du temps. En toute rigueur nous devrions écrire les $x(n)$ sous la forme $x(nT_e)$ où $T_e = \frac{1}{F_e}$ est la période d'échantillonnage. C'est pour ne pas alourdir l'écriture qu'on les note simplement $x(n)$, idem avec les échantillons de sortie $y(n)$ au lieu de $y(nT_e)$. Par extension, on appelle souvent filtre numérique, l'ensemble de la chaîne de traitement (figure 1) : filtre antirepliement, échantillonneur-bloqueur, CAN, processeur et CNA. Le but est de réaliser une opération de filtrage comme on pourrait le faire avec des filtres actifs ou passifs.

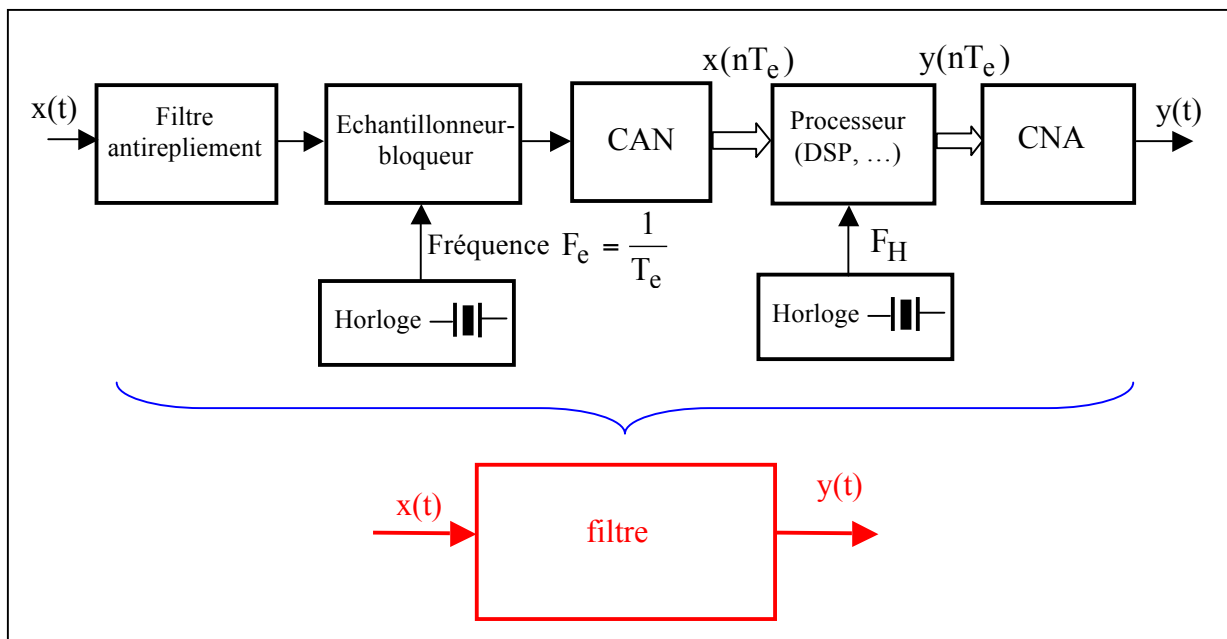


Figure 1 : Chaîne de traitement numérique d'un signal : filtrage numérique

Le filtrage numérique apporte une grande souplesse de traitement : les résistances et condensateurs des filtres actifs sont remplacés par des coefficients dans un algorithme de calcul. Le filtrage numérique permet de réaliser des filtres impossibles à réaliser avec des circuits analogiques, par exemple réaliser un **retard pur**. Bien sûr, il n'y a pas que des avantages, en effet, il faut échantillonner le signal $x(t)$ et donc satisfaire le **critère de Shannon**, c-à-d échantillonner à une fréquence F_e au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale contenue dans le spectre de $x(t)$. Il est par conséquent difficile de faire du filtrage numérique aux hautes fréquences. Il faut par ailleurs convertir les échantillons en un nombre de bits fini ce qui introduit un **bruit de quantification**. Pour terminer, il faut disposer d'une méthode pour calculer les coefficients de la relation reliant les $x(n)$, $x(n-1)$, ... $y(n-1)$, $y(n-2)$, ... aux $y(n)$. Faire la synthèse d'un filtre numérique, c'est trouver les coefficients b_i et a_j de la relation :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{i=M} b_i x(n-i) + \sum_{j=1}^N a_j y(n-j) \quad (1)$$

de telle manière que l'opération réalisée soit par exemple équivalente à un filtre passe-bas de fréquence de coupure 1kHz.

Question 1 : On a procédé à l'échantillonnage d'un signal continu $x(t)$ et on a obtenu la suite d'échantillons suivants :

instants d'échantillonnage	0	T_e	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n)$	1	2	1	2	1	2	1	2	---
$y(n)$									

L'algorithme implémenté dans le processeur est : $y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$, compléter la ligne

des $y(n)$. Intuitivement, de quel type de filtre s'agit-il ? passe-bas, passe-haut, passe-bande ou réjecteur ? justifier votre réponse. Dessiner le signal $y(t)$ en sortie du CNA.

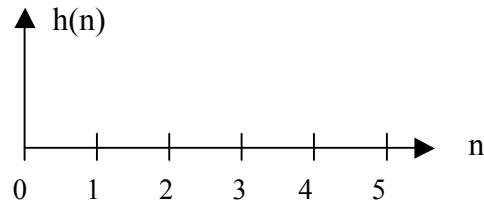
Le filtre $y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$ est un cas particulier de filtre **RIF** (**R**éponse **I**mpulsionnelle

Finie, ou **FIR** en anglais pour **F**inite **I**mpulse **R**esponse). Il est appelé ainsi car un échantillon de sortie $y(n)$ ne fait appel qu'à un nombre fini d'échantillons d'entrée $x(n)$, $x(n-1)$, ... Ce type de filtre n'a pas d'équivalent en filtrage analogique.

Question 2 : On appelle **réponse impulsionnelle** $h(n)$ d'un filtre la réponse $y(n)$ à la suite d'échantillons d'entrée $x(n) = \delta(n)$, $\delta(n)$ est l'équivalent de l'impulsion de Dirac pour l'analogique. Déterminer les éléments $h(n)$ de la réponse impulsionnelle du filtre obéissant à l'équation $y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$ et compléter le graphe ci-dessous.

instants d'échantillonnage	0	T_e	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc

$x(n) = \delta(n)$	1	0	0	0	0	0	0	0	---
$y(n) = h(n)$									

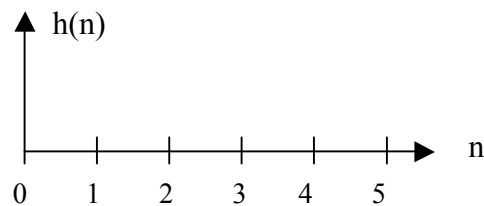


A coté des filtres RIF, on trouve les filtres **RII** (**R**éponse **I**mpulsionnelle **I**nfinie, ou **IIR** en anglais pour **I**nfinite **I**mpulse **R**esponse). Dans ce cas un échantillon de sortie $y(n)$ dépend de tous les échantillons passés. L'algorithme $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$ est un exemple de filtre RII.

La relation $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$ est une **relation de récurrence**, elle permet de calculer $y(n)$ connaissant $y(n-1)$. Ce type de filtre a un équivalent en analogique.

Question 3 : Déterminer les éléments $h(n)$ de la réponse impulsionnelle du filtre obéissant à l'équation de récurrence $y(n) = \frac{y(n-1) + x(n)}{2}$ et compléter le graphe ci-dessous.

instants d'échantillonnage	0	T_e	$2T_e$	$3T_e$	$4T_e$	$5T_e$	$6T_e$	$7T_e$	etc
$x(n) = \delta(n)$	1	0	0	0	0	0	0	0	---
$y(n) = h(n)$									



II- Virgules fixe et flottante

$$01000001110000000000000000000000 \Rightarrow \text{valeur d\u00e9cimal } 2^{131-127} \left(1 + \frac{2^{22}}{2^{23}}\right) = 24$$

$$11000001110000000000000000000000 \Rightarrow \text{valeur d\u00e9cimal } -2^{131-127} \left(1 + \frac{2^{22}}{2^{23}}\right) = -24$$

Question 5 : Le plus grand nombre dans le standard IEEE-754 s\u2019\u00e9crit :

01111111011111111111111111111111

Quelle est sa valeur d\u00e9cimale ?

Quelle est la valeur d\u00e9cimale du nombre cod\u00e9 : **01000001100001000000000000000000**

NB : Sur le Web vous pouvez trouver des applets java de convertisseurs nombres d\u00e9cimaux \u2192 flottants simple (32 bits) ou double pr\u00e9cision (64 bits)

<http://www.h-schmidt.net/FloatApplet/IEEE754.html>

<http://babbage.cs.qc.edu/IEEE-754/Decimal.html>

II-c/ Manipulation des nombres d\u00e9cimaux en virgule fixe : format QXX

Le calcul des coefficients d\u2019un filtre conduit en g\u00e9n\u00e9ral \u00e0 des valeurs d\u00e9cimales (exemple : $y(n) = 0,90909090y(n-1) + 0,0909090x(n)$). Si on veut utiliser un processeur \u00e0 virgule fixe on utilise un format QXX qui consiste \u00e0 multiplier chaque coefficient par un grand nombre, par exemple 2^{17} , et on ne garde que la partie enti\u00e8re. On dit dans ce cas qu\u2019on travaille au format Q17.

Exemple : $0,90909090 \Rightarrow 0,90909090 \times 2^{17} = 119156,363$ soit 119156 au format Q17.

Soit le code sur 32 bits : 000000000000000011101000101110100

Question 6 : Quelle est la valeur d\u00e9cimale du code suivant au format Q17 :

00000000000000110000000000000000

III- R\u00f4le du filtre anti-repliement

En TP vous ferez quatre exp\u00e9riences avec le signal p\u00e9riodique $x(t)$ de la figure 4 de rapport cyclique $\frac{\theta}{T} = \frac{1}{5}$ avec $F = \frac{1}{T} = 2,55\text{kHz}$. On effectue sur ce signal un filtrage num\u00e9rique au moyen de la cha\u00eene de traitement de la figure 1 en vue de r\u00e9cup\u00e9rer uniquement le fondamental \u00e0 2,55kHz. La fr\u00e9quence d\u2019\u00e9chantillonnage F_e est obtenue en divisant la fr\u00e9quence d\u2019horloge $F_H = 50\text{MHz}$ par 6160 soit $F_e = 8116,88\text{Hz}$.

Question 7 : Repr\u00e9senter le spectre du signal du signal $x(t)$ entre 0 et 15kHz. Il n\u2019est pas n\u00e9cessaire de calculer les amplitudes de chaque raie, faites juste un graphe \u00e0 main lev\u00e9e avec des amplitudes approximatives, par contre indiquez les fr\u00e9quences suivant l\u2019axe horizontal.

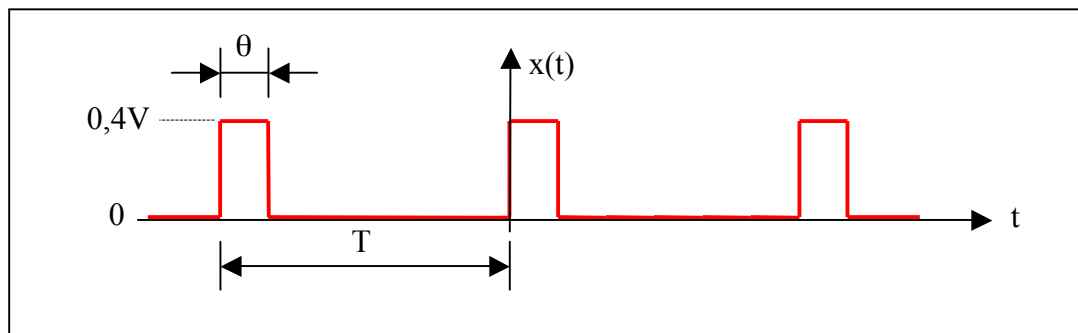


Figure 4 : Signal $x(t)$ appliqué au filtre numérique de la figure 1

Question 8 : On réalise 4 expériences avec deux filtres numériques passe bande de largeur de bande différente, avec ou sans filtre antirepliement. On demande pour les 4 cas de tracer le spectre du signal $y(t)$ obtenu. Le filtre antirepliement à capacités commutées coupe à 3353Hz quand il est inséré dans la chaîne de traitement.

Pour chaque cas, vous devez tracer : le spectre *i)* après le filtre antirepliement s'il y en a un, *ii)* après échantillonnage et *iii)* après filtrage et conclure.

- **Cas n°1 :**
 - Filtre numérique passe bande
 - Fréquence coupure basse = 2540Hz
 - Fréquence de coupure haute = 2560Hz
 - Avec filtre antirepliement
- **Cas n°2 :**
 - Filtre numérique passe bande
 - Fréquence coupure basse = 2540Hz
 - Fréquence de coupure haute = 2560Hz
 - Sans filtre antirepliement
- **Cas n°3 :**
 - Filtre numérique passe bande
 - Fréquence coupure basse = 2500Hz
 - Fréquence de coupure haute = 3100Hz
 - Avec filtre antirepliement
- **Cas n°4 :**
 - Filtre numérique passe bande
 - Fréquence coupure basse = 2500Hz
 - Fréquence de coupure haute = 3100Hz
 - Sans filtre antirepliement

IV- Comparaison des filtres RII et RIF : retard de groupe

Les filtres numériques RIF ont, sous certaines conditions, une **phase linéaire**, ce qui est impossible à réaliser avec un filtre analogique. Ecrivons alors la phase φ (en rd), voir figure

5, sous la forme $\varphi = -\tau\omega$ où ω (en rds^{-1}) est la pulsation et τ (en s), homogène à un temps, est le **retard de groupe**. Supposons maintenant un signal $x(t)$ constitué de plusieurs fréquences, par exemple $x(t) = e(t) + u(t)$, avec $e(t) = \sum_{i=1}^M s_i \cos(\omega_i t)$ un signal basse fréquence et $u(t) = \sum_{i=M+1}^{\infty} s_i \cos(\omega_i t)$ un signal haute fréquence. On cherche à conserver $e(t)$ et à éliminer $u(t)$, pour cela on choisit un filtre RIF de fréquence de coupure F_c telle que $f_M < F_c < f_{M+1}$.

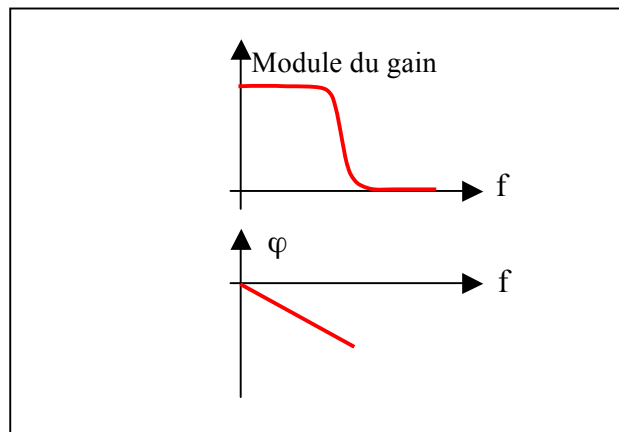


Figure 5 : Les filtres RIF ont, sous certaines conditions, une phase linéaire dans la bande passante

NB : Quand les filtres ne sont pas à phase linéaire (ex : RII et certains RIF), le retard de groupe τ dépend de ω , il est défini par : $\tau(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega}$. Dans ce cas chaque fréquence composant le signal est retardée d'une quantité différente ce qui a pour effet de déformer le signal utile, on dit alors qu'il y a une **distorsion de phase**.

Question 9 : Montrer que le signal $y(t)$ obtenu après filtrage est égal à $e(t - \tau)$ si la phase du filtre est linéaire dans la bande passante F_c , autrement dit le signal utile est **retardé** mais non **déformé** comme il le serait avec un filtre RII de phase non linéaire.

NB : Dans un filtre RIF, l'échantillon $y(n)$ ne dépend que d'un nombre fini d'échantillons $x(n)$, l'équation (1) ne contient pas de coefficients a_j , seulement des b_i d'où

$$y(n) = \sum_{i=0}^{i=M} b_i x(n-i). \text{ Ces filtres sont } \mathbf{toujours\ stables} \text{ contrairement aux filtres RII qui}$$

peuvent devenir instables. La phase linéaire des filtres RIF est un avantage, alors pourquoi des filtres RII ? L'inconvénient des filtres RIF est qu'il nécessite un nombre élevé de coefficients b_i pour obtenir une pente d'atténuation (en dB/décade) importante dans la zone de transition, c'est-à-dire entre la bande passante et la bande d'arrêt. Un nombre élevé de coefficients b_i est

synonyme de mémoire importante et surtout de temps de calcul important. Pour faire du filtrage en temps réel, il faut que le temps de calcul soit inférieur à la période d'échantillonnage.

V- Génération d'un effet audionumérique : l'écho

Réaliser un écho simple d'un signal $x(t)$, c'est générer un signal $y(t) = x(t) + x(t - \alpha)$ où α est un retard. Un filtre RIF est parfaitement adapté pour cette réalisation. Aux échantillons $x(n)$ de $x(t)$, il faut donc faire correspondre des échantillons $y(n) = x(n) + x(n - k)$.

Question 10 : On veut simuler un écho correspondant à la situation de la figure 6 ; un micro distant de $d = 33\text{m}$ d'une paroi réfléchissante. La vitesse du son dans l'air est égale à 330ms^{-1} , la fréquence d'échantillonnage $F_e = 8116,88\text{Hz}$, en déduire la valeur de k dans la relation $y(n) = x(n) + x(n - k)$. Les échantillons $x(n)$ sont numérisés sous 16bits, de quelle mémoire en kilo octets a-t-on besoin pour réaliser l'écho.

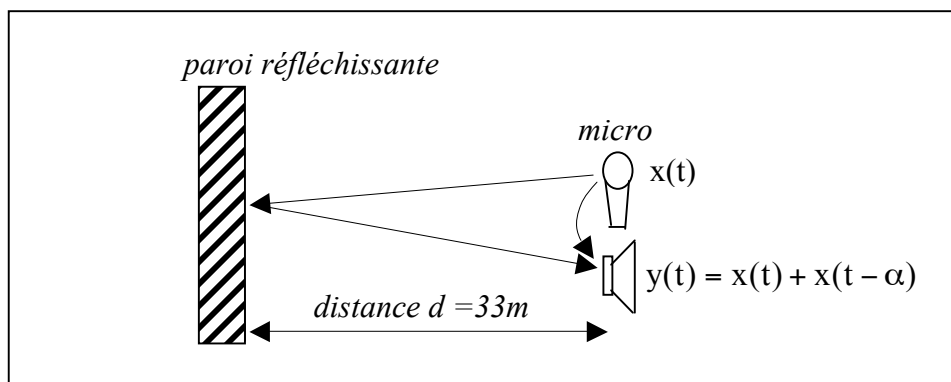


Figure 6 : Génération d'un écho par une paroi réfléchissante

NB : D'autres effets audionumériques peuvent être réalisés sur le même principe ; réverbération, chorus, flanger, phaser, ...

Thème 4 : Transformation temps-fréquence par FFT

Objectifs :

- Savoir lire le résultat d'une FFT
- Savoir choisir une fenêtre d'analyse
- Savoir calibrer une largeur d'impulsion pour obtenir la réponse impulsionnelle d'un système en vue de calculer sa réponse en fréquence (gain complexe).

I- Rappels de cours

I-1/ Transformée de Fourier

La transformée de Fourier $G(\omega)$ d'un signal $g(t)$ est définie comme suit :

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

La transformée de Fourier est une **fonction continue** de la pulsation ω .

I-2/ Transformée de Fourier numérique

Pour calculer une transformée de Fourier avec un processeur il faut procéder à diverses opérations (voir figure 1). Les opérations à réaliser sont :

- échantillonner le signal à une fréquence $F_e = \frac{1}{T_e}$
- numériser le signal avec un CAN de M bits
- tronquer le signal à une durée NT_e où N est le nombre de points stockés en mémoire
- utiliser un algorithme de calcul

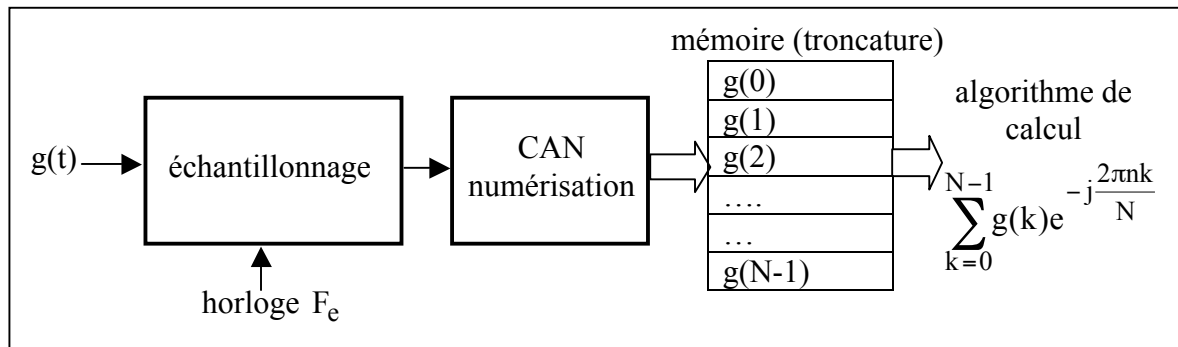


Figure 1 : Les différentes opérations pour calculer une transformée de Fourier avec un processeur

Oublions momentanément le problème de la numérisation pour nous concentrer sur l'effet de l'**échantillonnage** et de la **troncature**. L'échantillonnage fait que l'on ne dispose plus de $g(t)$ mais seulement des échantillons $g(kT_e)$ prélevés aux instants d'échantillonnage kT_e où k est un entier. La transformée de Fourier (1) devient la transformée de **Fourier numérique** $G_{\text{num}}(\omega)$:

$$G_{\text{num}}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(kT_e)e^{-j\omega kT_e} \quad (2)$$

Pour simplifier l'écriture, on note plus simplement : $G_{\text{num}}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k)e^{-j\omega kT_e}$.

Compte tenu de la périodicité des fonctions cosinus et sinus, la transformée de Fourier numérique $G_{\text{num}}(\omega)$ est une **fonction périodique** de la fréquence d'échantillonnage F_e comme le montre la figure 2-b. On retrouve un résultat déjà obtenu lors de l'étude de la théorie de l'échantillonnage.

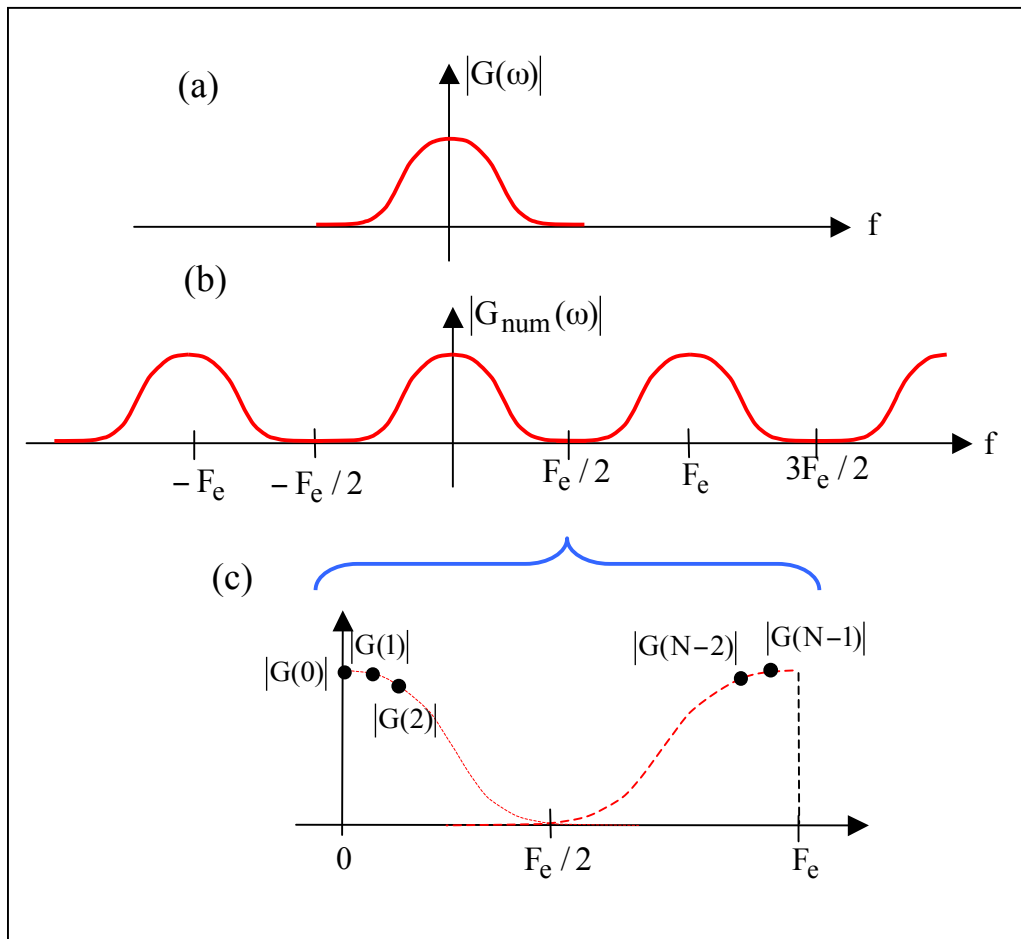


Figure 2 : (a) Transformée de Fourier $G(f)$ de la fonction $g(t)$, (b) transformée de Fourier numérique $G_{\text{num}}(\omega)$ des échantillons $g(kT_e)$ et (c) transformée de Fourier discrète

Compte tenu de la parité des fonctions cosinus et sinus le module $|G_{\text{num}}(\omega)|$ est dans l'intervalle $[0, F_e]$ symétrique par rapport à $\frac{F_e}{2}$. On retrouve un résultat déjà obtenu lors de l'étude de l'échantillonnage.

I-3/ Transformée de Fourier discrète

En pratique on ne peut pas stocker une infinité d'échantillons $g(kT_e)$, on ne stocke que N échantillons, on effectue donc une **troncature** ($G_{\text{num}}(\omega) \rightarrow \sum_{k=0}^{N-1} g(kT_e)e^{-j\omega kT_e}$). La transformée de Fourier numérique $G_{\text{num}}(\omega)$ est une fonction continue de la pulsation ω . Un processeur ne peut calculer $G_{\text{num}}(\omega)$ que pour certaines valeurs de la pulsation ω . Compte tenu de la périodicité de $G_{\text{num}}(\omega)$, on ne calcule $G_{\text{num}}(\omega)$ que pour N fréquences multiples de $\frac{F_e}{N}$ où N est le nombre de points d'acquisition. On obtient alors N valeurs, ces N valeurs constituent ce que l'on appelle la transformée de **Fourier discrète**, notée $G(n)$ (figure 2-c) :

$$G(n) = G_{\text{num}}(\omega) \Big|_{\omega=n2\pi\frac{F_e}{N}} = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) e^{-jn2\pi\frac{F_e}{N}kT_e}$$

En remarquant que $F_e = \frac{1}{T_e}$, on obtient finalement :

$$G(n) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad \text{avec } n = 0, 1, 2, \dots, N-2, N-1 \quad (3)$$

I-4/ FFT et remplissage de zéro (« zero padding »)

Le calcul d'une transformée de Fourier nécessite un grand nombre de multiplications et d'additions. En effet pour obtenir une valeur de $G(n)$ il faut effectuer N multiplications complexes ($g(k)e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} = g(k) \left[\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) - j\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right]$) et N additions. Les multiplications prenant plus de cycles machines que les additions, c'est grosso modo le nombre de multiplications qui fixe le temps de calcul. Pour obtenir les N valeurs de $G(n)$, il faut donc effectuer N^2 multiplications complexes. Dans les années 1950, deux mathématiciens, M. Cooley et Tuckey, ont montré que si le nombre de points N était une puissance de deux, $N = 2^p$ (ex : $N = 1024 = 2^{10}$, $p = 10$), il existait un algorithme de calcul rapide réduisant le nombre de multiplications de N^2 à pN . Prenons comme exemple $N = 1024$, sans l'algorithme rapide il faut effectuer $\approx 10^6$ multiplications, avec l'algorithme rapide il faut seulement en effectuer $\approx 10^4$, soit un temps de calcul divisé par 100. L'algorithme de calcul rapide est connu sous le nom de **FFT (Fast Fourier Transform)**. Si le nombre de points N n'est pas une puissance de deux, il y a deux possibilités : *i*) utiliser un algorithme dit de **DFT (Direct Fourier Transform)** nécessitant N^2 multiplications ou *ii*) compléter les N échantillons avec des zéros pour obtenir un nombre d'échantillons égal à une puissance deux :

$$G(n) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) e^{-j\frac{2\pi nk}{2^p}} + \sum_{k=N}^{2^p-1} 0 e^{-j\frac{2\pi nk}{2^p}}$$

Ajouter des zéros ne modifie pas la somme, la transformée de **Fourier numérique** n'est absolument pas modifiée, par contre le pas de calcul de la transformée de Fourier discrète qui était $\frac{F_e}{N}$ devient $\frac{F_e}{2^p}$, c'est la technique utilisée dans l'oscilloscope DSO5032A utilisée en TP. La technique de remplissage de zéro est connue sous le nom de **zero padding**.

I-5/ Effet de troncature et fenêtre

La FFT est une opération portant sur un nombre fini d'échantillons. En pratique on rencontre deux types de signaux, comme le montre la figure 3 :

➤ **Les signaux de type I** nuls avant et après le durée NT_e d'enregistrement. Les échantillons $s(kT_e)$ stockés dans la mémoire sont le produit des échantillons $g(kT_e)$ par les échantillons $p(kT_e)$ d'une **fenêtre d'analyse** (ou encore fenêtre de pondération), avec $p(kT_e) = 1$ pour $k = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ et $p(kT_e) = 0$ pour $k < 0$ et $k > N-1$, il s'ensuit que les $s(kT_e)$ sont égaux aux $g(kT_e)$ quel que soit k . Pour les signaux de type I, les transformées de **Fourier numériques** $S_{\text{num}}(\omega)$ et $G_{\text{num}}(\omega)$ sont donc égales. Si le théorème de Shannon est satisfait, c'est-à-dire une fréquence F_e au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale contenue dans le spectre de $g(t)$, alors les N valeurs $S(n)$ calculées sont identiques aux N valeurs de $G(f = n \frac{F_e}{N})$ où $G(f)$, équation (1), est la **transformée de Fourier** du signal $g(t)$. En conclusion, pour les signaux de type I, il n'y a pas de problème, tout se passe comme si on savait calculer une transformée de Fourier. Le seul problème rencontré est celui du bruit de quantification, en effet les échantillons sont quantifiés avec un nombre de bits finis.

➤ **Les signaux de type II** sont les signaux périodiques allant de $-\infty$ à $+\infty$, dans ce cas les échantillons $s(kT_e)$ sont bien égaux aux échantillons $g(kT_e)$ à l'intérieur de la fenêtre, mais ils sont nuls en dehors de la fenêtre alors que les $g(kT_e)$ sont différents de zéro pour $k < 0$ et $k > N-1$, il s'ensuit que $S_{\text{num}}(\omega) \neq G_{\text{num}}(\omega)$. C'est dans ce cas qu'on peut obtenir des valeurs de $S(n)$ différentes des $G(f = n \frac{F_e}{N})$.

Nous traiterons ce cas après l'étude de la réponse en fréquence d'un système.

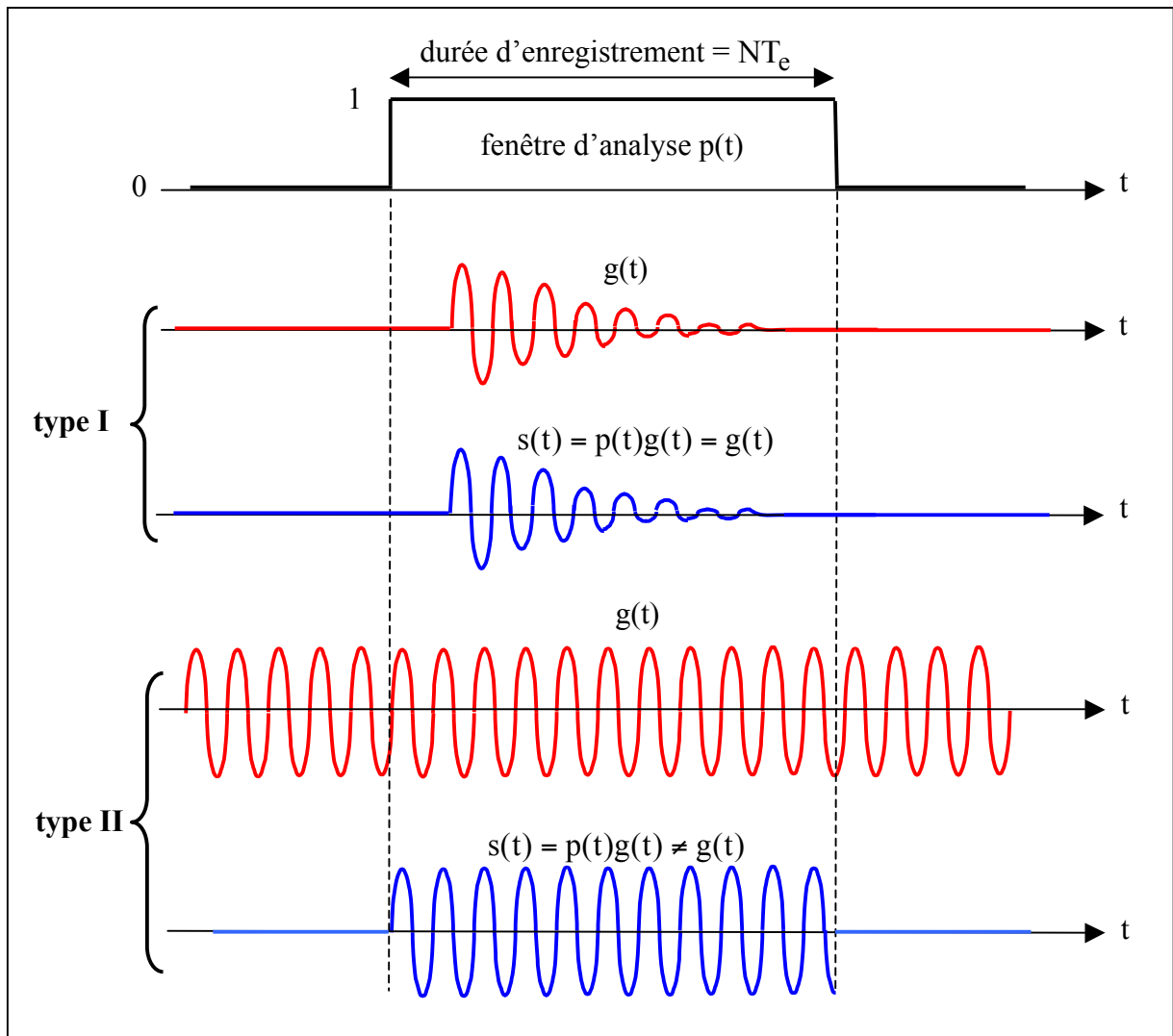


Figure 3 : Les échantillons utilisés pour le calcul de la FFT résultent de la troncature des échantillons $g(kT_e)$ par les échantillons $p(kT_e)$ d'une fenêtre d'analyse. Deux types de signaux sont à considérés, type I et II.

II- Réponse en fréquence d'un système linéaire

La réponse en fréquence $H(\omega)$, ou gain complexe, d'un système linéaire peut être obtenue (voir cours de Mathématiques appliqués au traitement du signal) en excitant le système par une impulsion de Dirac $\delta(t)$ et en calculant la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle $h(t)$ comme le montre la figure 4-a. Le système étant stable, $h(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$, autrement dit la réponse impulsionnelle est un signal de type I. En pratique, le système est excité par une impulsion $x(t)$ de largeur θ et d'amplitude A (figure 4-b), la réponse en fréquence est alors donnée par :

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \quad (4)$$

où $X(\omega)$ et $Y(\omega)$ sont respectivement les transformées de Fourier de $x(t)$ et de la sortie $y(t)$.

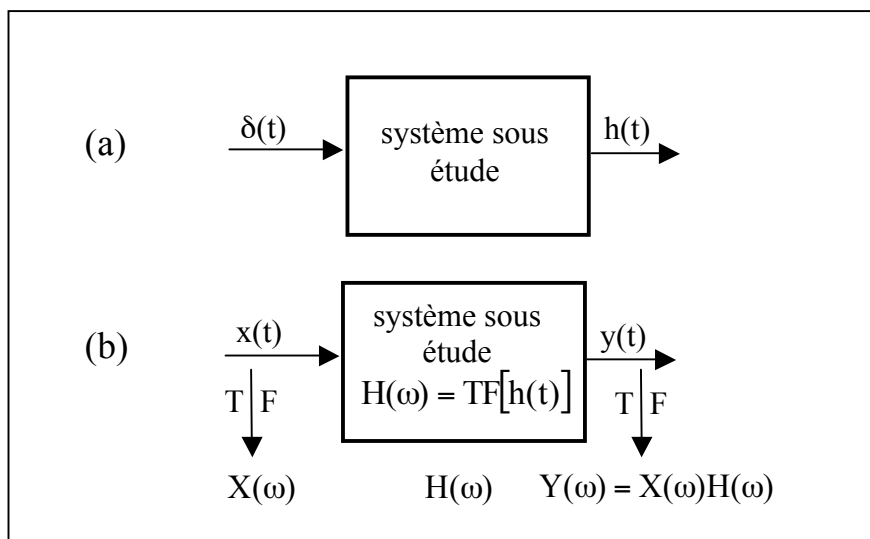


Figure 4 : Réponse en fréquence d'un système par la méthode impulsionnelle, (a) réponse impulsionnelle $h(t)$, (b) réponse à une excitation $x(t)$ quelconque.

Le schéma électrique d'un des deux systèmes étudiés en TP est donné à la figure 5. C'est la boucle ouverte de l'oscillateur étudié en TP Oscillateur, elle est constituée d'un amplificateur suivi d'un filtre de type passe-bande.

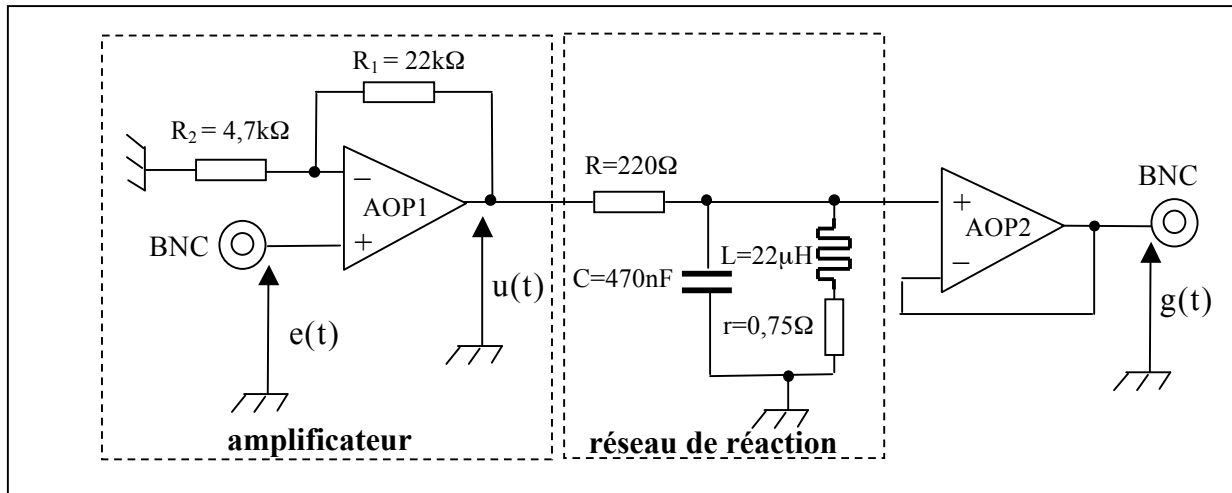


Figure 5 : Schéma électrique de l'amplificateur et du filtre passe-bande

Question 1 : Faites le schéma électrique à fréquence nulle et montrer que le gain statique de la boucle est égal à :

$$H(\omega)|_{\omega \rightarrow 0} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \left(\frac{r}{R+r}\right) \quad (5)$$

La fonction de transfert $H(p) = \frac{G(p)}{E(p)}$ se met sous la forme :

$$H(p) = \frac{G(p)}{E(p)} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{1}{RLC} \left(\frac{pL + r}{p^2 + p \frac{(L+rRC)}{RLC} + \frac{(r+R)}{RLC}} \right) \quad (6)$$

NB : Le calcul de $H(p)$ n'est pas demandé pendant la séance mais il est vivement conseillé de la faire en dehors de la séance.

Question 2 : Vérifier que pour $\omega \rightarrow 0$ on retrouve bien le gain statique calculé précédemment.

La forme standard d'un filtre passe-bande du deuxième ordre s'écrit : $A_{BP} \frac{p \frac{\omega_0}{Q}}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$.

Le gain à la fréquence de résonance $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ est égal à A_{BP} , la largeur de bande Δf à -3dB est égale à $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$.

Question 3 : Au voisinage de la fréquence de résonance f_0 , $r \ll L\omega_0$, montrer alors que l'expression (6) se met bien sous la forme :

$$H(p) \approx A_{BP} \frac{p \frac{\omega_0}{Q}}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (7)$$

Question 4 : On donne : $r = 0,75\Omega$, $R = 220\Omega$, $C = 470\text{nF}$, $L = 22\mu\text{H}$, $R_1 = 22\text{k}\Omega$ et $R_2 = 4,7\text{k}\Omega$, déterminer A_{BP} c'est-à-dire $|H(\omega_0)|$, ω_0 et Q

Question 5 : Pour vérifier les calculs précédents, on applique à l'entrée du système une impulsion $x(t)$ et on calcule la FFT de la réponse $y(t)$ en utilisant un scope numérique avec FFT, (voir figure 4). A la fréquence de résonance f_0 , le scope affiche respectivement $|X(\omega_0)| = -38,50\text{dBV}$ et $|Y(\omega_0)| = -36,85\text{dBV}$, calculer $|H(\omega_0)|$.

NB : Le dBV est défini comme suit : $\text{dBV} = 20 \log_{10} \left(\frac{\text{tension en V}}{1\text{V}} \right)$

III- Fenêtres d'analyse et fuites spectrales

Pour comprendre l'effet d'une **fenêtre d'analyse** traitons un exemple, celui d'un signal $g(t) = A \cos(\omega_0 t)$, (voir la figure 3). La transformée de Fourier $G(f)$ s'écrit (sans démonstration) :

$$G(f) = \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] \quad (8)$$

$G(f)$ est nulle partout sauf en f_0 et $-f_0$ où elle est égale à $\frac{A}{2}$ comme le montre la figure 6-a.

On peut obtenir ce résultat d'une manière un peu détournée en remarquant que $g(t) = \frac{A}{2} e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2} e^{-j\omega_0 t}$, sous cette écriture $g(t)$ apparaît bien comme la somme de deux

générateurs complexes de fréquences f_0 et $-f_0$ et de même amplitude $\frac{A}{2}$. Aux échantillons

$s(kT_e) = g(kT_e)p(kT_e)$ résultant du produit des $g(kT_e)$ par les échantillons $p(kT_e)$ de la fenêtre, correspond une transformée de Fourier numérique $S_{\text{num}}(f)$ égale au produit de convolution de $G_{\text{num}}(f)$ par $P_{\text{num}}(f)$: $S_{\text{num}}(f) = G_{\text{num}}(f) \otimes P_{\text{num}}(f)$ où le symbole \otimes désigne le produit de convolution et où $P_{\text{num}}(f)$ est la **transformée de Fourier numérique** des échantillons $p(kT_e)$ de la fenêtre d'analyse.

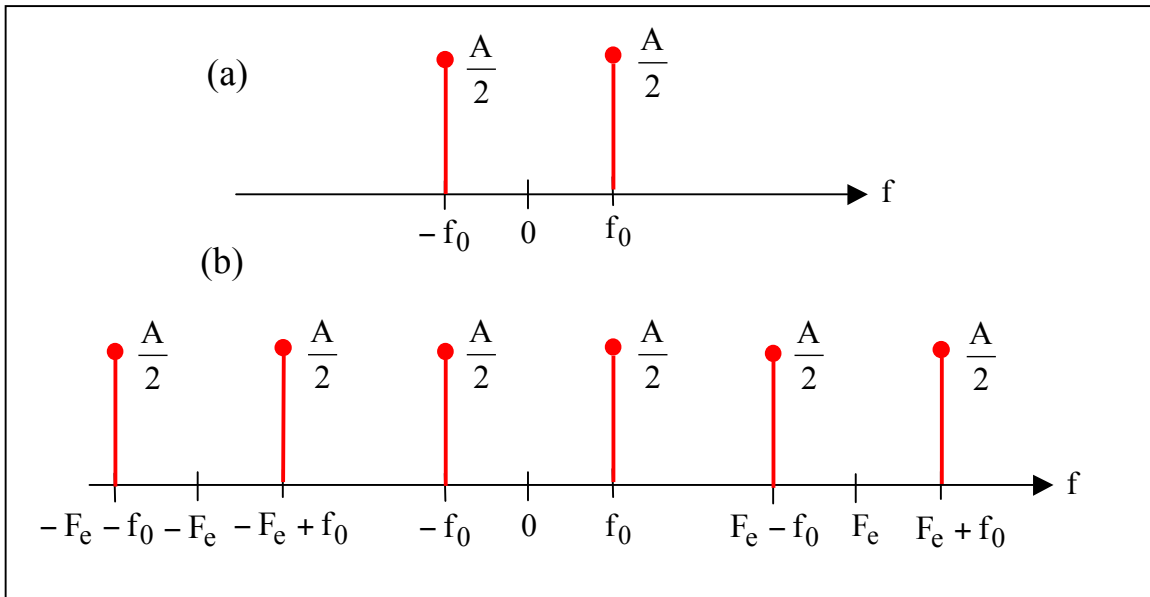


Figure 6 : (a) Transformée de Fourier $G(f)$ de $g(t)$ et (b) transformée de Fourier numérique $G_{\text{num}}(f)$ des $g(kT_e)$

La transformée de Fourier d'un pulse de largeur θ et d'amplitude A correspond à la fonction sinus cardinal : $A\theta \frac{\sin(\pi f\theta)}{\pi f\theta}$. Pour obtenir $P(f)$, transformée de Fourier de la porte $p(t)$, il suffit de remplacer θ par NT_e de la figure 3. La figure 7 représente le module de $P_{\text{num}}(f)$, il est périodique, de période F_e .

Une fenêtre d'analyse est caractérisée par :

- la largeur du **lobe principal**, $\frac{2}{NT_e}$, pour une fenêtre rectangulaire. La largeur du

lobe principal fixe la **résolution** : c'est l'aptitude à séparer deux raies de fréquences proches.

- l'amplitude des **lobes secondaires**, fixe la **dynamique** : c'est l'aptitude à discerner deux raies éloignées en fréquence et avec des amplitudes très différentes.

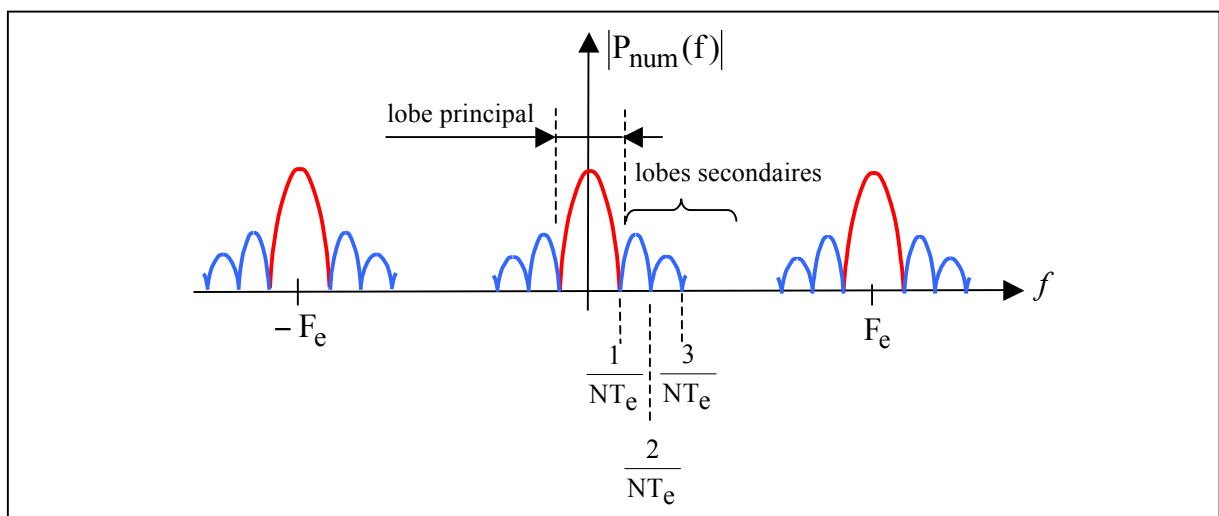


Figure 7 : Transformée de Fourier numérique de la fenêtre rectangulaire

La convolution $S_{\text{num}}(f) = G_{\text{num}}(f) \otimes P_{\text{num}}(f)$ consiste à accrocher autour de chaque raie $f_0, F_e - f_0, \text{etc} \dots$ le motif de $P_{\text{num}}(f)$ correspondant à l'intervalle $[-\frac{F_e}{2}, \frac{F_e}{2}]$. La figure 8 montre le module $|S_{\text{num}}(f)|$ dans l'intervalle $[0, F_e]$. Les N valeurs de $|S(n)|$ sont obtenus en calculant $|S_{\text{num}}(f)|$ pour $\frac{F_e}{N}, \frac{2F_e}{N}, \dots, \frac{(N-1)F_e}{N}$.

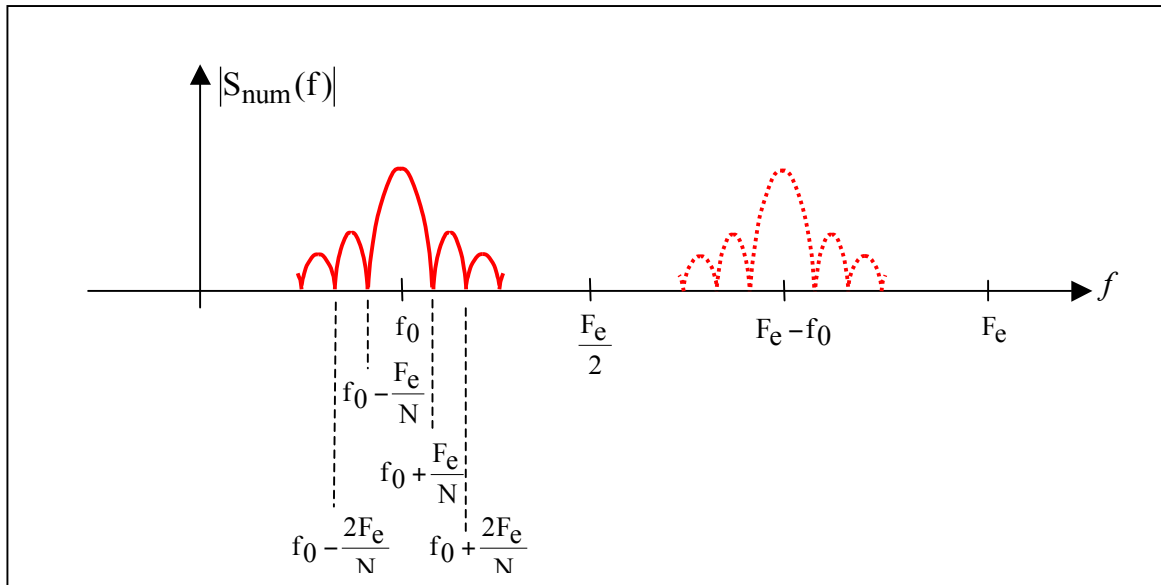
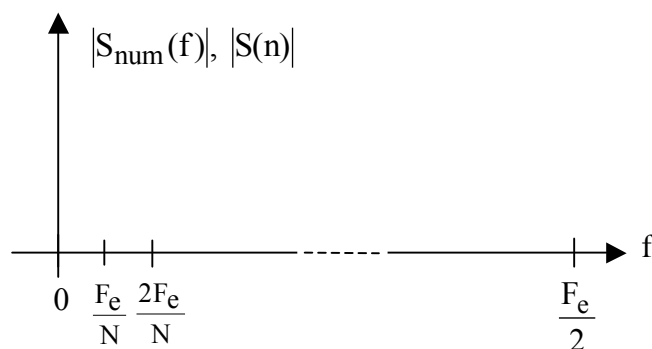
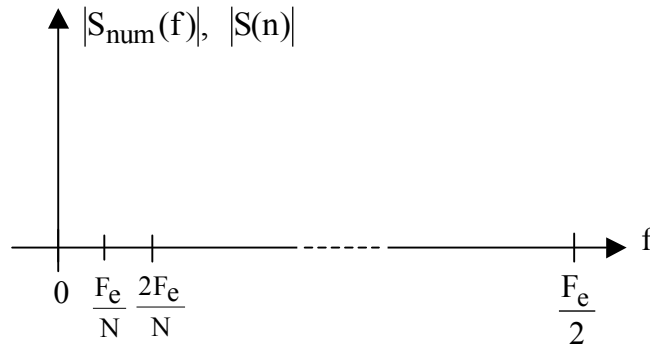


Figure 8 : $|S_{\text{num}}(f)|$ dans l'intervalle $[0, F_e]$

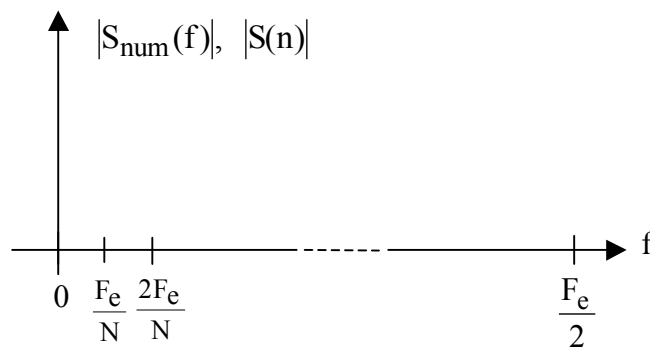
Question 6 : L'algorithme de FFT calcule les valeurs de $S(n)$ pour les fréquences $\frac{nF_e}{N}$ avec $n = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$. Dans le cas particulier où f_0 est un multiple de $\frac{F_e}{N}$, compléter le graphe ci-dessous, en traçant $|S_{\text{num}}(f)|$ « à main levé » et en reportant les valeurs des $|S(n)|$.



Question 7 : Dans le cas où f_0 n'est pas un multiple de $\frac{F_e}{N}$, compléter le graphe ci-dessous, en traçant $|S_{\text{num}}(f)|$ « à main levé » et en reportant les valeurs des $|S(n)|$.



Question 8 : L'oscilloscope DSO5038A utilisé en TP mémorise 1000 points, pour utiliser l'algorithme de FFT, il complète les 1000 points avec 24 zéros. Le pas de calcul des $|S(n)|$ est donc $\frac{F_e}{1024}$. Compléter le graphe ci-dessous en traçant $|S_{num}(f)|$ « à main levé » et en reportant les valeurs des $|S(n)|$ dans le cas où $f_0 = 100\text{kHz}$ et $F_e = 2\text{MHz}$



Dans le cas où la fréquence f_0 n'est pas un multiple du pas de calcul $\frac{F_e}{n}$, il apparaît des raies parasites, appelées **fuites spectrales**, d'autant plus intenses que les lobes secondaires de la fenêtre d'analyse sont importants. L'idéal serait une fenêtre avec le lobe principal le plus étroit et les lobes secondaires les plus faibles en amplitude. Pour un nombre de points N donné, c'est la fenêtre rectangulaire qui a le lobe principal le plus étroit et donc la meilleure résolution, par contre les lobes secondaires sont importants et masquent d'éventuelles raies de petites amplitudes contenues dans le spectre, la fenêtre rectangulaire a donc une faible dynamique. Il existe donc d'autres fenêtres d'analyse présentant des lobes secondaires de plus faibles amplitudes, présentant une meilleure dynamique, en contre partie la largeur du lobe principal est plus importante et la résolution plus faible. La figure 9 montre les trois fenêtres disponibles avec l'oscilloscope DSO5038A : les fenêtres Rectangulaire, Hanning et Flat Top. La fenêtre de Hanning présente une meilleure dynamique que la fenêtre rectangulaire, le fenêtre Flat Top est essentiellement utilisée pour faire des mesures.

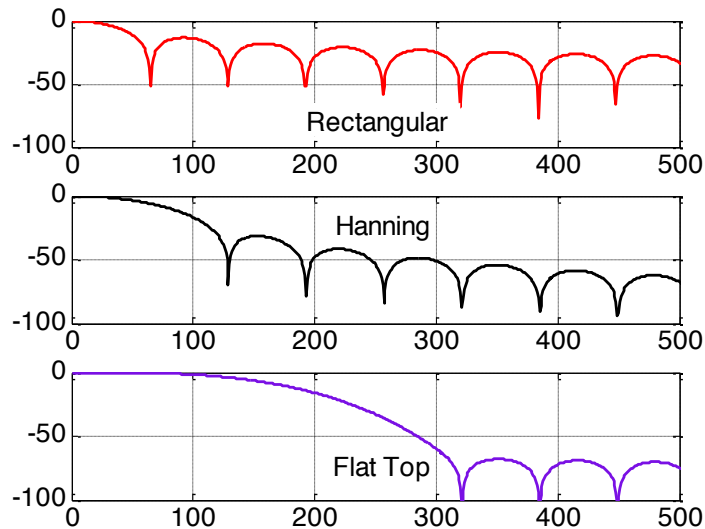


Figure 9 : Les différentes fenêtres d'analyse : Rectangulaire, Hanning et Flat Top

IV- Impact du repliement de spectre

Un signal carré de fréquence $f_0 = 990\text{Hz}$, d'amplitude $A = 1\text{V}$ et de rapport cyclique 50% est échantillonné sans filtre antirepliement à la fréquence de 100kHz . La série de Fourier du signal avant échantillonnage s'écrit :

$$\frac{A}{2} + A \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\frac{n\pi}{2}} \cos(n\omega_0 t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\frac{n\pi}{2}} \cos(n\omega_0 t) \quad (10)$$

La transformée de Fourier (1) a les mêmes raies que la série de Fourier (10), les amplitudes sont par contre divisées par 2. Sur la figure 10 on a tracé les raies pour $f = 31 \times 990 = 30690\text{Hz}$ et $f = 33 \times 990 = 32670\text{Hz}$, la raie à $f = 32 \times 990 = 31680\text{Hz}$ est nulle d'après la relation (10).

Question 9 : Vérifier que les amplitudes de la figure 10 sont exactes.

Question 10 : Après échantillonnage le spectre contient davantage de raies, entre 30690Hz et 32670Hz il apparaît par exemple une raie d'anti-repliement comme le montre la figure 11, donner sa fréquence et son amplitude en dBV.

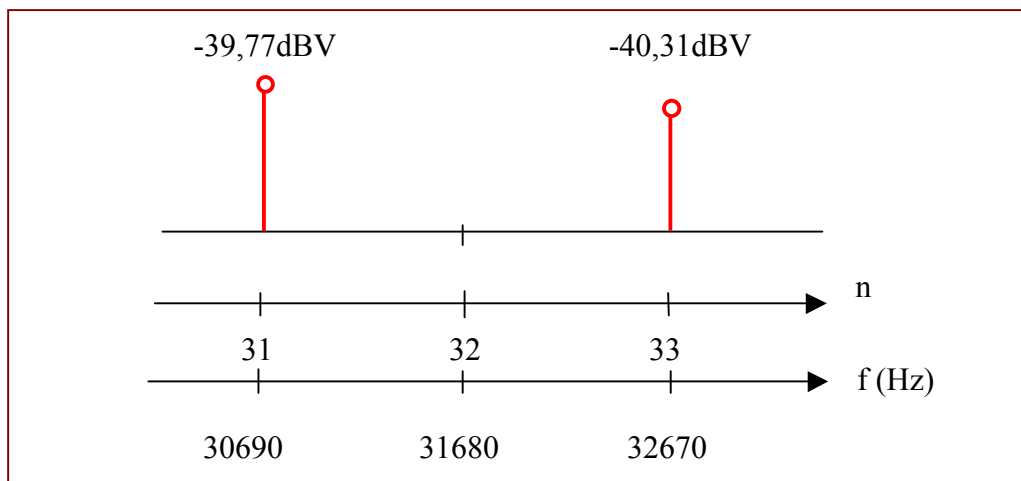


Figure 10 : Harmoniques $n = 31, 32$ et 33 d'un signal carré de rapport cyclique 50%

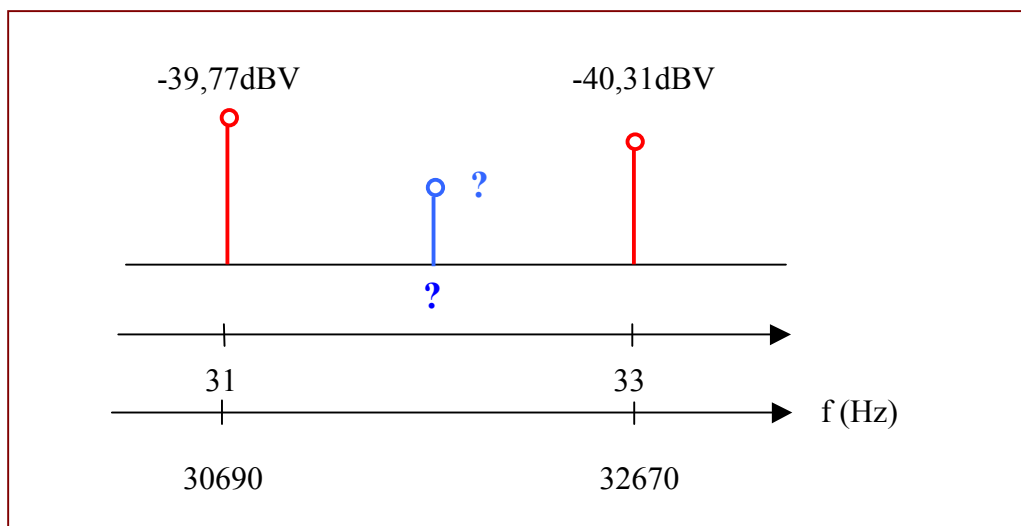


Figure 11 : Fréquence et amplitude de la raie d'anti-repliement comprise entre les harmoniques $n = 31$ et 33

Thème 5 : Détection synchrone

Objectifs :

- Principe de fonctionnement d'un détecteur synchrone
- Propriétés statistiques d'un bruit électronique et applications

Un détecteur synchrone est principalement constitué d'un circuit multiplieur, d'un déphaseur pur et d'un filtre passe-bas. Un détecteur synchrone permet de récupérer un signal de fréquence connue noyé dans un bruit. La fonction détection synchrone est utilisée dans de très nombreux appareils : téléphone, télévision, IRM, ...

Le circuit multiplieur quatre quadrants du TP est un circuit intégré (C.I.) d'Analog Device (AD534). La fonction de transfert du C.I. s'écrit :

$$S = kXY$$

avec k une constante en V^{-1}

La constante k est ajustée par l'utilisateur. En pratique, le CI a une bande passante limitée, la relation $S = kXY$ n'est donc valable que dans la bande passante, de l'ordre du MHz pour le CI AD534.

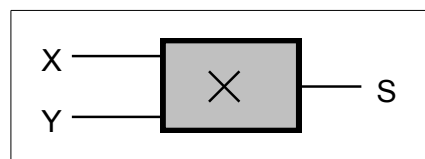


Figure 1 : *Circuit multiplieur*

Question 1 : Sur l'entrée X on applique un signal $X = A \cos(\omega_0 t)$, sur l'entrée Y on applique une tension constante B . Ecrire le signal S et tracer son spectre.

Question 2 : Sur les entrées X et Y on applique maintenant le même signal $X = Y = A \cos(\omega_0 t)$. Ecrire le signal S et tracer son spectre. Quel serait le spectre si $X = Y = B + A \cos(\omega_0 t)$

I/ Détection synchrone en l'absence de bruit : application à la détermination du module et du gain d'un système linéaire

Dans un premier temps on s'intéresse au principe de fonctionnement de la détection synchrone en tant qu'outil pour mesurer le **module** et la **phase** d'un système linéaire. Soit donc un système linéaire attaqué par un signal $e(t) = A \cos(\omega_0 t)$. En sortie du système le signal s'écrit : $s(t) = GA \cos(\omega_0 t - \varphi)$. On cherche à déterminer le gain G et le déphasage φ à

la fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. En l'absence de bruit, G et φ peuvent être obtenus simplement en appliquant les signaux $e(t)$ et $s(t)$ aux deux voies Y1 et Y2 d'un oscilloscope, cependant si le signal $s(t)$ devient du même ordre de grandeur que la sensibilité de l'oscilloscope la mesure devient difficile, la détection synchrone s'impose alors. Le principe d'un détecteur synchrone est montré à la figure 2. Le signal $s(t)$ est amplifié par un amplificateur a.c. de gain G_{ac} , ce signal est multiplié par le signal de la voie référence, déphasé ou non de $\pi/2$ par rapport au signal $e(t)$. Le signal $u(t)$ en sortie du multiplieur est filtré puis amplifié par un amplificateur d.c. de gain G_{dc} .

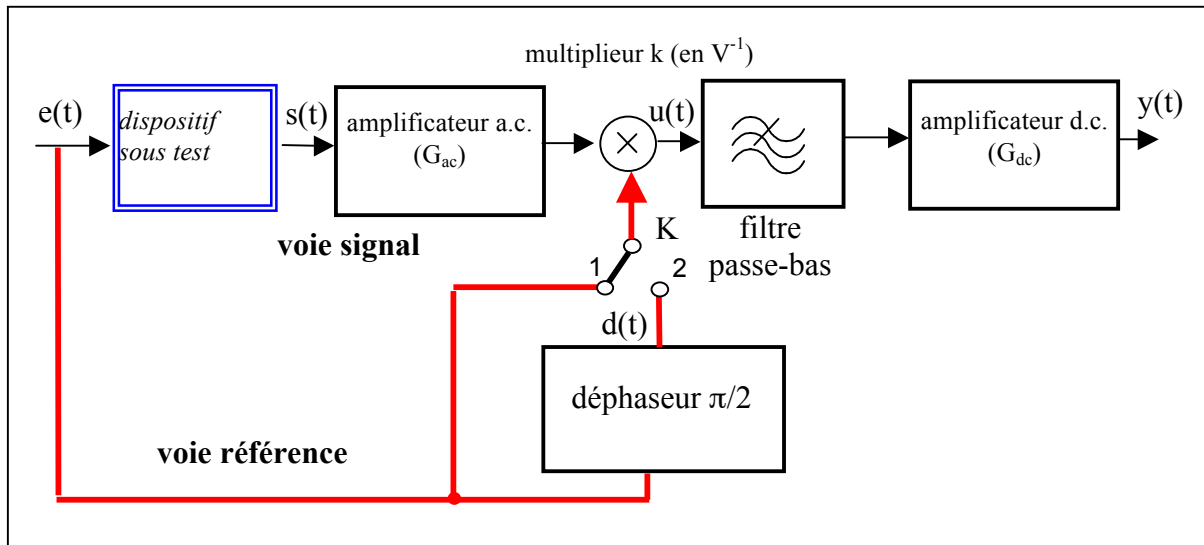


Figure 2 : Schéma d'un détecteur synchrone

Question 3 : Ecrire le signal $u(t)$ quand l'interrupteur K est en position 1, dessiner son spectre. Le filtre passe-bas, supposé idéal, a une fréquence de coupure F_c inférieure à la fréquence f_0 , en déduire l'écriture du signal $y(t) = y_R$.

Question 4 : Ecrire le signal $d(t)$ en sortie du déphaseur pur quand l'interrupteur K est en position 2. Ecrire le signal $u(t)$ et dessiner son spectre. Le filtre passe-bas, supposé idéal, a une fréquence de coupure F_c inférieure à la fréquence f_0 , en déduire l'écriture du signal $y(t) = y_I$.

Question 5 : Montrer que le gain G et la phase φ vérifient les équations :

$$G = \frac{2}{A^2 k G_{ac} G_{dc}} \sqrt{y_R^2 + y_I^2} \quad \text{et} \quad \varphi = \arctg\left(\frac{y_I}{y_R}\right)$$

Question 6 : En pratique, les signaux y_R et y_I sont la somme d'une composante continue et d'un résidu de filtrage à la fréquence $2f_0$. Seule la composante continue est intéressante, le résidu de filtrage sera d'autant plus faible que F_c sera faible. A priori choisir F_c très faible ne

présente que des avantages, mais que devient dans ce cas le temps de réponse du détecteur synchrone ? Pour répondre à cette question vous pouvez supposé que le filtre passe-bas est du premier ordre, vous devez vous souvenir de la relation entre temps de montée et fréquence de coupure F_c à -3dB d'un système du premier ordre.

Question 7 : A un instant t_1 pris comme origine des temps, le gain G du système sous étude est triplé sous l'action d'une cause extérieure dont il n'est pas nécessaire de connaître l'origine. Avant t_1 , $y_R = 1V$, le filtre passe bas est du premier ordre et sa fréquence de coupure à -3dB est égale à $F_c = 0,5\text{Hz}$. Compléter le graphe de la figure 3 en donnant les valeurs de $y_R(t)$ aux instants $t_1 + 0,3s$, $t_1 + 0,6s$, $t_1 + 1,2s$.

NB : Le signal de sortie d'un détecteur synchrone est un signal continu. Le moindre offset en sortie de l'amplificateur d.c. peut perturber la mesure. En pratique, il est donc important de s'assurer que la tension de sortie est nulle en l'absence de signal $s(t)$.

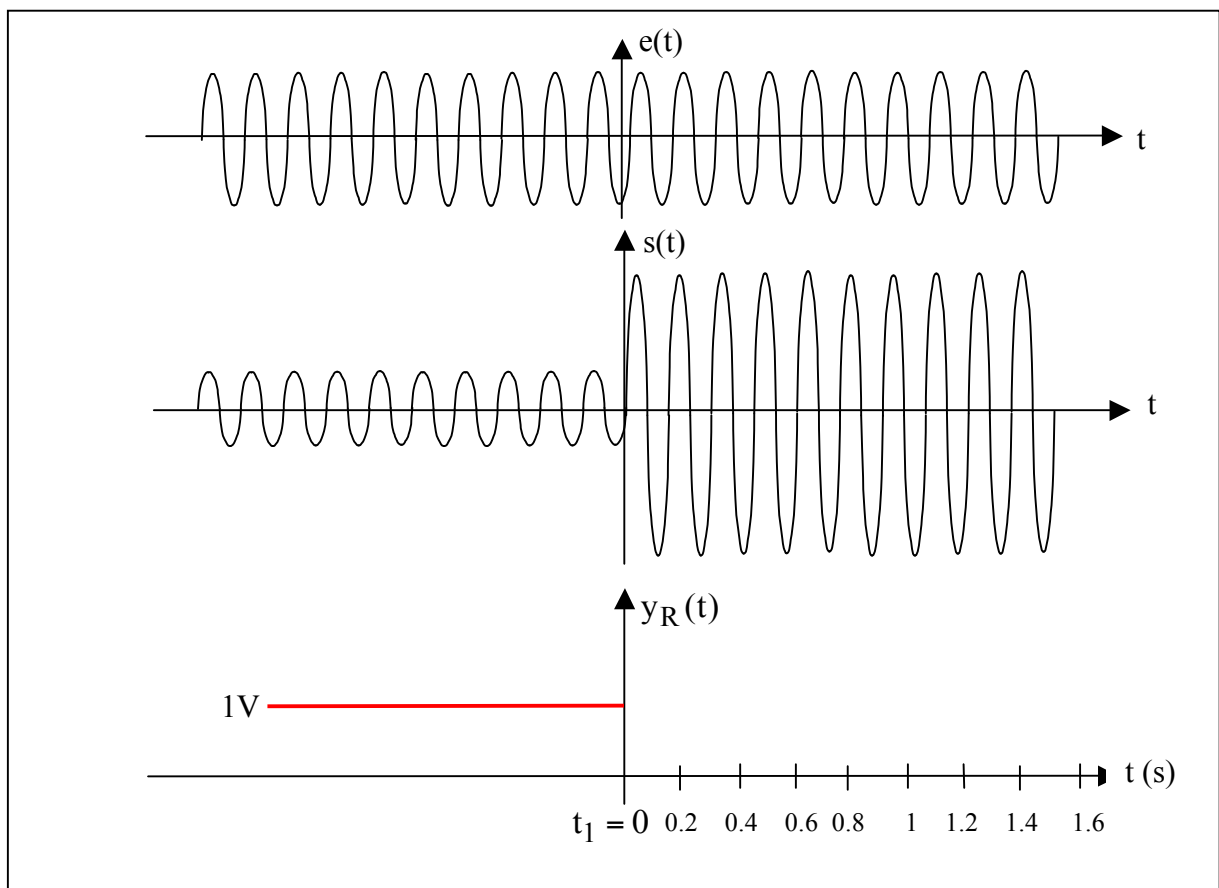


Figure 3 : A l'instant $t_1 = 0$, le gain G du système sous étude est modifié

II/ Détection synchrone en présence de bruit

Nous montrons maintenant l'intérêt de la détection synchrone pour récupérer G et φ quand le signal $s(t)$ est fortement bruité. Le signal $s(t)$ bruité se met sous la forme : $s(t) = GA \cos(\omega_0 t - \varphi) + b(t)$ où $b(t)$ est un bruit de type Gaussien. La densité spectrale de bruit $b(f)$ (en V^2 / Hz) est supposée constante au voisinage de la fréquence f_0 comme le montre la figure 4-a. On pourrait essayer de récupérer le signal $GA \cos(\omega_0 t - \varphi)$ en utilisant un filtre passe-bande de largeur Δf centré en f_0 . Le rapport Signal/bruit en dB serait dans ce cas $20 \log_{10} \frac{GA/\sqrt{2}}{\sqrt{b(f)\Delta f}}$, en effet $\sqrt{b(f)\Delta f}$ est effectivement la valeur efficace de bruit dans la bande de fréquence Δf .

En pratique, il est difficile de réaliser une largeur de bande Δf très étroite car il faut disposer de composants à fort coefficient de qualité. Par ailleurs un détecteur synchrone doit pouvoir travailler sur une plage de fréquence et non pas à une fréquence unique, en conséquence il faudrait disposer d'un filtre passe-bande étroit à fréquence centrale variable. C'est très difficile à réaliser, c'est un problème identique à celui rencontré en analyse spectrale où on utilise le principe de l'hétérodyne. La détection synchrone, ramène par multiplication (voir la figure 4-b), l'information à la fréquence zéro, c'est-à-dire en continu, là où il est plus facile de filtrer le bruit par un filtre passe-bas.

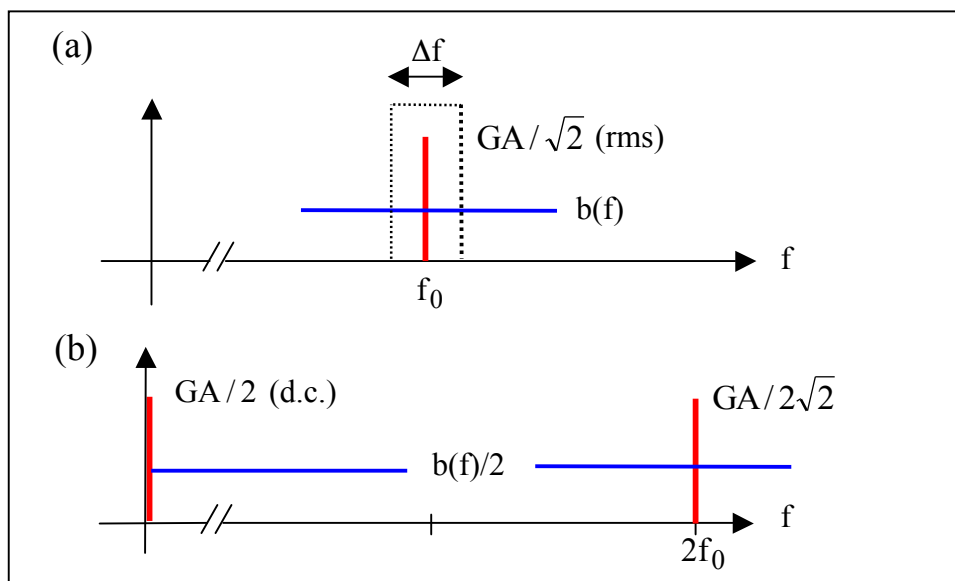


Figure 4 : (a) récupération du signal par un filtre passe-bande, centré sur f_0 , (b) récupération par détection synchrone en ramenant le signal à la fréquence zéro et filtrage passe-bas, on a supposé $\varphi = 0$

Question 8 : Le rapport Signal/Bruit en sortie du détecteur synchrone $20 \log_{10} \left(\frac{AG \cos \varphi}{\sqrt{b(f)F_c}} \right)$

pour la composante en phase et $20 \log_{10} \left(\frac{AG \sin \varphi}{\sqrt{b(f)F_c}} \right)$ pour la composante en quadrature de

phase, ce résultat est approché car il ne tient pas compte du bruit apporté par les amplificateurs a.c et d.c. le multiplieur, Prenons le cas d'un système sous étude avec

$\varphi = 0$, si par un filtrage passe bande le rapport Signal/Bruit est estimé à 10dB avec un filtre de largeur $\Delta f = 100\text{Hz}$, quelle doit être la valeur de F_c pour obtenir un rapport Signal/Bruit de 50dB.

Question 9 : Un bruit $b(t)$ de **densité spectrale** $b(f)$ constante est passé dans un filtre de largeur de bande 1Hz. Un enregistrement du bruit et le calcul de sa **densité de probabilité** sont donnés à la figure 5. Le bruit a une valeur moyenne nulle, il est de type Gaussien avec

une densité de probabilité $p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right)$ où σ^2 est la **variance** ou encore ici la

valeur quadratique moyenne et u est la tension de bruit.

- Quelle est la valeur quadratique moyenne de bruit ?
- Quel est le rapport Signal/Bruit si le signal a une valeur efficace de 100mV ?
- Le bruit est de nouveau filtré avec un filtre de largeur de bande 0,05Hz, quel sera le nouveau rapport Signal/Bruit ?

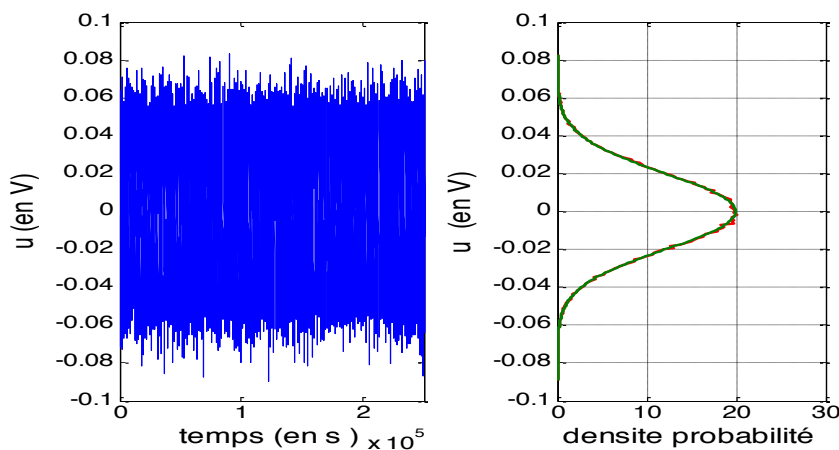


Figure 5 : (a) Enregistrement du bruit en fonction du temps et (b) densités de probabilité déduite de l'enregistrement et

calculée avec la loi $p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right)$

Thème 6 : Transmission par fibre optique

Caractérisations de composants actifs et passifs - Fonction de multiplexage optique - Mesure de la dispersion chromatique

Objectifs :

- Savoir caractériser et manipuler une fibre optique ainsi que des composants actifs (source de lumière, photodétecteur) et passifs (atténuateur, coupleur, multiplexeur) dans des réseaux optiques pour des applications de télécommunication
- Analyser l'influence de la dispersion chromatique d'une fibre optique sur la qualité de la transmission de signaux numériques.

I/ Introduction

De nos jours, les techniques de transmission de l'information les plus répandues sont :

- le câble coaxial,
- les ondes hertziennes terrestres,
- la transmission par satellites,
- les fibres optiques.

Dans ces réseaux de communication, on peut distinguer la présence de systèmes guidés (câble, fibre) et non guidés (ondes hertziennes). Les besoins en capacité d'informations deviennent de plus en plus importants puisqu'on transmet de plus en plus de données (ex. images et sons par internet) et la croissance du trafic ne va faire qu'augmenter dans les prochaines années (vidéo à la demande, TV numérique, TV 3D...). Les progrès réalisés ayant permis de fortement diminuer l'atténuation dans les fibres optiques (1960 : 20dB/km → 1980 : 0,2 dB/km à 1,55µm), il a été possible de construire des réseaux de transmission à très longues distances (liaisons inter continentales > 1000km). Dans les années 90, la technique du multiplexage de longueurs d'onde (WDM pour "Wavelength Division Multiplexing") est introduite dans les réseaux et permet d'accroître considérablement les débits (> 100Gb/s sur une seule fibre). Dans les Laboratoires, on travaille actuellement sur des systèmes de transmission pouvant atteindre 1Tb/s (10^{12} bits/s) en combinant le multiplexage dans le temps (TDM pour "Time Division Multiplexing") et en longueur d'onde (WDM). Néanmoins, la transmission d'un tel rythme de données impose des contraintes de performance très exigeantes des différents composants électroniques et optiques (actifs et passifs).

De manière générale, un système de transmission par fibre optique comprend les éléments suivants :

- Une source optique appelée émetteur associée à un dispositif de modulation de cette source optique avec un signal électrique contenant l'information à véhiculer.
- Le support ou vecteur de transmission (fibre).
- Un photodétecteur qui transforme le signal optique en un signal électrique.
- Une électronique servant à amplifier et à traiter le signal permettant de restituer l'information utile.

- Des composants passifs : connecteurs, coupleurs, multiplexeurs/démultiplexeurs.
- Des amplificateurs optiques (dans le cas de transmission à longue distance).

La figure 1 présente l'architecture générale d'un réseau optique intégrant un émetteur (source Laser¹ commandée et régulée en courant), une fibre optique monomode et un récepteur dont le premier élément est une photodiode puis du conditionnement du signal (amplificateur, filtre, PLL).

Les deux paramètres essentiels pour déterminer la qualité d'un système de télécommunication sont :

- La bande passante, limitée en plusieurs points du lien de transmission par : le taux de modulation de la source, le modulateur lui-même, le canal de transmission, le photodétecteur et l'électronique du récepteur.
- La portée dépend de la puissance émise par la source, de l'atténuation de la fibre, des pertes de couplage (connecteurs, rupture de milieu, épissures), de la sensibilité du photodétecteur et du récepteur associé et du bruit généré par le récepteur.

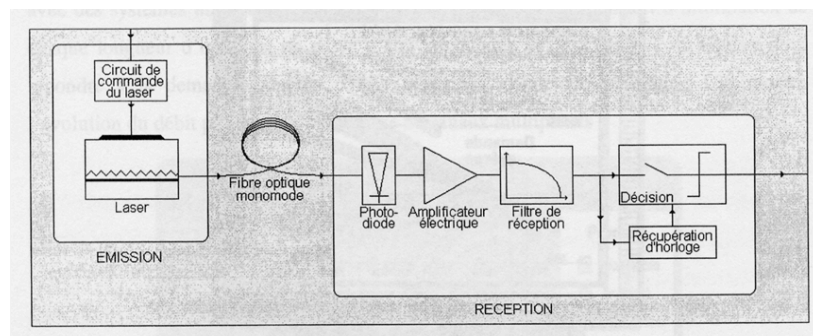


Figure 1 : Architecture d'un réseau à fibre optique (d'après A. Dubois "Simulation de systèmes de télécommunication par fibre optique: de la conception des systèmes à la validation des composants", Thèse de Doctorat, Université de Limoges, 2001)

L'objectif de cette préparation est d'étudier certains composants intégrés dans ces réseaux et de savoir caractériser une liaison par fibre optique. Cette préparation s'appuie sur les notions de transmission par fibre optique vue au S3. Le TP permettra de manipuler et valider un certain nombre de grandeurs mesurées sur certains composants (sources, composants passifs, fibres) d'une maquette pédagogique développée par la société IDIL Fibres Optiques. Cette maquette permet de simuler un réseau à fibre optique.

Les réseaux par fibre optique nécessitent de convertir les impulsions électriques en impulsions optiques, transmises par le cœur de la fibre optique. Ces liaisons utilisent la modulation en intensité c'est-à-dire le carré du champ électrique ou la puissance optique. La fibre optique peut donc être considérée comme un élément optique linéaire pour la modulation en intensité. Dans les réseaux optiques, les sources utilisées sont exclusivement à base de semiconducteurs (n'intégrant pas l'élément silicium) qui possèdent des propriétés d'émission de lumière : les diodes électroluminescentes et les diodes Laser. De par leurs performances (puissance émise et qualité spectrale), les diodes Laser sont les émetteurs les plus couramment utilisés dans les réseaux de communication par fibre.

II/ Extraction des paramètres électro-optiques d'une diode Laser

¹ LASER : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

On considère la diode Laser multimodes à 1310 nm fournie par le fabricant IDIL Fibres optiques. La puissance $P_{opt}(I)$ en fonction du courant I et le spectre d'émission sont respectivement donnés en figures 2 et 3.

Question 1 : Déterminer les grandeurs suivantes :

- le courant de seuil (I_{th} en mA) et l'efficacité (en mW/mA) de la diode Laser pour $I > I_{th}$.
- le span et la résolution spectrale utilisés pour la mesure.
- la longueur d'onde centrale (en nm) et la puissance (en W) de la raie centrale.



Figure 2 : Caractéristique $P_{opt}(I)$ de la diode Laser multimodes à 1310nm en fonction du courant I d'alimentation

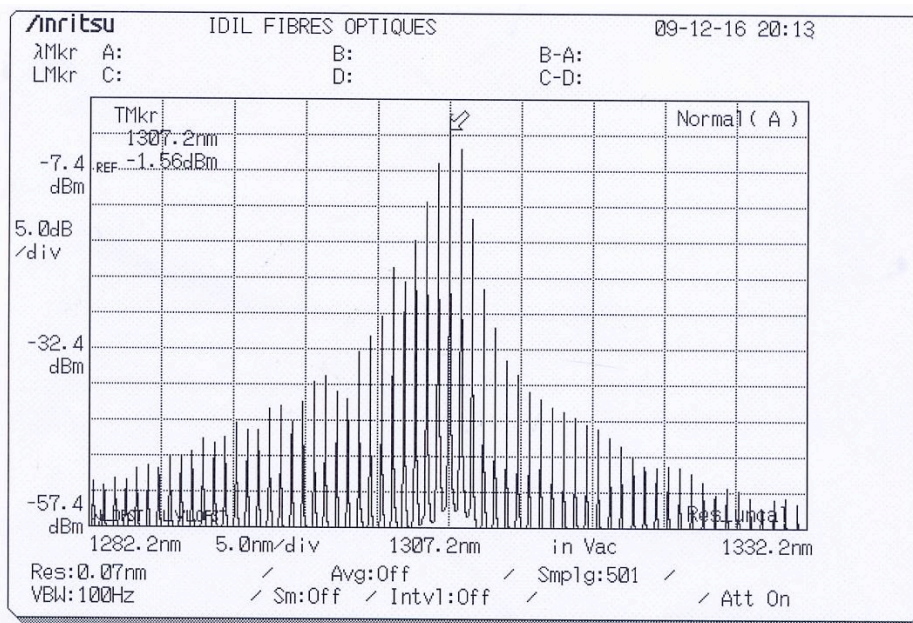


Figure 3 : Spectre d'émission de la diode Laser multimodes à 1310nm

III/ Mesure de l'atténuation d'une fibre optique

On souhaite mesurer l'atténuation d'une fibre optique monomode à 1310 nm et 1550 nm. Pour cela, on utilise le montage de la figure 4.

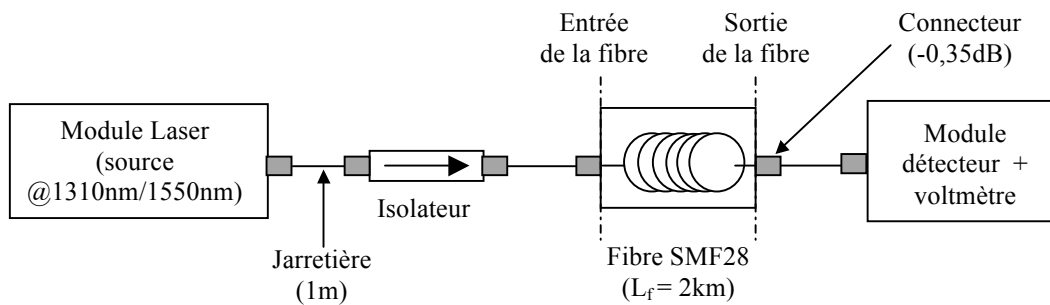


Figure 4 : Montage réalisé pour la mesure de l'atténuation de la fibre optique SMF28

- L'isolateur permet d'éviter que des réflexions parasites viennent perturber la source Laser (ex. accroche sur un mode adjacent).
- Le module détecteur est basé sur une photodiode convertissant la lumière en un photocourant (I_{ph}) suivi d'un **amplificateur de type transimpédance** (Cf. figure 5). La sensibilité moyenne du détecteur est égale à $200\text{ mV}/\mu\text{W}_{opt}$ quelle que soit la longueur d'onde.
- Compte tenu du faible coefficient d'atténuation et de la faible longueur de la fibre, **les pertes dans la connectique ne doivent pas être négligées.**

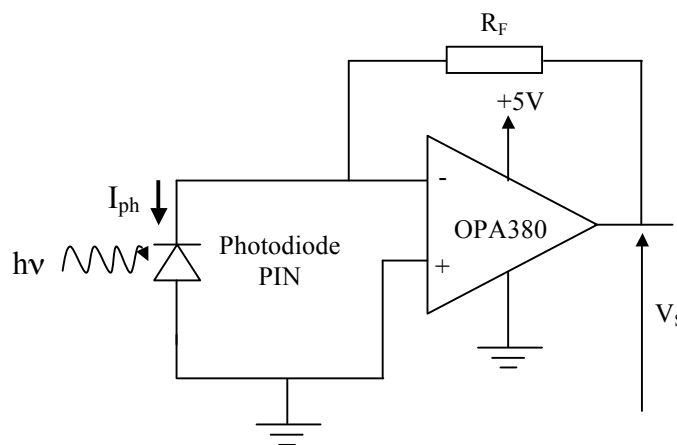


Figure 5 : Montage électronique associé au photodétecteur

Remarque : Pensez à tenir compte, dans vos calculs, que la tension V_S mesurée **correspond** à une puissance optique illuminant le photodétecteur.

Question 2: Déterminer la relation entre V_S et I_{ph} . Quelle est la tension aux bornes de la photodiode ? Justifier la raison pour laquelle il est impératif de ne pas polariser en direct la photodiode. Elle peut, par contre, être polarisée en inverse, quel en serait l'avantage et quel en serait l'inconvénient.

Question 3: Tracer la courbe $V_S = f(I_{ph})$ en faisant varier I_{ph} entre $1\mu\text{A}$ et $100\mu\text{A}$. On prendra $R_F = 100\text{k}\Omega$. Quelle est la tension $V_{S_{max}}$ maximale ? Elle est obtenue pour un

courant de saturation I_{phsat} , quelle est la valeur de ce courant ? Quelle est la puissance optique P_{optsat} correspondante reçue par le photodétecteur ? La sensibilité de la photodiode PIN est égale à $0,7 A/W_{opt}$.

Question 4 : Les mesures suivantes ont été réalisées en amont et en aval de la fibre SMF28 avec le voltmètre mesurant V_S .

Mesure à 1310 nm :	Mesure à 1550 nm :
$V_{\text{entrée fibre}} = V_{S1} = 0,82 V$	$V_{\text{entrée fibre}} = V_{S1} = 0,82 V$
$V_{\text{sortie fibre}} = V_{S2} = 0,62 V$	$V_{\text{sortie fibre}} = V_{S2} = 0,64 V$

En tenant compte des pertes dans les connecteurs, en déduire l'atténuation de la fibre aux deux longueurs d'onde. Comparer vos valeurs à celles de la spécification technique de la fibre SMF28.

IV/ Dispersion chromatique

Si on envoie une impulsion de largeur Δt sur une fibre optique de longueur L , on récupère une impulsion élargie de la quantité Δt_{ch} comme le montre la figure 6. L'élargissement dépend :

- de la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la source laser
- de la longueur L de la fibre
- de la dispersion chromatique $D(\lambda)$ (Cf. figure 7), somme de la dispersion due au matériau (*material dispersion*) et de la dispersion due au fait qu'une partie du rayonnement se propage dans la gaine d'indice plus faible que le cœur (*waveguide dispersion*). La dispersion due au matériau est reliée à la variation de l'indice $n(\lambda)$ (Cf.

figure 8) en fonction de la longueur d'onde, c'est la dérivée seconde $\frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2}$ qui intervient.

On démontre que Δt_{ch} est égale à :

$$\Delta t_{ch} = L.D(\lambda).\Delta\lambda \quad (E-1)$$

Autour de la longueur de dispersion nulle, la dispersion chromatique $D(\lambda)$ peut se mettre sous la forme approchée :

$$D(\lambda) \approx \frac{S_0}{4} \left(\lambda - \frac{\lambda_0^4}{\lambda^3} \right) \quad (E-2)$$

où λ_0 est la longueur d'onde pour laquelle $D(\lambda) = 0$ (*Zero Dispersion Wavelength*) et S_0 est la pente (*Zero Dispersion Slope*) en λ_0 .

L'expression (E.2) est valable pour une plage de longueur d'onde donnée. Par exemple pour la fibre monomode SMF-28 de Corning, elle est valable pour $1200 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1600 \text{ nm}$.

La dispersion chromatique $D(\lambda)$ s'exprime en $\text{ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}$. La dispersion $D(\lambda)$ correspond à l'élargissement de 1 ps d'une impulsion de largeur spectrale $\Delta\lambda = 1 \text{ nm}$ dans une fibre de longueur $L = 1 \text{ km}$.

Compte tenu du fait que la dispersion chromatique $D(\lambda)$ d'une fibre SiO_2 est relativement faible dans la gamme $1310 - 1550 \text{ nm}$ ($< 20 \text{ ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}$), la mesure de $D(\lambda)$ est relativement difficile et nécessite soit :

- de travailler avec des fibres de longue distance
- d'élargir la largeur spectrale de la source
- de générer des impulsions extrêmement étroites

Question 5 : Une diode laser à 1550 nm , de largeur spectrale 1 nm , envoie des impulsions de largeur 10 ns dans une fibre monomode dont les valeurs de la « *Zero Dispersion Wavelength* » et de la « *Zero Dispersion Slope* » sont respectivement égales à 1310 nm et $0,092 \text{ ps.nm}^{-2}.\text{km}^{-1}$. Quelle doit être la longueur L de la fibre pour observer un élargissement de l'impulsion de 1 ns ?

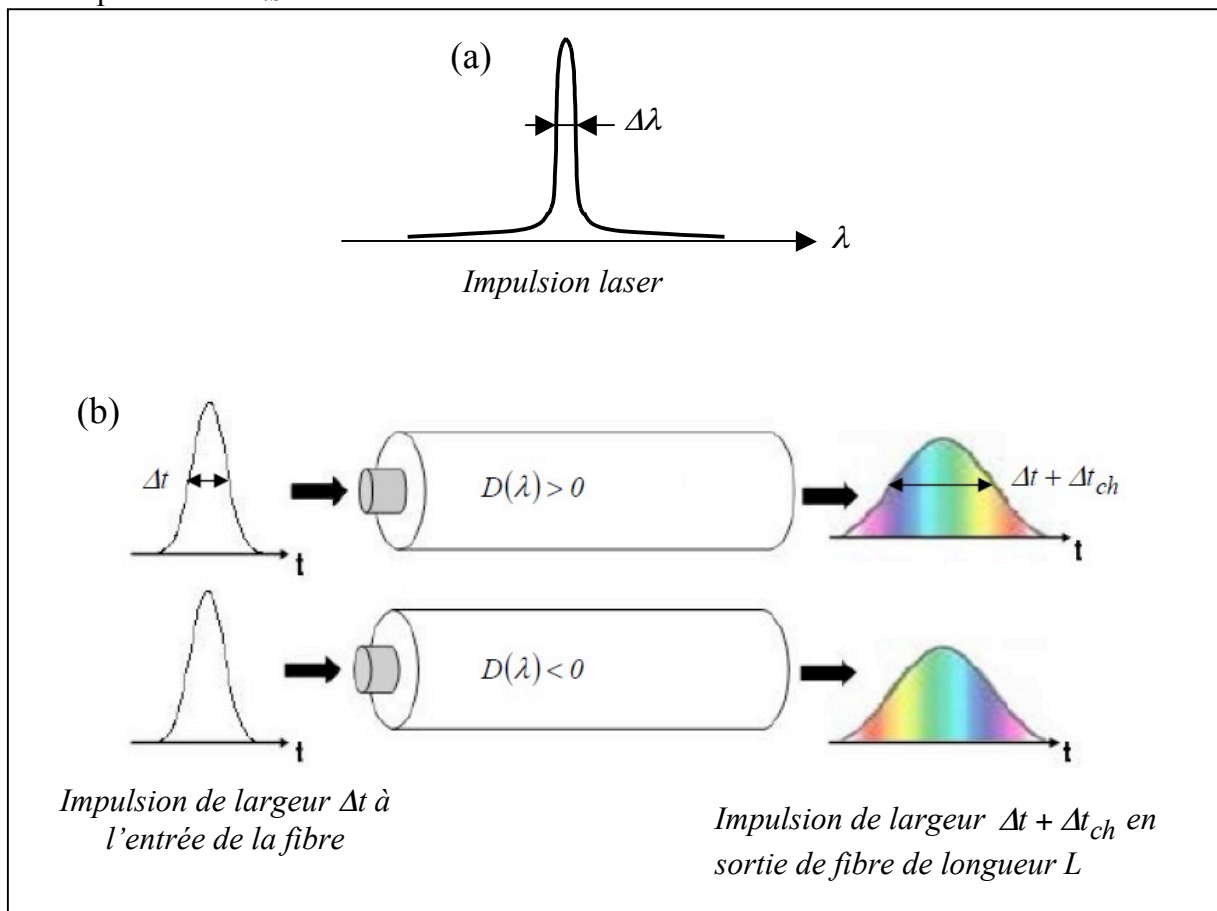


Figure 6 : (a) largeur $\Delta\lambda$ du laser, (b) impulsions en entrée et en sortie de fibre avec $D(\lambda) > 0$ et $D(\lambda) < 0$ (extrait thèse de thèse V. Tombelaine, 2007, Univ. Limoges)

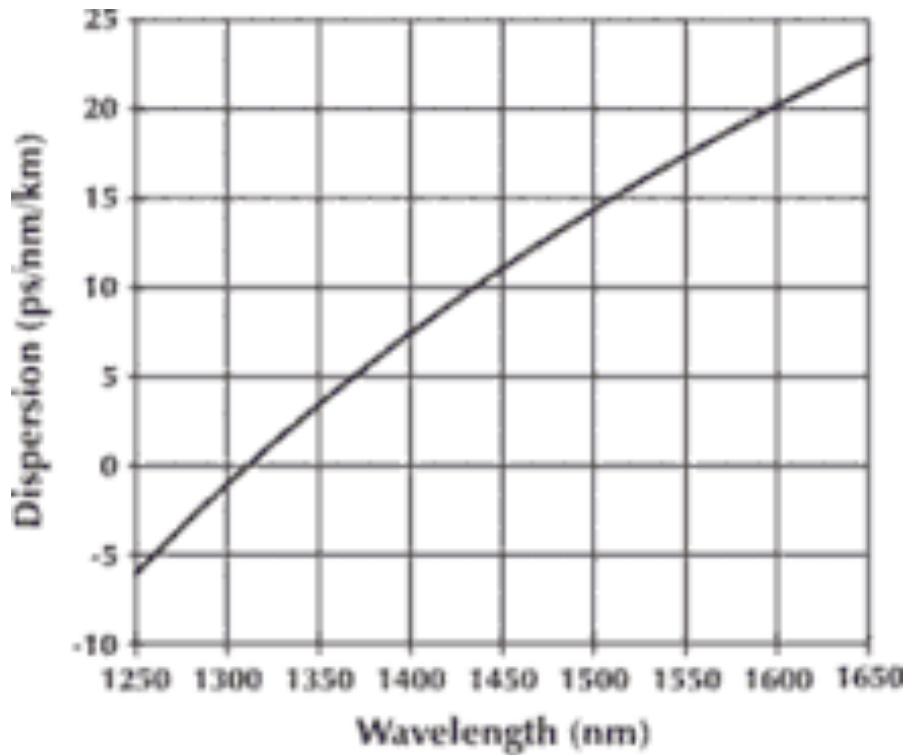


Figure 7 : Dispersion chromatique de la fibre monomode SMF-28 de Corning

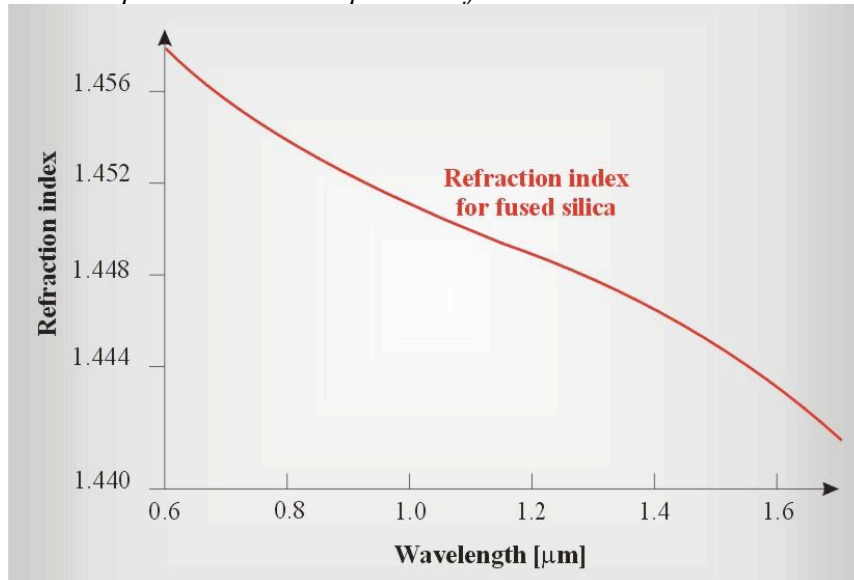


Figure 8 : Exemple de variation de l'indice n en fonction de la longueur d'onde λ , cas de la silice fondue

Dans le TP proposé, la solution pédagogique retenue consiste à simuler une grande largeur spectrale d'impulsion en envoyant deux pulses laser synchrones de longueur d'onde 1310 nm et 1550 nm . Ces impulsions sont multiplexées puis acheminées vers un coupleur 10/90. Une fibre de grande longueur est également simulée en utilisant la rétroaction de la sortie du coupleur vers l'entrée en passant par une fibre SMF-28 de longueur 2 km (Cf. figure 9).

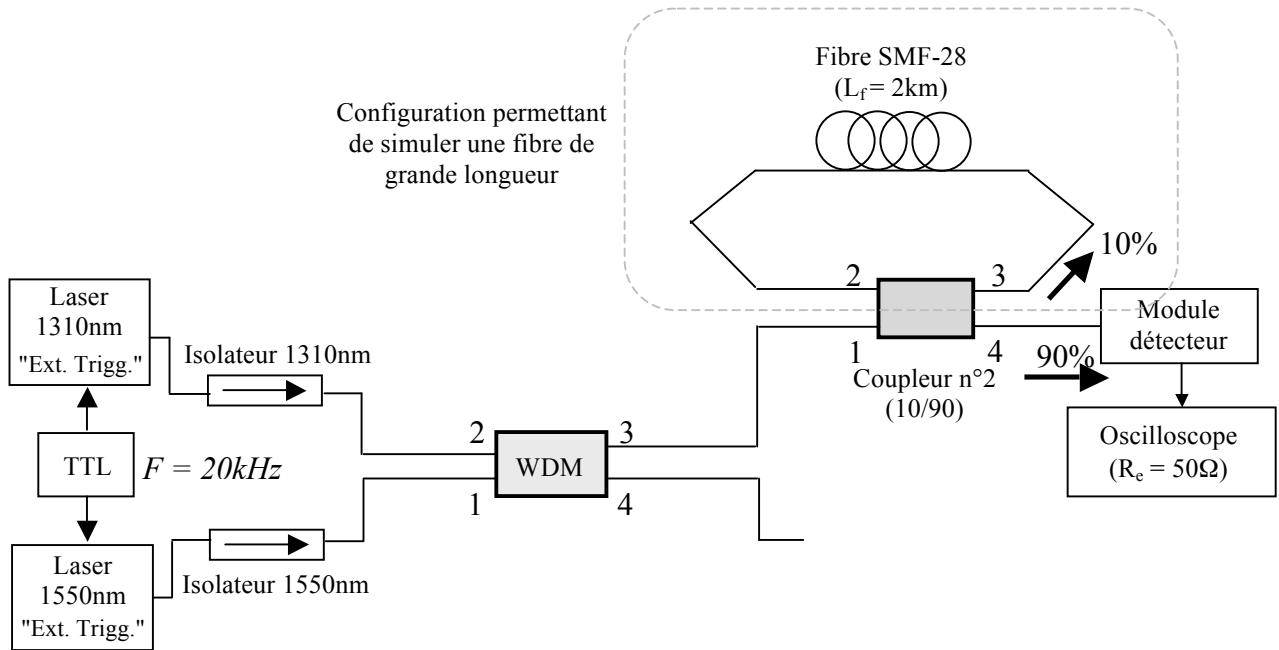


Figure 9 : Schéma pédagogique "utilisé" pour la mesure de la dispersion chromatique

Pour cette mesure, il est nécessaire au préalable de comprendre le fonctionnement de deux types de composants dit passifs : le **coupleur** et le **multiplexeur**. C'est l'objet du paragraphe suivant.

V/ Etude de composants passifs : coupleur et multiplexeur

V-1/ Le coupleur

Un coupleur a pour principale fonction de coupler deux ondes et son principe de fonctionnement est lié à la théorie des modes couplés. Cette théorie suppose que le champ optique dans le guide résulte de la superposition de deux modes seulement. Ces derniers peuvent appartenir au même guide. Le couplage est en général assuré par une perturbation volontairement introduite. Les deux modes peuvent appartenir à deux guides distincts mais suffisamment proches, qui vont se coupler par voisinage comme l'illustre la figure 10.

De manière générale, on peut adapter la longueur de la zone de couplage pour obtenir un coefficient de couplage K d'un guide (i) vers un autre guide (j) et un coefficient de transmission $(1 - K)$ vers le même guide (i). On a alors, pour un coupleur **idéal sans perte** :

$$P_C = K.P_0 \text{ et } P_t = (1 - K)P_0 \quad \text{avec } P_C + P_t = P_0 \quad (\text{E-3})$$

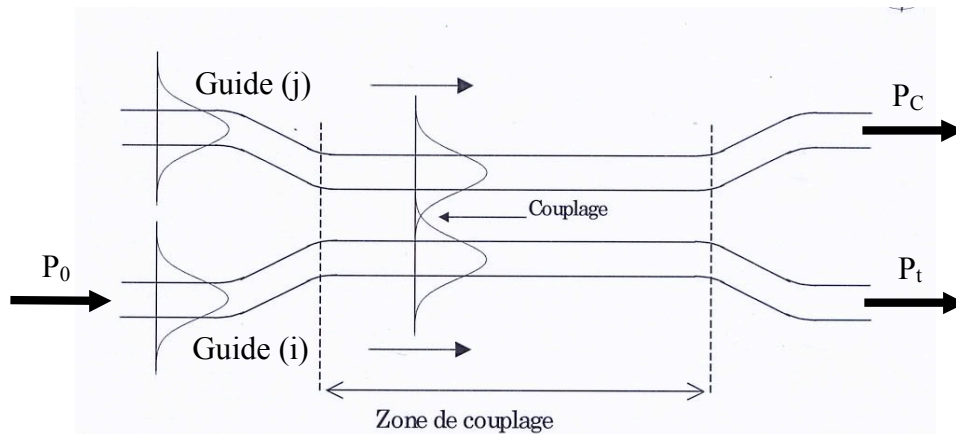


Figure 10 : Couplage de deux ondes optiques appartenant à deux guides différents (d'après C. Vassallo, *Optique Guidée, Cours de 1^{ère} Année Optronique, ENSSAT, Université de Rennes 1, 1993*)

Remarques :

- Les coupleurs sont symétriques c'est-à-dire que l'on peut injecter un signal dans n'importe lequel des 4 bras du coupleur et obtenir le même effet dans les 2 bras opposés.
- Le coefficient de couplage K dépend de λ , on trouve cependant des coupleurs dont K est quasiment constant sur une plage de longueur d'onde.

Les coupleurs à fibre sont réalisés par la fusion/étirage contrôlée de deux fibres. Cette technique permet de fusionner les deux gaines et de rapprocher les deux cœurs de quelques microns pour le couplage des deux guides (figure 11).

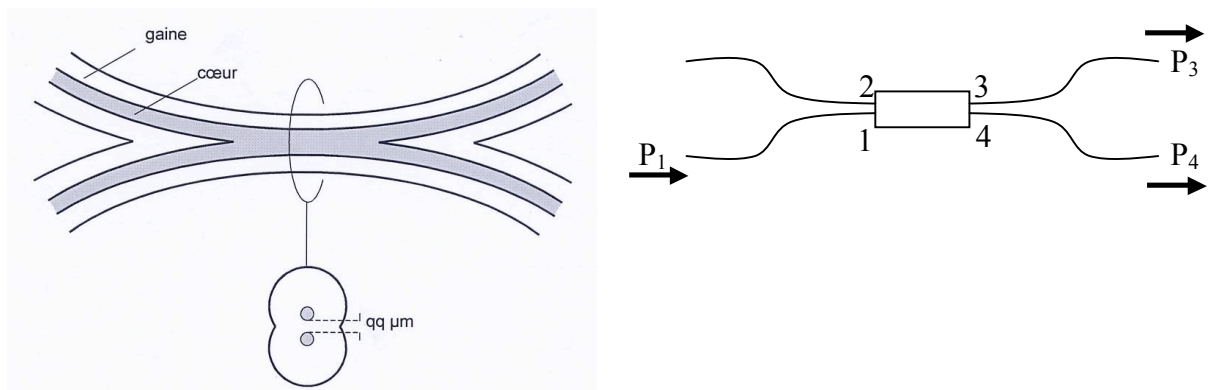


Figure 11 : Schéma de principe d'un coupleur à fibre

En pratique, un coupleur présente des pertes, autrement dit $P_C + P_t < P_0$. Un coupleur (2×2) est modélisé non pas par un seul coefficient mais par deux coefficients, K et γ :

$$\frac{P_3}{P_1} = (1 - \gamma)K = \frac{P_3}{P_1} \quad (\text{E-4})$$

$$\frac{P_4}{P_1} = (1 - \gamma)(1 - K) \quad (\text{E-5})$$

A partir des relations (E-4) et (E-5), on montre que :

$$K = \frac{P_3}{P_3 + P_4} \text{ et } \gamma = 1 - \frac{P_3 + P_4}{P_1}$$

Le coefficient γ modélise les pertes, $\gamma = 0$ en l'absence de perte, en effet dans ce cas $P_3 + P_4 = P_1$. Dans les datasheet, les pertes sont données en dB :

$$\alpha_{dB} = 10 \log(1 - \gamma) = 10 \log\left[\frac{P_3 + P_4}{P_1}\right] \quad (E-6)$$

Question 6 : Dans le tableau ci-dessous sont reportées les mesures effectuées sur un coupleur (2 x 2) 1550nm de type 10202A-XX de la société THORLABS.

Entrée/ Sortie	1 (Niveau d'entrée = 3,05V)*	3 (Niveau d'entrée = 3,05V)*
1		1,45V
2		1,30V
3	1,43V	
4	1,33V	

* Les niveaux d'entrée correspondent à une puissance optique illuminant le photodétecteur et donc à une certaine tension V_s

Calculer :

- Le coefficient de couplage (*Coupling ratio*) K
- Les pertes (*Excess losses*) α_{dB}

Comparer vos valeurs à celles de l'annexe et en déduire la référence du coupleur mesuré.

Définitions :

Excess Loss :

Excess loss is the ratio of the optical power launched at the input port of the coupler to the total optical power measured from all output ports, expressed in dB.

Insertion Loss :

Insertion loss is the ratio of the optical power launched at the input port of the coupler to the optical power from any single output port, expressed in dB. The insertion loss includes the coupler splitting loss and excess loss and is the most useful parameter for system design. The maximum and minimum insertion loss is the upper and lower limit, respectively, of the insertion loss of the coupler and applies over the entire wavelength range specified in the bandpass. The typical insertion loss is the expected value of the insertion loss measured at the specified center wavelength. Multimode couplers are measured with an equilibrium mode fill.

V-2/ Le multiplexeur

Un multiplexeur est un élément passif indispensable pour assurer l'augmentation des débits transportés par une fibre optique (technique du multiplexage par longueur d'onde ou WDM). Son rôle essentiel est de pouvoir mélanger des signaux optiques afin de faire passer plusieurs porteuses (N), émettant chacune à λ_i , dans une même fibre. Si chaque porteuse (λ_i) est modulée par un signal de bande passante Δf , la bande passante occupée par le signal de sortie est alors égale à $N.\Delta f$. Un multiplexeur agit comme un coupleur dont les caractéristiques de couplage (décrivant la répartition de la puissance sur chaque brin de sortie) sont bien spécifiques en fonction de la longueur d'onde (Cf. figure 12).

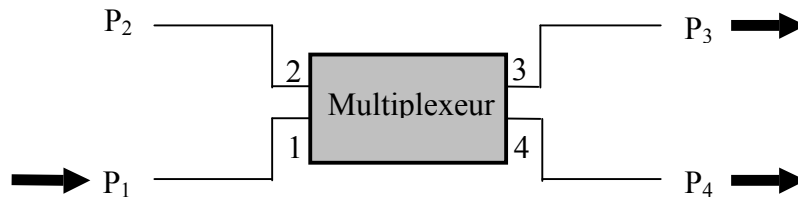


Figure 12 : Schéma de fonctionnement d'un multiplexeur

On peut alors déterminer, par la mesure des puissances P_1 , P_3 et P_4 , les paramètres du multiplexeur pour une longueur d'onde donnée de manière identique au coupleur (Cf équations E-4).

Puisque le coefficient de couplage K d'un coupleur dépend de la longueur d'onde, on peut réaliser un multiplexeur dont le coefficient de couplage $K = 0$ pour une longueur d'onde λ_1 et $K = 1$ pour une longueur d'onde λ_2 . **On réalise ainsi une fonction de multiplexage optique en longueur d'onde.**

<i>Entrée</i>		
<i>Voie 1</i>	<i>Coefficient de couplage à λ_1</i> $K(\lambda_1) = \frac{P_3(\lambda_1)}{P_3(\lambda_1) + P_4(\lambda_1)}$	<i>Coefficient de couplage à λ_2</i> $K(\lambda_2) = \frac{P_3(\lambda_2)}{P_3(\lambda_2) + P_4(\lambda_2)}$
<i>Voie 2</i>	<i>Coefficient de couplage à λ_1</i> $K(\lambda_1) = \frac{P_4(\lambda_1)}{P_3(\lambda_1) + P_4(\lambda_1)}$	<i>Coefficient de couplage à λ_2</i> $K(\lambda_2) = \frac{P_4(\lambda_2)}{P_3(\lambda_2) + P_4(\lambda_2)}$

Ainsi si l'on injecte les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 dans la voie 1, les deux longueurs d'onde se retrouvent séparées dans les voies 3 et 4 (Cf. figure 13).

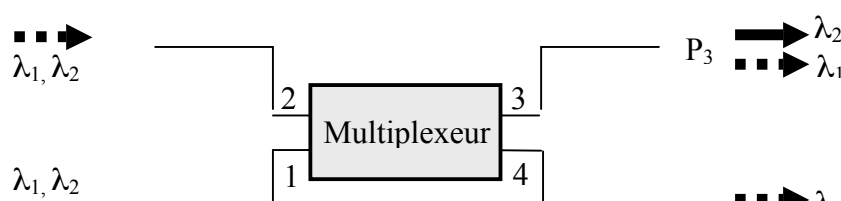


Figure 13 : Schéma de fonctionnement d'un multiplexeur/démultiplexeur

On considère que la fonction multiplexage aux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 est assurée, quelle que soit la voie d'entrée, si :

$$\begin{cases} K(\lambda_1) = 0\% \\ K(\lambda_2) = 100\% \end{cases}$$

Question 7 : Le tableau ci-dessous indique les mesures effectuées sur le multiplexeur WDM12P pour des applications WDM de la société OZ Optics.

Entrée/ Sortie	1310nm		1550nm	
	1 (Puissance d'entrée = 2,76V)	2 (Puissance d'entrée = 2,76V)	1 (Puissance d'entrée = 3,03V)	2 (Puissance d'entrée = 3,03V)
3	6,64mV	2,65V	2,44V	31,93mV
4	2,20V	8,22mV	28,77mV	2,78V

Calculer pour les deux longueurs d'onde :

- Le coefficient de couplage K
- Les pertes α_{dB}

Question 8: Les impulsions laser à 1310 nm et 1550 nm ont chacun une largeur d'environ 15 ns , elles sont synchrones avec le signal TTL de fréquence 20 kHz . La figure 16 représente la tension mesurée sur la sortie 4 du coupleur n°2 (10/90) et la figure 17 est un zoom du pic A. Expliquez qualitativement les formes des signaux de la figure 16 et 17.

Les deux impulsions, de longueur d'onde respective $\lambda_0 = 1310\text{ nm}$ et $\lambda_1 = 1550\text{ nm}$, se propagent avec des vitesses différentes. Par ailleurs, au cours de la propagation, chaque pulse est élargi de Δt_{ch} et cet élargissement est quasiment négligeable, de l'ordre de la centaine de ps à 1550 nm après 10 km , il est donc non mesurable avec l'instrumentation disponible au Département GEii.

Pour accéder à la dispersion $D(\lambda)$, relations (E-1, E-2), on fait l'approximation suivante : on dit que l'impulsion, somme des deux longueurs d'onde $\lambda_0 = 1310 \text{ nm}$ et $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}$, est équivalente à une source de largeur spectrale de $1550 - 1310 = 240 \text{ nm}$ et une longueur d'onde moyenne de $\frac{1550 + 1310}{2} = 1430 \text{ nm}$.

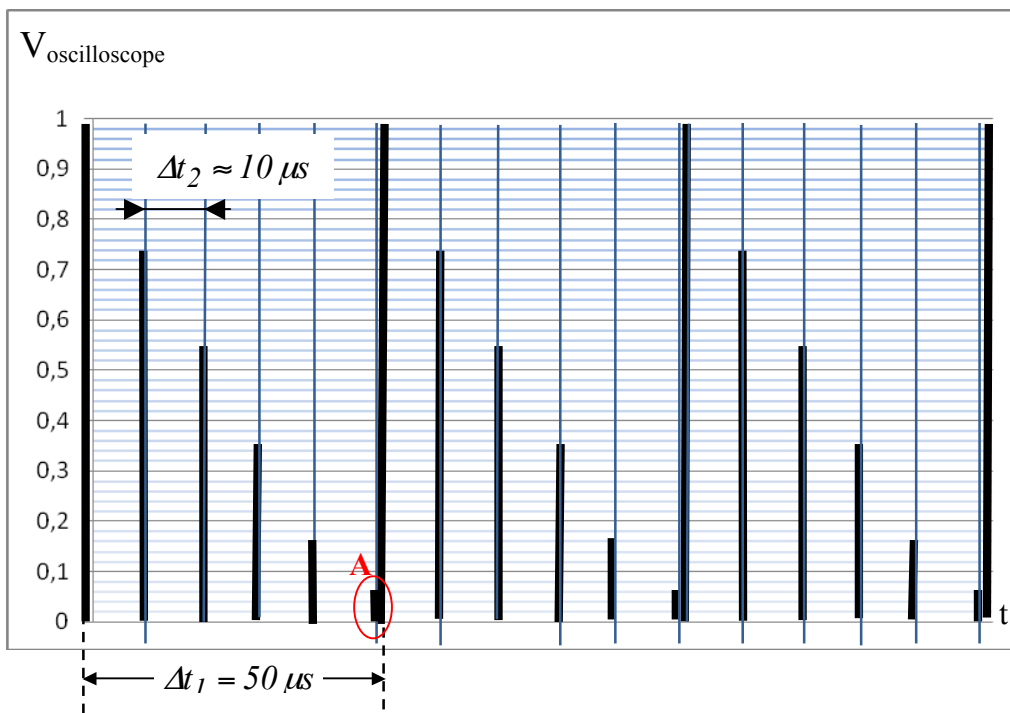


Figure 16 : Signal mesuré sur la sortie 4 du coupleur n°2 (10/90)

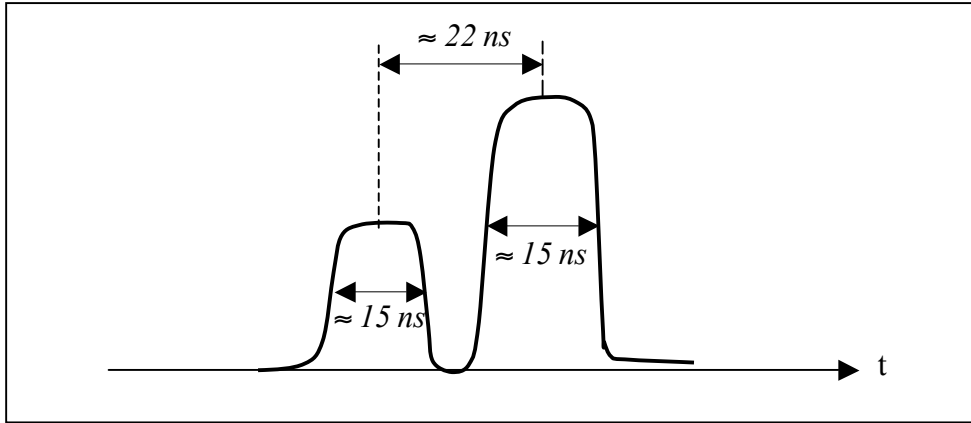


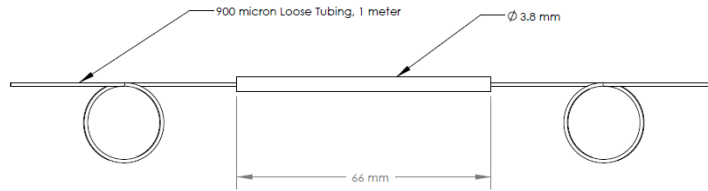
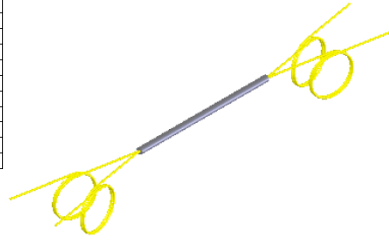
Figure 17 : Zoom du pic A de la figure 22

Question 9 : A partir de l'écart en temps des deux pics de la figure 17 et de la relation (E-1), calculer la valeur de $D(\lambda = 1430nm)$, en déduire la valeur de S_0 (Zero Dispersion Slope) et comparer la valeur calculée avec celle donnée dans la notice technique de la fibre monomode SMF-28.

ANNEXES

Performance Specifications			
Parameter	10202A-50	10202A-90	10202A-99
Operating Wavelength	1310 ± 40nm & 1550 ± 40nm		
Coupling Ratio	50:50	90 / 10	99:1
Insertion Loss, dB	3.8 / 3.8	12.7 / 0.8	21.6 / 0.4
Excess Loss, dB, Typ.		0.2	
Uniformity, dB (50:50)	1.2	-	-
Thermal Stability, dB (pk-pk)		<0.3	
Polarization Stability, dB		<0.15	
Port Configuration	2 x 2		
Directivity, dB		>60	
Return Loss, (reflection), dB		<-55	
Operating Temperature, °C		-40 ~ +85	
Storage Temperature, °C		-40 ~ +85	
Package Style	See Drawing		

REVISIONS			
REV.	DESCRIPTION	DATE	APPROVED
A	Initial Release		
B	Added 90:10 Coupler	5/3/06	JJT



TOLERANCES	NAME	DATE
UNLESS OTHERWISE SPECIFIED:	DRAWN	JJT
DIMENSIONS ARE IN INCHES	ENG. APPR.	JJT
LINEAR TOLERANCES:	MFG. APPR.	N/A
TWO PLACE DECIMAL: ±0.010		
THREE PLACE DECIMAL: ±0.005		
ANGULAR: ±30°		
SURFACE FINISH: 32 MICRONS INCHES		
PARALLELISM: 0.002		
FLATNESS: 0.002		
STRAIGHTNESS: 0.002		
CIRCULARITY: 0.002		
PERPENDICULARITY: 0.002		
THREAD: CLASS 2 FIT		

THORLABS INC. PO BOX 366 NEWTON NJ	
TITLE:	Dual Window Wideband Coupler
MATERIAL:	Various
SCALE: 1:2	SHEET 1 OF 1
DWG. NO. 1370-E0W	PART NO. 10202A-50(-90)-[99]

Copyright © 2006 Thorlabs, Inc.

Spécifications techniques de coupleur optique

www.ozoptics.com

111 South Ave., Suite 200, Newark, NJ 07102 | Tel: 973-261-0010 | Fax: 973-261-0011 | Email: sales@ozoptics.com

WAVELENGTH DIVISION MULTIPLEXERS

Features:

- PM fiber versions
- Visible wavelength (Red/Green/Blue) versions
- High power handling
- Low Insertion Losses
- Low return loss
- Wide wavelength range
- High power handling
- Coarse and dense WDM versions
- Miniature inline Versions
- LOW COST!

Applications:

- Fluorescence Microscopy
- Confocal Microscopy
- Laser Spectroscopy
- Fiber Lasers
- Erbium Doped Fiber Amplifiers
- Imaging systems
- Drop/Add Filters for Telecommunications
- 80nm Pumping

Product Description:

Wavelength division multiplexers (WDMs) are used to combine light of different wavelengths into a single fiber. The light from each fiber is first collimated. The collimated beams are then combined using a dichroic filter, with typically the longer wavelength transmitted from port T, the shorter wavelength reflected from port R. The combined beams are then focused into the output fiber at Port 1.

OZ Optics manufactures wave division multiplexers for both telecom and non-telecom applications. Of special interest are our WDMs for combining visible wavelengths. Our RGB multiplexers combine light at red, green and blue wavelengths into singlemode or polarization maintaining fiber. Systems combining as many as six different visible wavelengths have been produced. This makes them ideal for applications such as confocal microscopy, white light imaging, full colour holography and others.

One advantage of OZ Optics WDMs is that different fiber types can be used on the input and output ends of the device. This is especially useful in fiber amplifier applications, when the Erbium doped fibers have a different core diameter and numerical aperture. WDMs with 1dB typical insertion losses have been made this way. OZ Optics also offers source to fiber wavelength division multiplexers, where the sources are mounted directly onto the device. This improves the overall system efficiency, and reduces costs.

Our miniature size WDMs are ideal for telecommunication applications such as drop/add filters for either coarse WDM (CWDM) or dense WDM applications. They are also used for combining 850 to 1300nm pump light with 1550nm signals in erbium doped fiber amplifiers (EDFAs).

Laser diode power combiners come in a small, rugged package and are available either with female receptacles to accept different connectors or pigtail style, with the fiber directly attached. Pigtail style combiners are recommended for optimum stability, minimum insertion losses, and low backreflection. Receptacle style systems are best suited for applications where the output coupler is used with a multimode fiber. If a receptacle style combiner is used with a singlemode fiber, then the user may experience low coupling efficiency.

OZ Optics also manufactures polarization maintaining WDMs. The device typically maintains polarization to better than 20dB for 1300 and 1550nm applications. Higher extinction ratios are available on request.

OZ Optics specializes in manufacturing custom designed WDMs. Contact OZ Optics for further information.

Miniature inline Wavelength Division Multiplexer

Cube Style Wavelength Division Multiplexer

RGB Wavelength Division Multiplexer

Six Wavelength Fiber to Fiber Source Multiplexer

Laser Diode Power Combiner

070209 OZ Optics reserves the right to change any specifications without prior notice. 20-Mar-2009 1

Standard Product Specifications:

Parameter	Units	Condition	Value		
			WDM-12P WDM-13P	WDM-12N CWDM-12N DWDM-12N	WDM-11P Laser Diode Combiner
Available Wavelengths	nm		400-1650	400-1650 [†]	400-1650
Return Losses	dB	400-1200 nm	40	40	40
		1200-1650 nm	40, 50, or 60	40, 50, or 60	40, 50, or 60
Insertion Losses (Typical) [‡]	dB	400-1200 nm	1.0	1.0	Not applicable [§]
		1200-1650 nm	0.8	0.8	Not applicable [§]
Insertion Losses (Maximum) [‡]	dB	400-1200 nm	1.2	1.2	Not applicable [§]
		1200-1650 nm	1.0	1.0	Not applicable [§]
Insertion Losses (80dB Return Loss Option)	dB	1280-1650 nm	0.7 max	0.7 max	Not applicable [§]
		400-800 nm	18	15	18
Polarization Extinction Ratio	dB	600-1150 nm	20	15	20
		1250-1550 nm	20, 25, or 30	20 or 25	20
Power Handling	mW	SM or FM Fiber, 1550nm	500 ^{**}	200 ^{**}	200 ^{**}
Operating Temperature	°C			-20 to +60	

[†]Applies to WDM-12N parts only. For CWDM and DWDM parts, available wavelengths range from 180 to 1650nm.
[‡]For components whose wavelengths are separated by more than 20nm and less than 200nm.
[§]For laser diode power combiners, actual insertion losses depend on the laser diodes selected for the application.
^{**}Higher power versions (up to 5 Watts into singlemode fiber, higher into multimode fiber), are available on request.

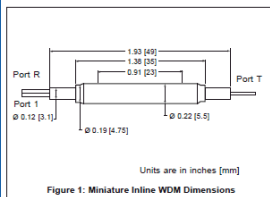


Figure 1: Miniature Inline WDM Dimensions

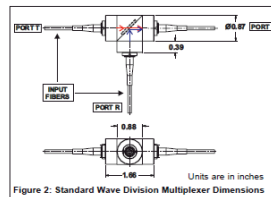


Figure 2: Standard Wave Division Multiplexer Dimensions

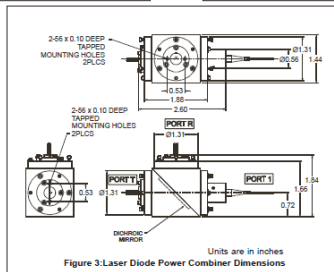


Figure 3: Laser Diode Power Combiner Dimensions

Spécifications techniques de multiplexeur optique

Corning® SMF-28™ Optical Fiber

Product Information



PH1036
 Issued: April 2002
 Supersedes: December 2001
 ISO 9001 Registered

Corning® Single-Mode Optical Fiber

The Standard For Performance

Corning® SMF-28™ single-mode optical fiber has set the standard for value and performance for telephony, cable television, submarine, and utility network applications. Widely used in the transmission of voice, data, and/or video services, SMF-28 fiber is manufactured to the most demanding specifications in the industry. SMF-28 fiber meets or exceeds ITU-T Recommendation G.652, TIA/EIA-492/CAAA, IEC Publication 60793-2 and GR-20-CORE requirements.

Taking advantage of today's high-capacity, low-cost transmission components developed for the 1310 nm window, SMF-28 fiber features low dispersion and is optimized for use in the 1310 nm wavelength region. SMF-28 fiber also can be used effectively with TDM and WDM systems operating in the 1550 nm wavelength region.

Features And Benefits

- Versatility in 1310 nm and 1550 nm applications
- Enhanced optical properties that optimize transmission performance
- Outstanding geometrical properties for low splice loss and high splice yield
- OVD manufacturing reliability and product consistency
- Optimized for use in loose tube, ribbon, and other common cable design

The Sales Leader

Corning SMF-28 fiber is the world's best selling fiber. In 2001, SMF-28 fiber was deployed in over 45 countries around the world. All types of network providers count on this fiber to support network expansion into the 21st Century.

Protection And Versatility

SMF-28 fiber is protected for long-term performance and reliability by the CPC® coating system. Corning's enhanced, dual acrylate CPC coatings provide excellent fiber protection and are easy to work with. CPC coatings are designed to be mechanically stripped and have an outside diameter of 245 µm. They are optimized for use in many single- and multi-fiber cable designs including loose tube, ribbon, slotted core, and tight buffer cables.

Patented Quality Process

SMF-28 fiber is manufactured using the Outside Vapor Deposition (OVD) process, which produces a totally synthetic ultra-pure fiber. As a result, Corning SMF-28 fiber has consistent geometric properties, high strength, and low attenuation. Corning SMF-28 fiber can be counted on to deliver excellent performance and high reliability, reel after reel. Measurement methods comply with ITU recommendations G.650, IEC 60793-1, and Bellcore GR-20-CORE.

Optical Specifications

Attenuation

Wavelength (nm)	Attenuation* (dB/km)	
	Premium	Standard
1310	≤0.34	≤0.35
1550	≤0.20	≤0.22

*Alternate attenuation values available upon request

Point Discontinuity

No point discontinuity greater than 0.10 dB at either 1310 nm or 1550 nm.

Attenuation at the Water Peak

The attenuation at 1383 ± 3 nm shall not exceed 2.1 dB/km.

Attenuation vs. Wavelength

Range (nm)	Ref. λ (nm)	Max. α Difference (dB/km)
1285 - 1330	1310	0.05
1525 - 1575	1550	0.05

The attenuation in a given wavelength range does not exceed the attenuation of the reference wavelength (λ₀) by more than the value α.

Attenuation with Bending

Mandrel Diameter (mm)	Number of Turns	Wavelength (nm)	Induced Attenuation* (dB)
32	1	1550	≤0.50
50	100	1310	≤0.05
50	100	1550	≤0.10
60	100	1550	≤0.05

*The induced attenuation due to fiber wrapped around a mandrel of a specified diameter.

Cable Cutoff Wavelength (λ_{cutoff})

λ_{cutoff} ≤ 1260 nm

Mode-Field Diameter

9.2 ± 0.4 µm at 1310 nm
 10.4 ± 0.8 µm at 1550 nm

Dispersion

Zero Dispersion Wavelength (λ₀):
 1302 nm ≤ λ₀ ≤ 1322 nm

Zero Dispersion Slope (S₀):
 ≤ 0.092 ps/(nm²·km)

$$\text{Dispersion} = D(\lambda) = -\frac{S_0}{4} \left[\lambda - \frac{\lambda_0^4}{\lambda^3} \right] \text{ ps/(nm}^2\text{·km)},$$

for 1200 nm ≤ λ ≤ 1600 nm

λ = Operating Wavelength

Polarization Mode Dispersion

Fiber Polarization Mode Dispersion (PMD)

	Value (ps/√km)
PMD Link Value	≤ 0.1*
Maximum Individual Fiber	≤ 0.2

*Complies with IEC 60794-3:2001, section 5.5, Method 1, September 2001.

The PMD link value is a term used to describe the PMD of concatenated lengths of fiber (also known as the link quadrature average). This value is used to determine a statistical upper limit for system PMD performance.

Individual PMD values may change when cabled. Corning's fiber specification supports network design requirements for a 0.5 ps/√km maximum PMD.

Environmental Specifications

Environmental Test Condition	Induced Attenuation 1310 nm/1550 nm (dB/km)
Temperature Dependence -60°C to +85°C*	≤0.05
Temperature-Humidity Cycling -10°C to +85°C*, up to 98% RH	≤0.05
Water Immersion, 23±2°C*	≤0.05
Heat Aging, 85±2°C*	≤0.05

*Reference temperature = +23°C.

Operating Temperature Range

-60°C to +85°C

Dimensional Specifications

Length (km/reel): fiber lengths available up to 50.4*

* Longer spliced lengths available as a premium.

Glass Geometry

Fiber Curl: ≥ 4.0 m radius of curvature
Cladding Diameter: 125.0 ± 0.7 μm
Core-Clad Concentricity: ≤ 0.5 μm
Cladding Non-Circularity: ≤ 1.0%

Defined as: $\left[\frac{\text{Min. Cladding Diameter}}{\text{Max. Cladding Diameter}} \right] \times 100$

Coating Geometry

Coating Diameter: 245 ± 5 μm
Coating-Cladding Concentricity: <12 μm

Mechanical Specifications

Proof Test

The entire fiber length is subjected to a tensile proof stress ≥ 100 kpsi (0.7 GN/m²).

* Higher proof test levels available as a premium.

Performance Characterizations

Characterized parameters are typical values.

Core Diameter: 8.2 μm

Numerical Aperture: 0.14

NA is measured at the one percent power level of a one-dimensional far-field scan at 1310 nm.

Zero Dispersion Wavelength (λ₀): 1313 nm

Zero Dispersion Slope (S₀): 0.086 ps/(nm²·km)

Refractive Index Difference: 0.36%

Effective Group Index of Refraction, (N_{eff} @ nominal MFD):

1.4677 at 1310 nm

1.4682 at 1550 nm

Fatigue Resistance Parameter (n_d): 20

Coating Strip Force:

Dry: 0.6 lbs. (3N)

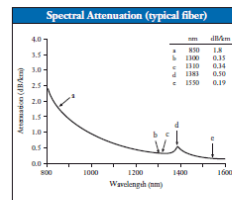
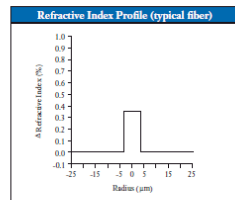
Wet, 14-day room temperature: 0.6 lbs. (3N)

Rayleigh Backscatter Coefficient

(for 1 ns pulse width):

1310 nm: -77 dB

1550 nm: -82 dB



Spécifications techniques d'une fibre optique monomode