

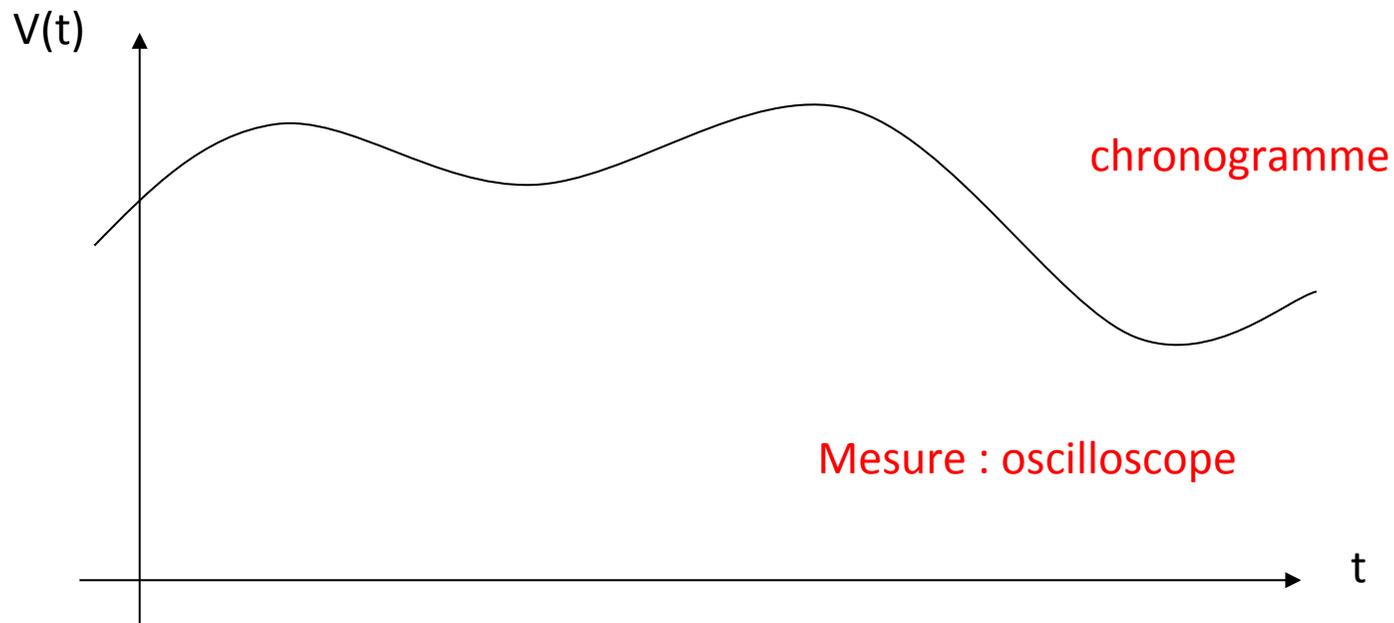
Représentations temporelle et fréquentielle

Pour l'étude des systèmes
électroniques nous avons besoin
d'outils de description et de
représentation des signaux et systèmes

- Pour l'étude des systèmes électroniques nous avons besoins d'outils de description et de représentation des signaux et systèmes
- Vous les avez vu en maths...
- On va faire un rapide résumé des choses importantes à retenir, puis on les appliquera aux signaux les plus courants en électronique

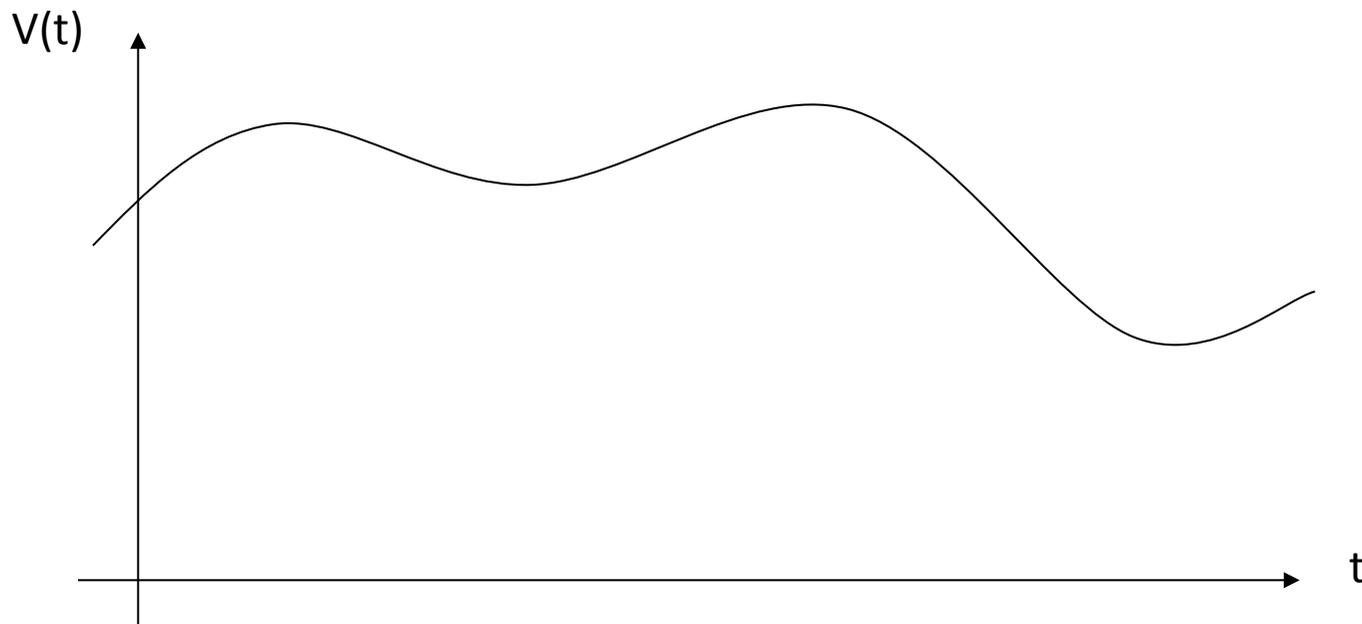
Représentation temporelle

Nous avons l'habitude d'observer et de décrire les signaux électriques dans le domaine temporel, on parle alors de leur valeur instantanée $v(t)$, $i(t)$.



Représentation fréquentielle

- Pour tout signal il existe une représentation temporelle et une représentation dans le domaine des fréquences



temps

Une courbe

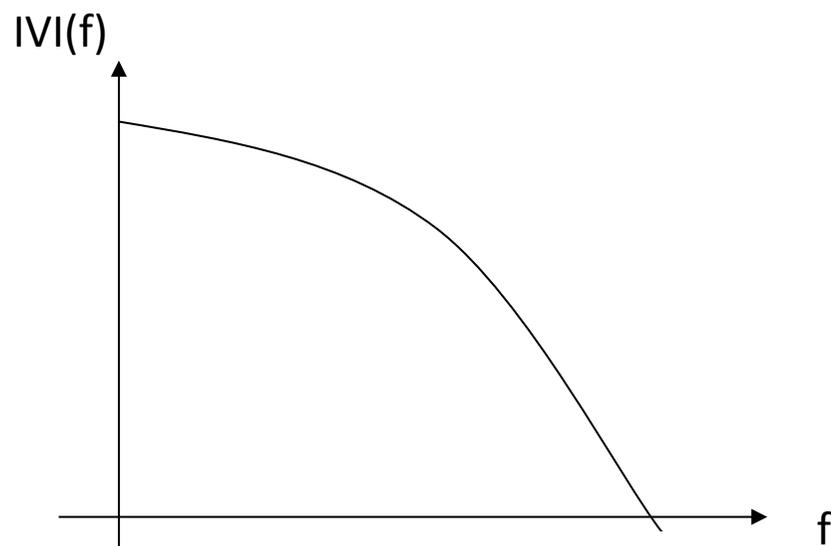
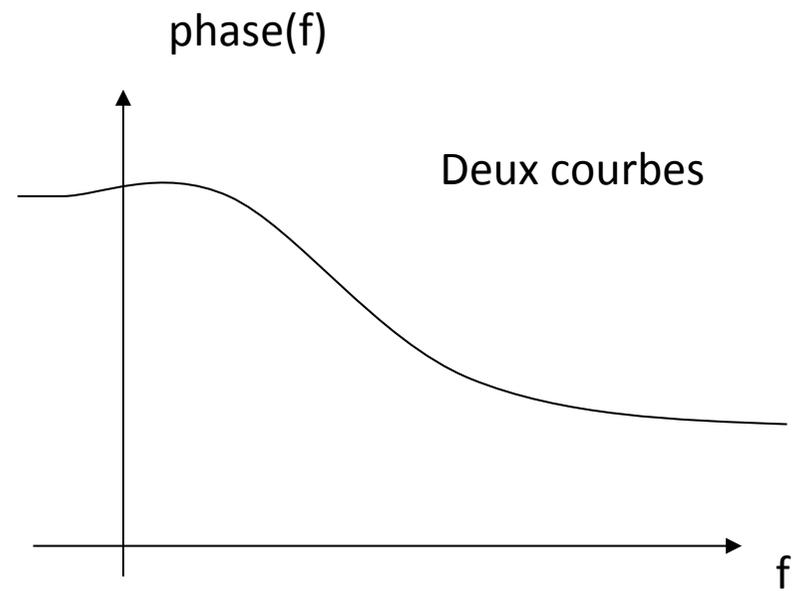


Diagramme des amplitudes



Deux courbes

Diagramme des phase

fréquence

remarques

- Les deux représentations sont équivalentes, elles contiennent la même information et on peut passer facilement de l'une à l'autre.
- Pour la représentation fréquentielle, la courbe de phase est indispensable, sans elle on ne peut reconstituer la courbe $v(t)$.

Calculs

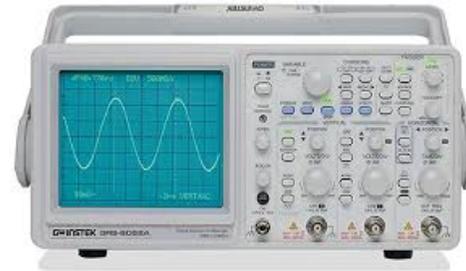
Pour passer d'une représentation à l'autre dans le cas de signaux plus complexes qu'une simple fonction sinusoïdale il existe des outils mathématiques :

- la décomposition en série de Fourier
- la transformée de Fourier

Ces 2 outils ont été décrits en détail en mathématique

Mesures

Pour mesurer un signal en fonction du temps on utilise un **oscilloscope** :



Pour mesurer un signal en fonction de la fréquence on utilise un **analyseur de spectre**:



Rappels de Maths

Séries de Fourier : a_n , b_n

Tout signal périodique peut s'écrire comme une somme infinie de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples entier de la fréquence du signal :

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) dt \quad \text{Valeur moyenne du signal}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) \cos(n\omega t) dt$$

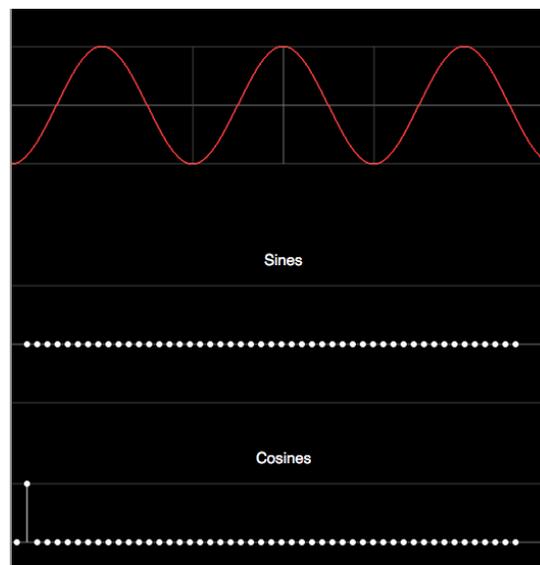
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) \sin(n\omega t) dt$$

Première écriture : a_n, b_n

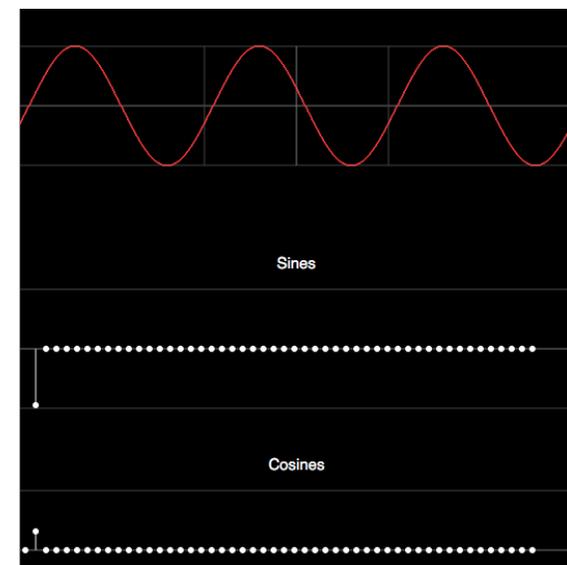
L'inconvénient de cette écriture est que deux signaux qui ont la même allure mais qui sont décalés dans le temps auront des représentations très différentes.



sinus



cosinus



Cosinus déphasé

Seconde écriture : s_n, φ_n

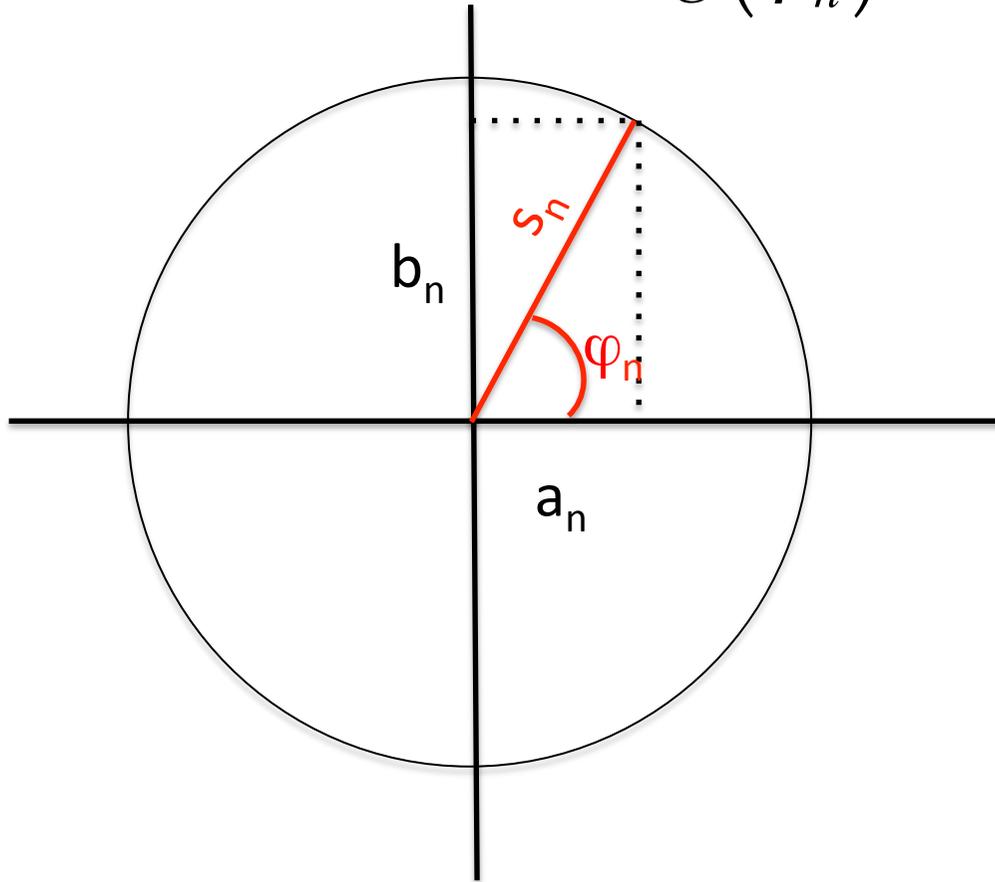
$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \cos(n\omega t - \phi_n)$$

avec

$$\operatorname{tg}(\varphi_n) = b_n/a_n \quad \text{et} \quad s_n^2 = a_n^2 + b_n^2$$

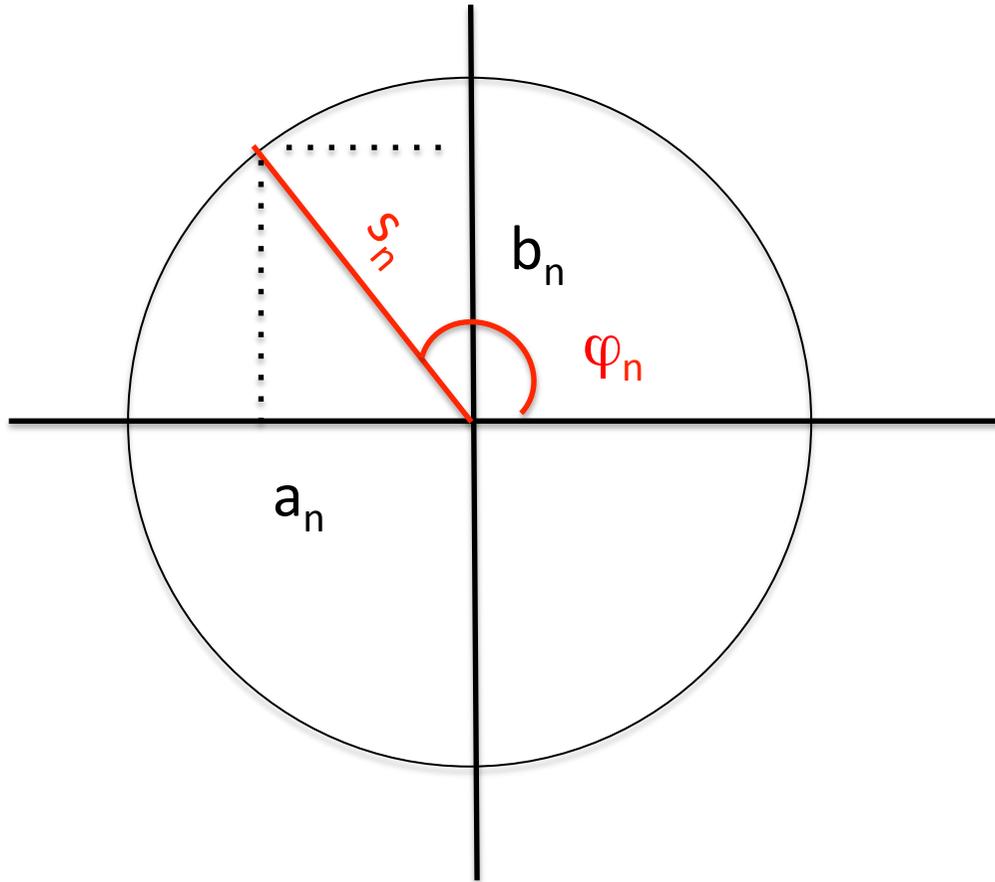
Un terme d'amplitude et un terme de phase pour chaque fréquence $n \cdot f$

$$\operatorname{tg}(\varphi_n) = b_n/a_n \quad \text{et} \quad s_n^2 = a_n^2 + b_n^2$$



$$a_n = s_n \cos(\varphi_n) \quad \text{et} \quad b_n = s_n \sin(\varphi_n)$$

$$s_n^2 = a_n^2 + b_n^2 \quad \text{et} \quad \varphi_n = \pi + \arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad \text{si} \quad a_n \leq 0$$



$$a_n = s_n \cos(\varphi_n) \quad \text{et} \quad b_n = s_n \sin(\varphi_n)$$

Seconde écriture : s_n, φ_n

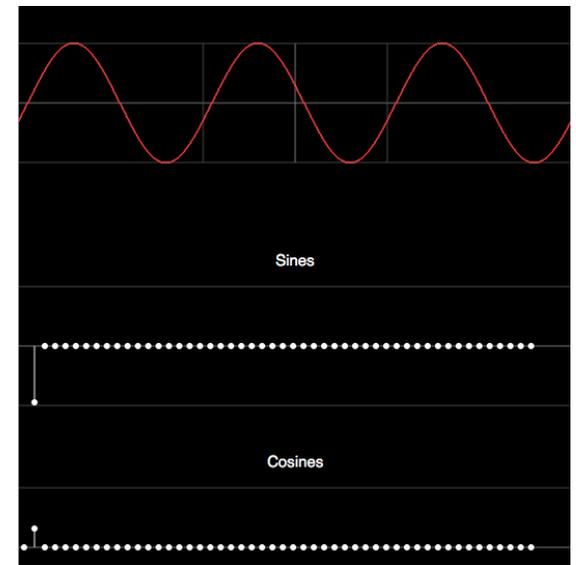
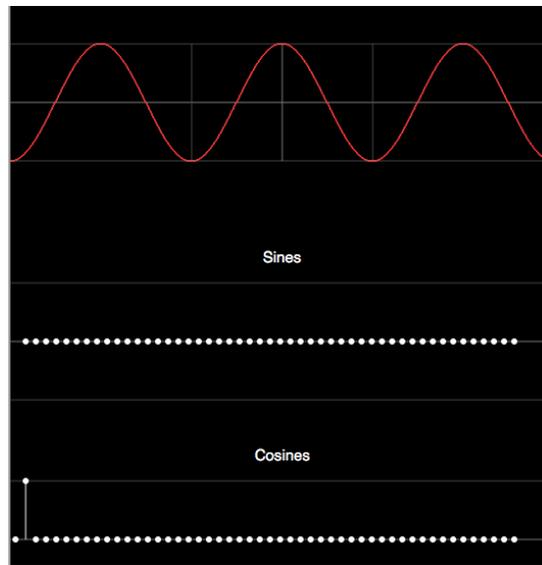
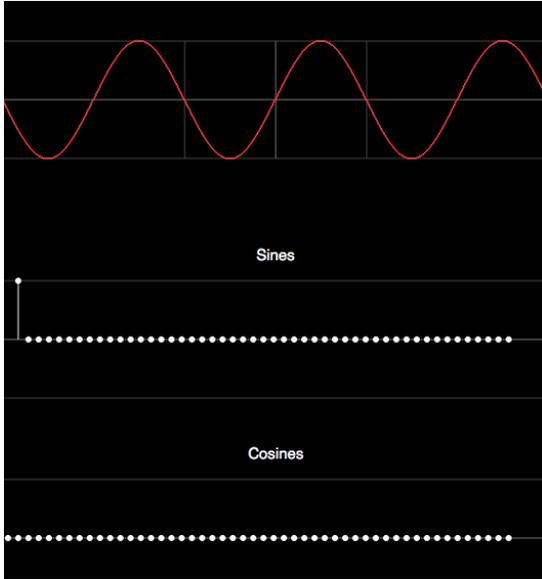
L'intérêt de cette écriture est que deux signaux qui ont la même allure mais qui sont décalés dans le temps auront le même diagramme en amplitude , seul leur diagramme des phases sera différent.

a_n, b_n

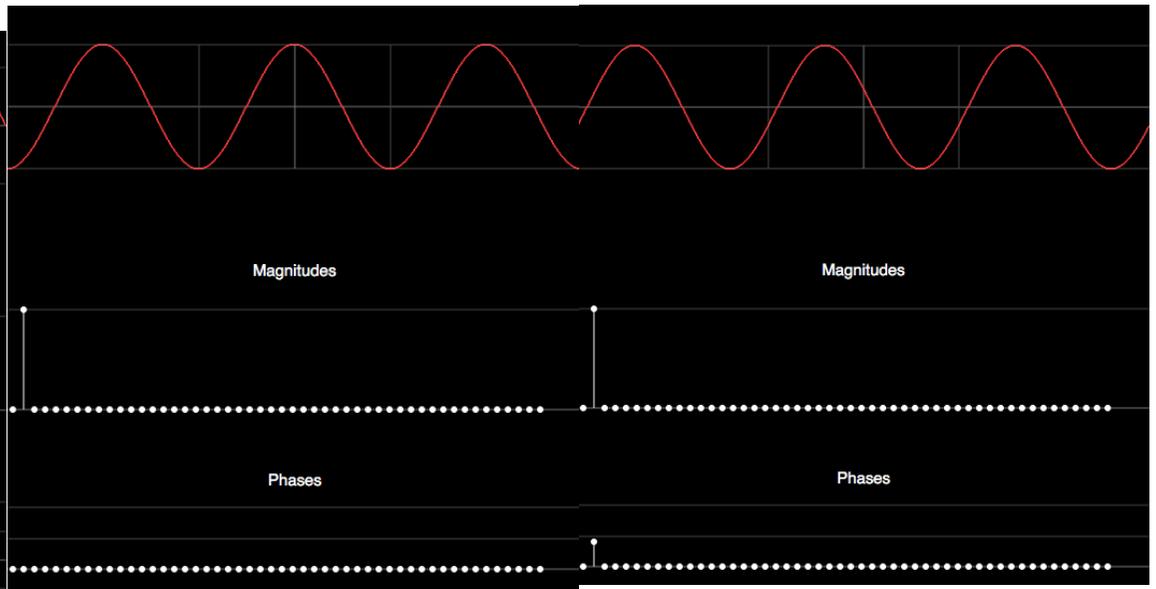
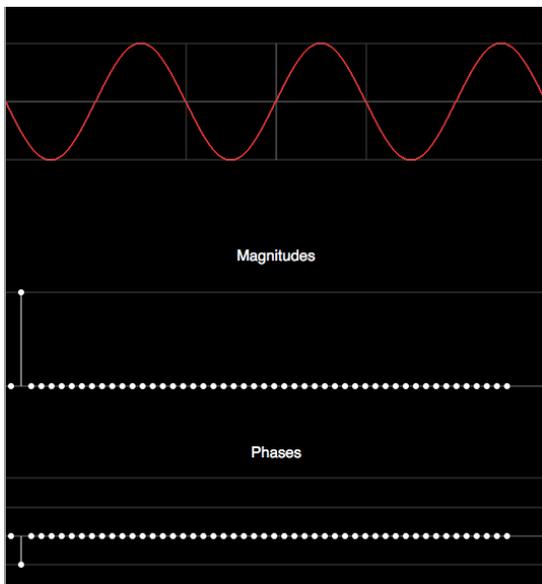
sinus

cosinus

Cosinus déphasé



S_n, φ_n

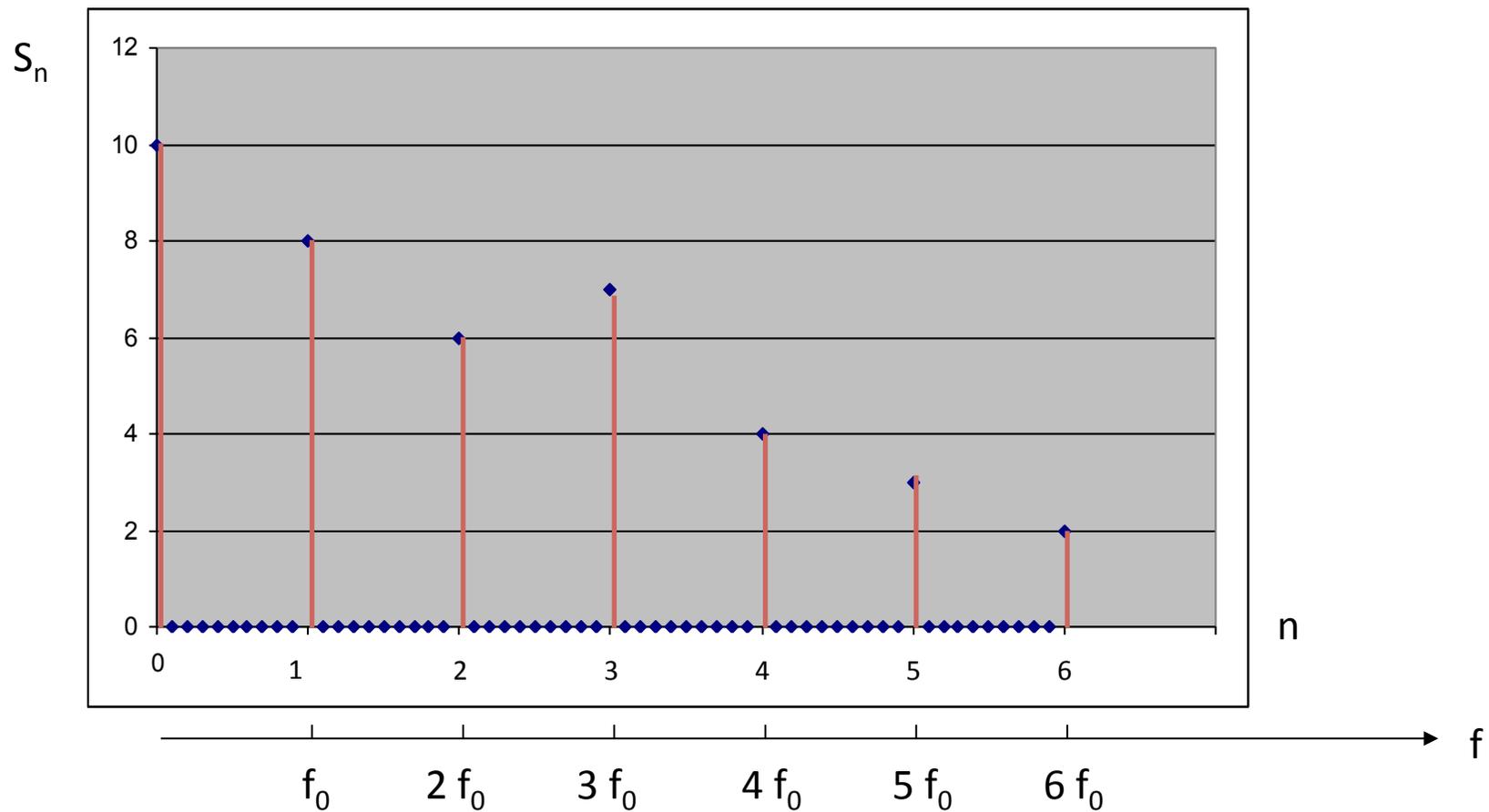


Seconde écriture : s_n, φ_n

La connaissance du spectre en amplitude renseigne sur l'allure du signal (carré, triangle, sinusoidal, rampe,...), c'est la raison pour laquelle ce dernier est privilégié . On l'appelle spectre du signal.

Spectre du signal

- On appelle spectre la représentation graphique des s_n en fonction de la fréquence



Propriété

Le spectre d'un signal périodique est constitué d'impulsions (raies) aux fréquences $f_0, 2f_0, 3f_0, 4f_0, 5f_0, \dots, nf_0, \dots$

**f_0 est appelée fréquence fondamentale
Les fréquences nf_0 sont les harmoniques**

troisième écriture

$$v(t) = \sum_{n \rightarrow -\infty}^{n \rightarrow \infty} c_n e^{jn\omega t} \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) e^{-jn\omega t} dt$$

avec

$$c_n = \frac{S_n}{2} e^{-j\varphi_n}$$

Remarques

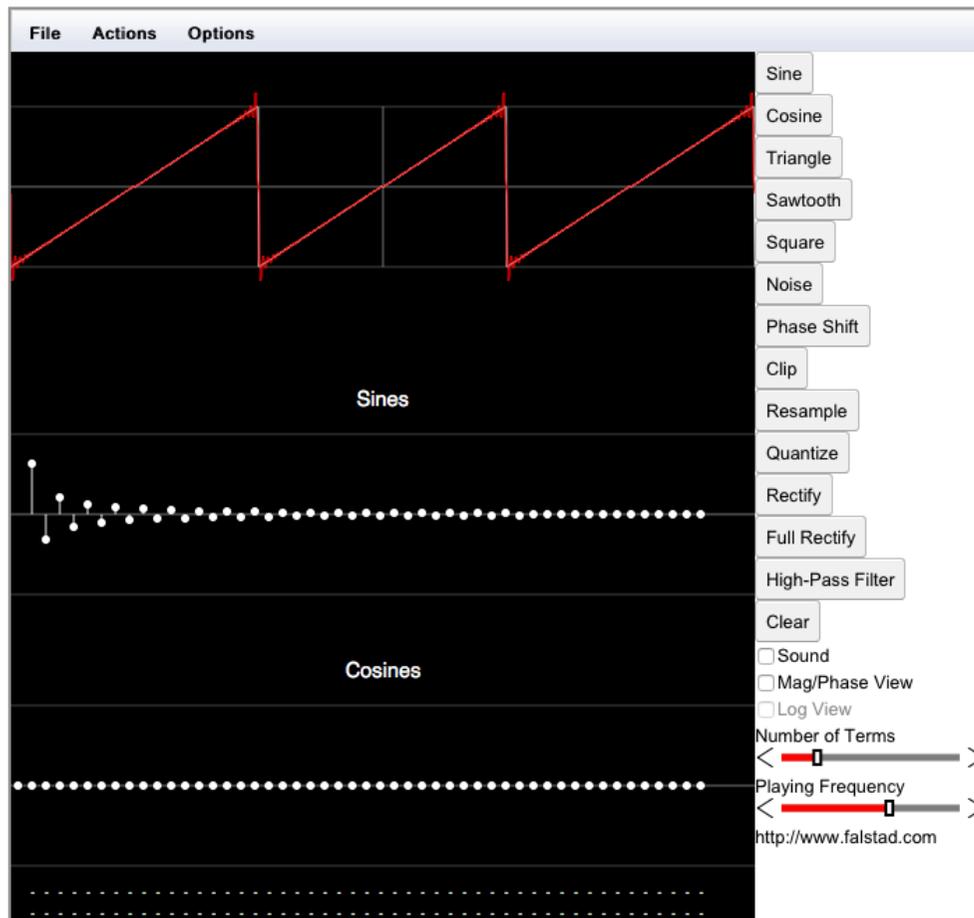
1/ C'est équivalent à la notation complexe des fonctions sinusoidales

$$\cos(n\omega t) = \frac{e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}}{2} \quad \sin(n\omega t) = \frac{e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}}{2j}$$

2/ Cette représentation induit un spectre dit « bilatéral » où apparaissent des fréquences « négatives », il s'agit bien évidemment d'une convention d'écriture et de représentation sans signification physique.

Au delà des formules mathématiques ...

Il existe de nombreuses applets pour comprendre et visualiser les séries de Fourier , vous en utiliserez en TD : <http://www.falstad.com/fourier/>



Transformée de Fourier

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j\omega t} df \qquad V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j\omega t} dt$$

Cet outil est utilisé pour tout type de signal. La seule condition est qu'il s'agisse d'un signal d'énergie finie, ce qui est le cas pour les signaux réels.

remarques

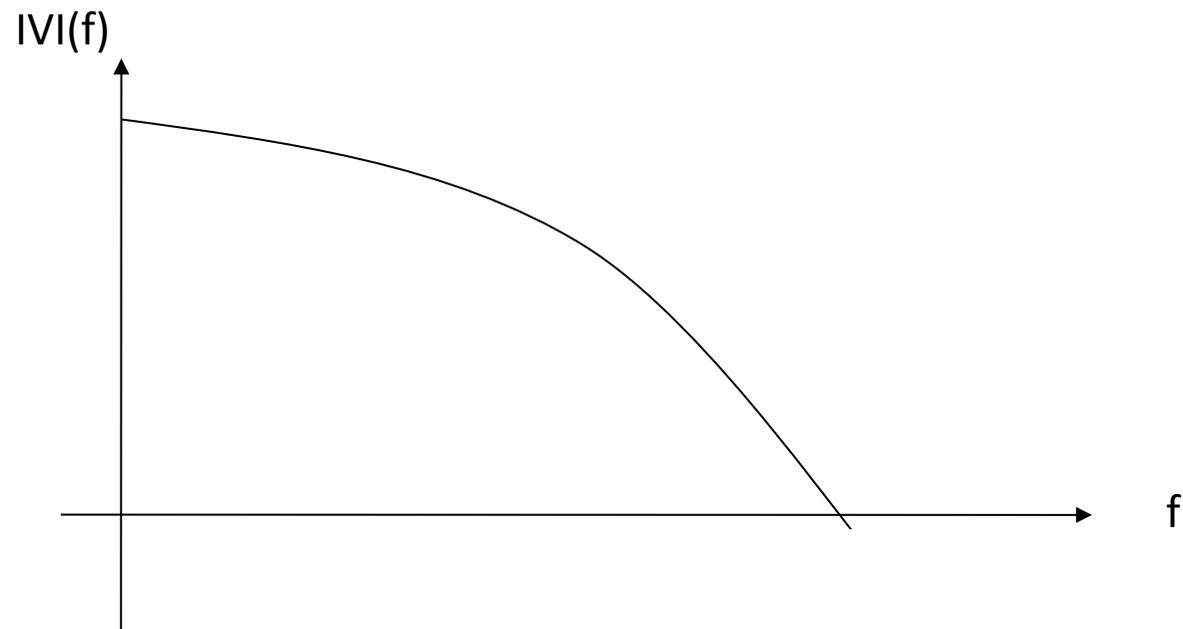
On remarquera la similitude avec la 3ème écriture des séries de Fourier

$$v(t) = \sum_{n \rightarrow -\infty}^{n \rightarrow \infty} c_n e^{jn\omega t} \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) e^{-jn\omega t} dt$$

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j\omega t} df \quad V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j\omega t} dt$$

Spectre

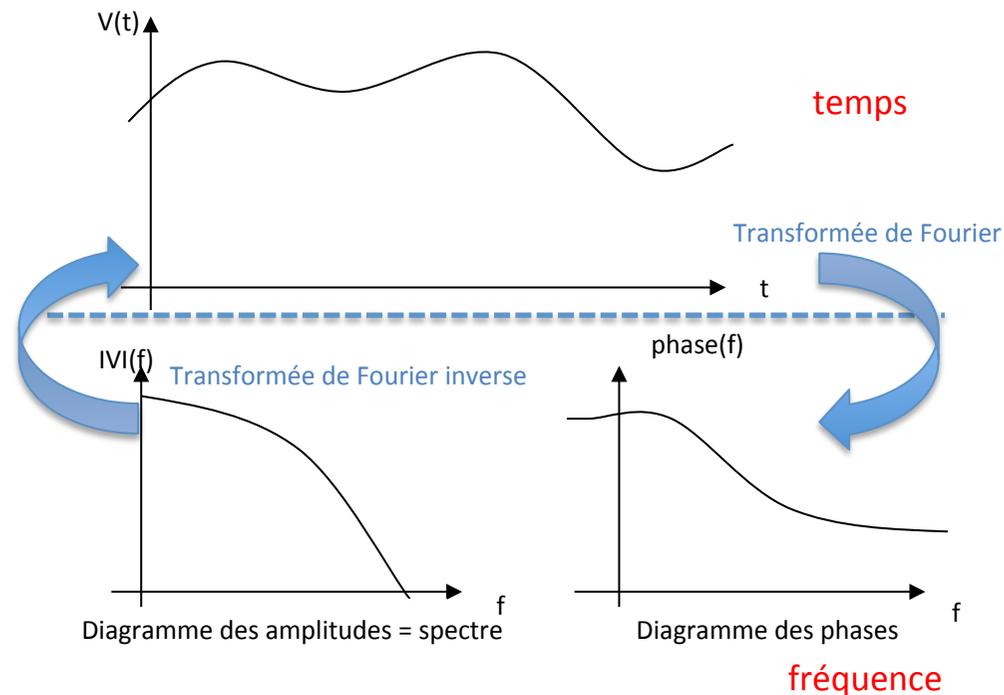
Le spectre correspond au module de la transformée de Fourier



Pour des signaux non périodiques le spectre est en général une fonction continue de la fréquence dont l'amplitude tend vers 0 quand la fréquence tend vers l'infini.

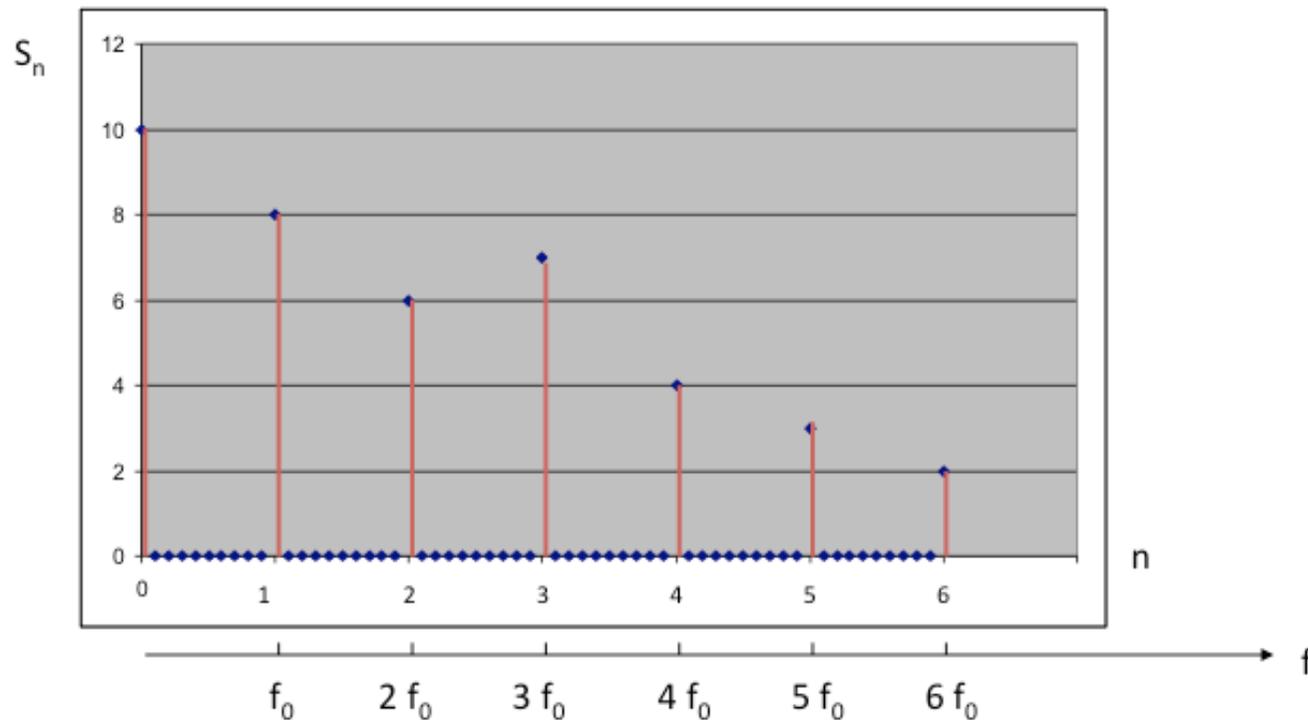
A retenir (1/3)

Pour tout signal il existe deux représentations équivalentes, une représentation temporelle et une représentation fréquentielle), pour passer de l'une à l'autre on utilise les outils de Fourier



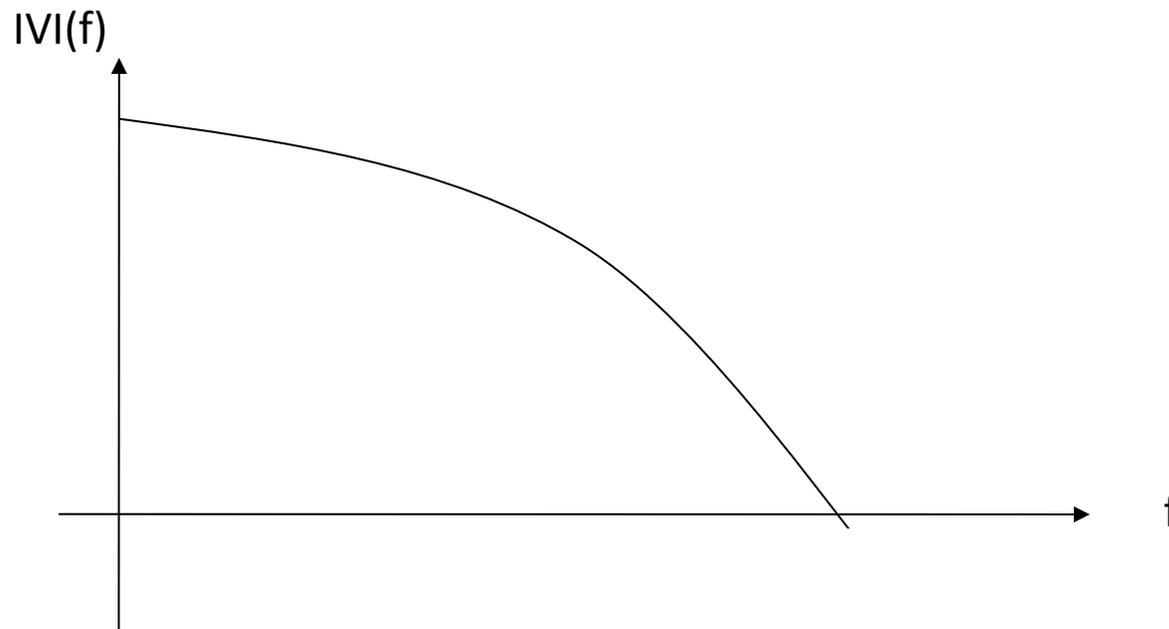
A retenir (2/3)

- Signal périodique (période $T_0 = 1/f_0$) :
 - On utilise les séries de Fourier
 - Spectre du signal (s_n) est alors une succession de raies ($0, f_0, 2f_0, 3f_0, \dots$)



A retenir (3/3)

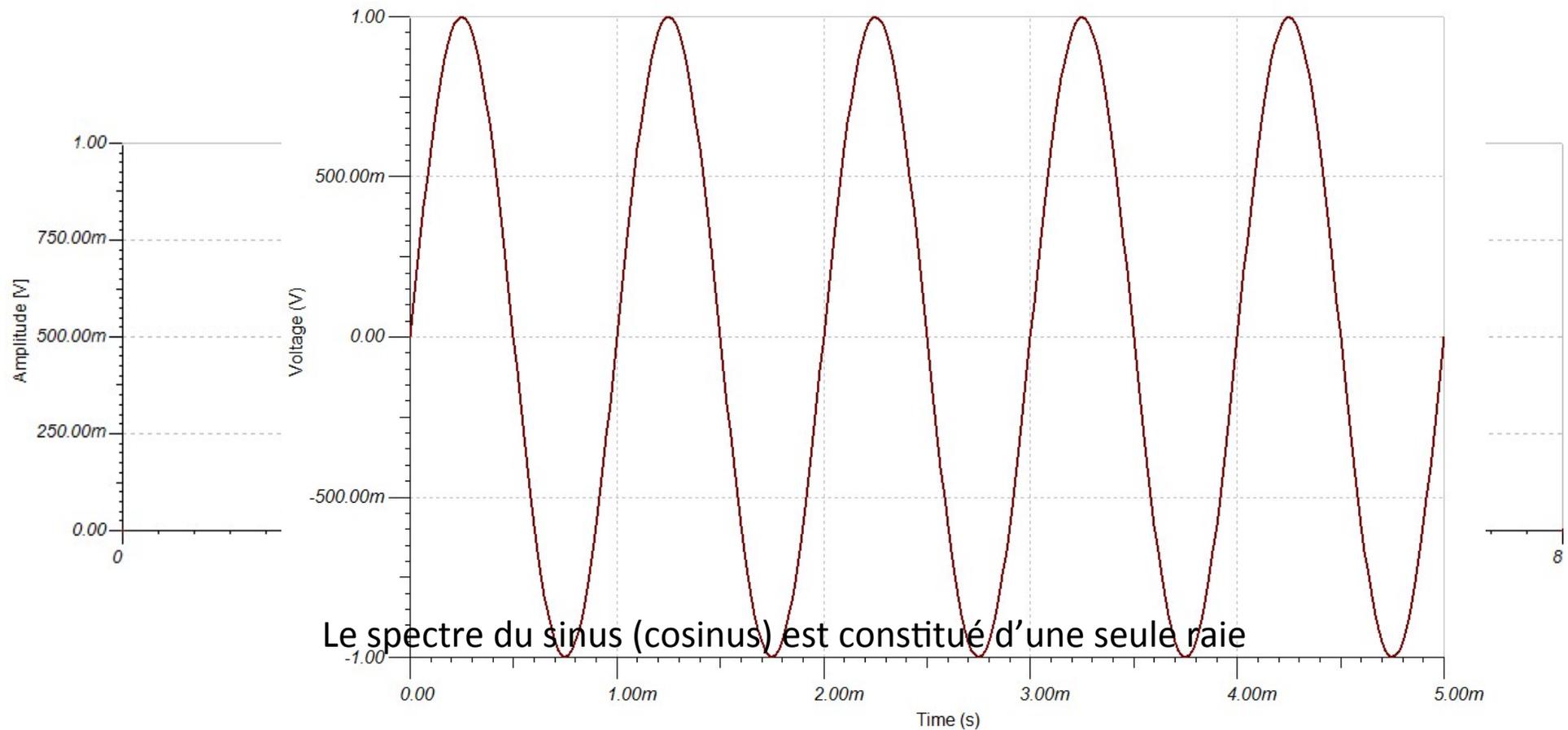
- Signal non périodique :
 - On utilise la transformée de Fourier
 - Spectre du signal (module de la transformée de Fourier) est une fonction qui tend vers 0 pour les fréquences élevées



Analyse Spectrale

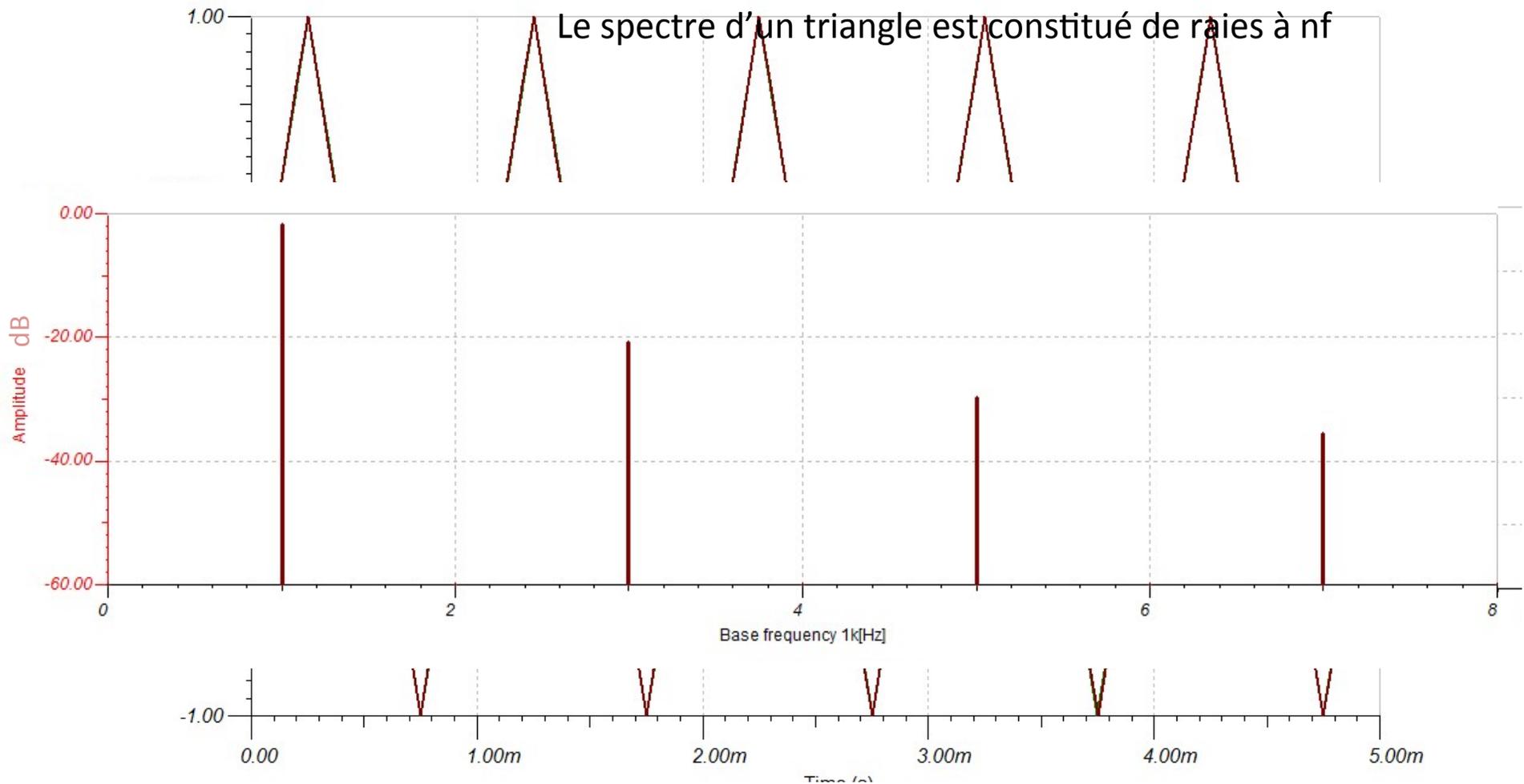
Quelques exemples

Sinus 1 kHz



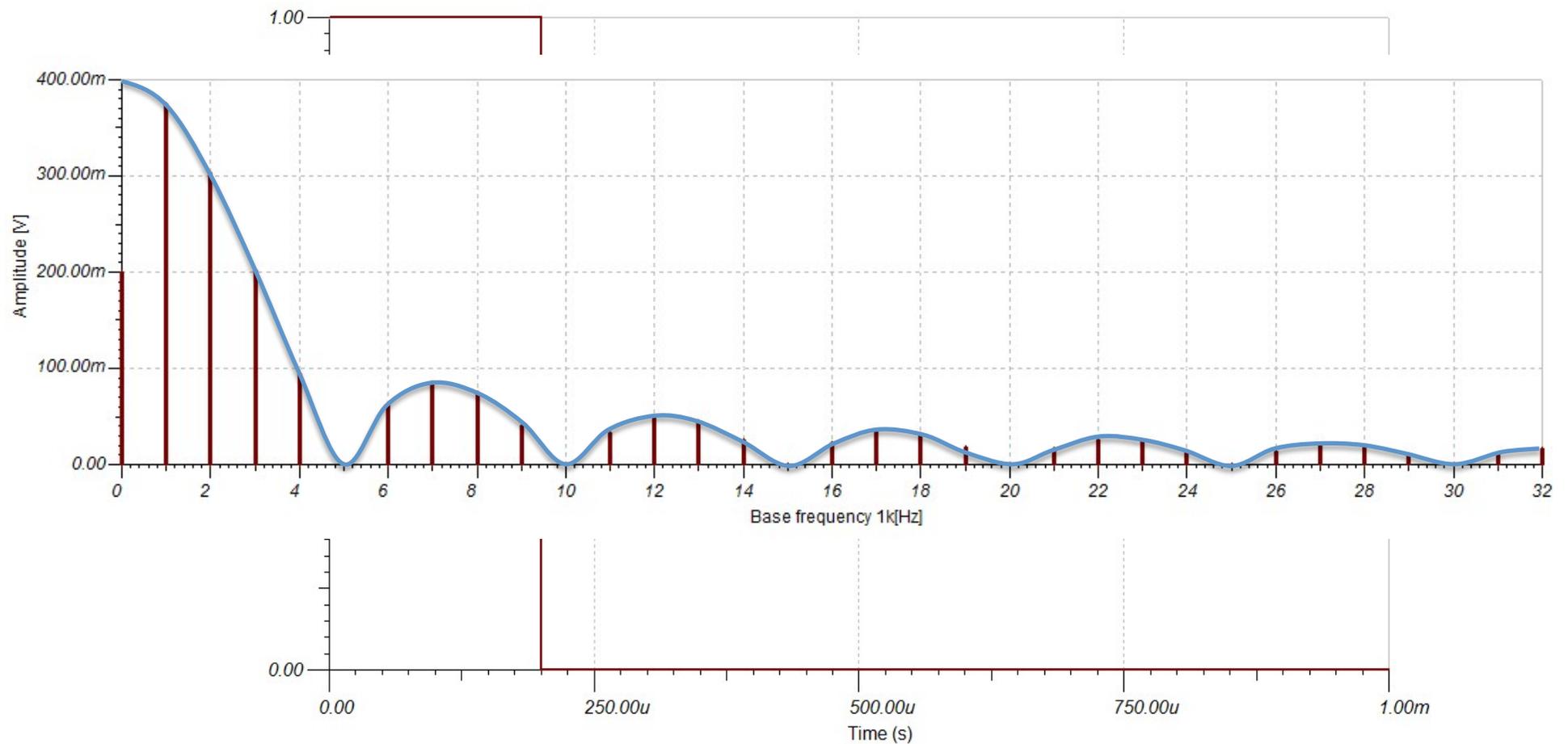
Quelques exemples

Triangle 1 kHz



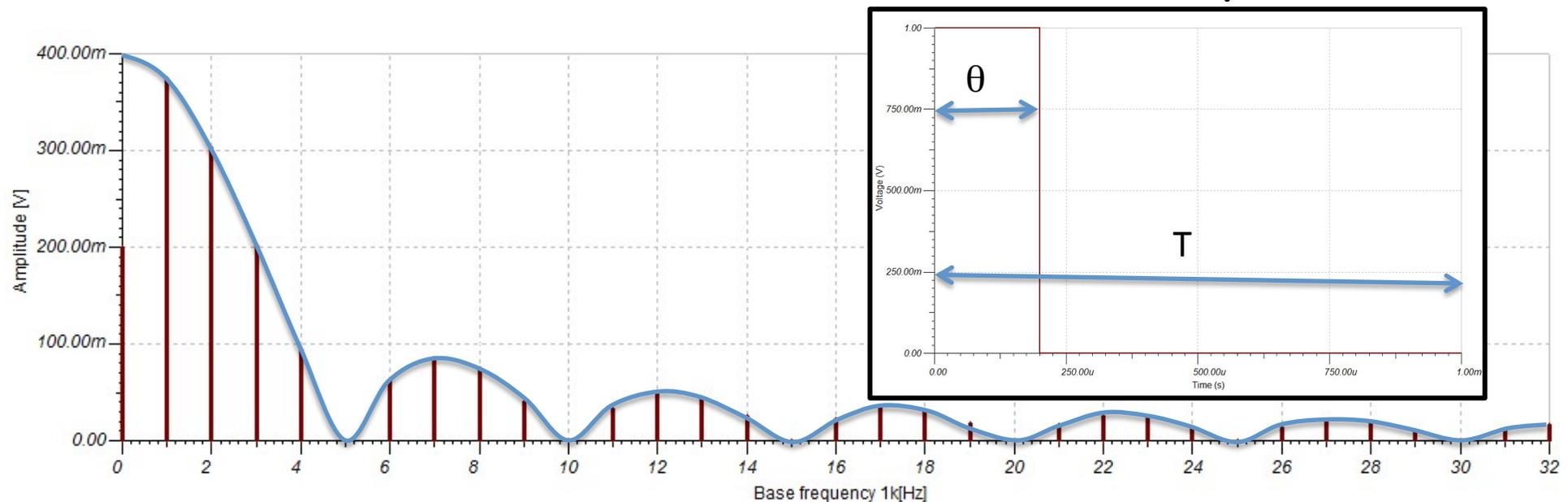
Quelques exemples

Impulsion périodique 1 kHz, largeur $200\mu\text{s}$



Quelques exemples

Impulsion périodique 1 kHz, largeur $200\mu\text{s}$

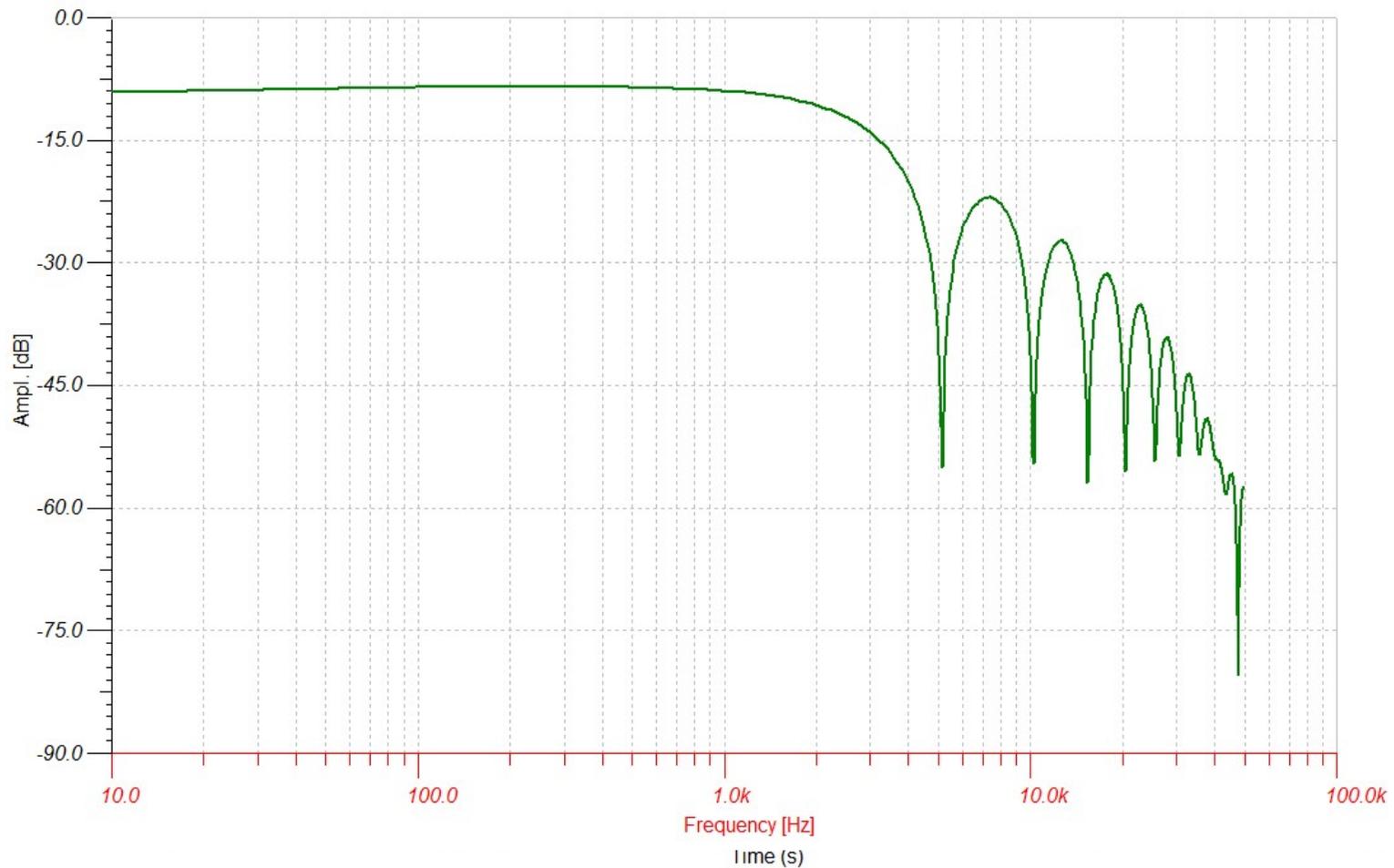


L'enveloppe du spectre est une courbe en $\sin(x)/x$ (sinus cardinal) avec des annulations pour les valeurs de $f = k/\theta$ avec k entier et θ la largeur de l'impulsion.

Sur notre exemple $\theta = T/5$, d'où les annulations apparaissant pour $f = 5f_0, 10f_0, 15f_0, \dots$

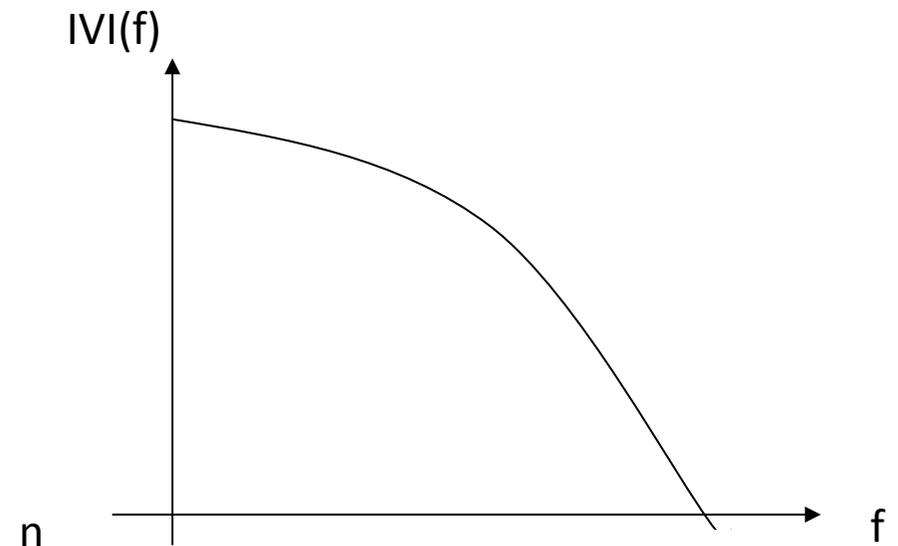
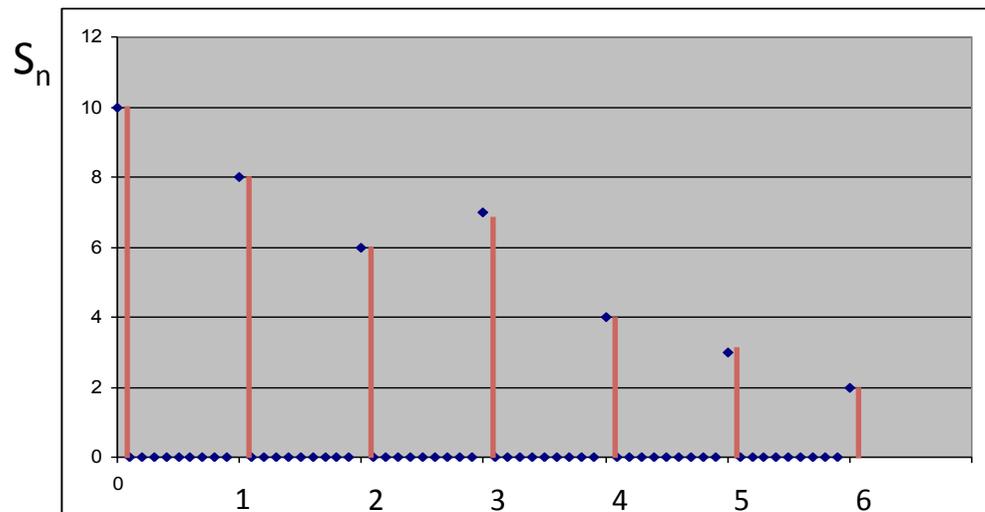
Quelques exemples

Impulsion unique de largeur $200\mu\text{s}$



Spectre d'un signal

Faire une analyse spectrale c'est chercher les valeurs des coefficients s_n ou du module de la représentation fréquentielle d'un signal



Mesures

- L'appareil permettant de mesurer $v(t)$ est l'oscilloscope.
- Pour mesurer la représentation en fréquence on utilise un analyseur de spectre.
- Cependant ce dernier ne permet l'accès qu'à la courbe du module. Cette courbe est appelée spectre du signal.

Analyseur de spectre

L'appareil de mesure utilisé pour l'analyse spectrale

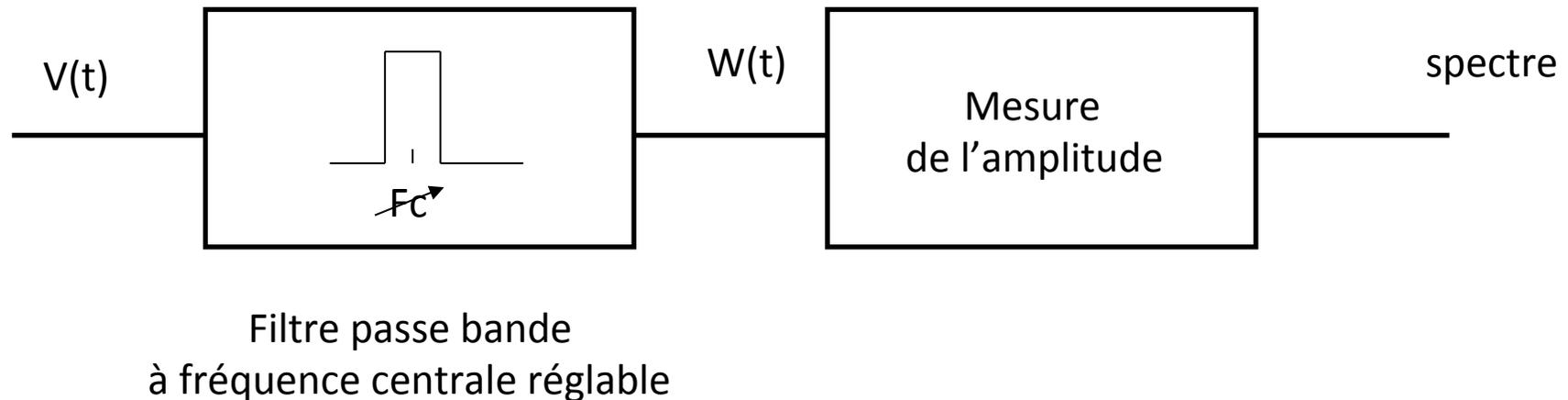


Il existe deux types d'analyseur de spectre:

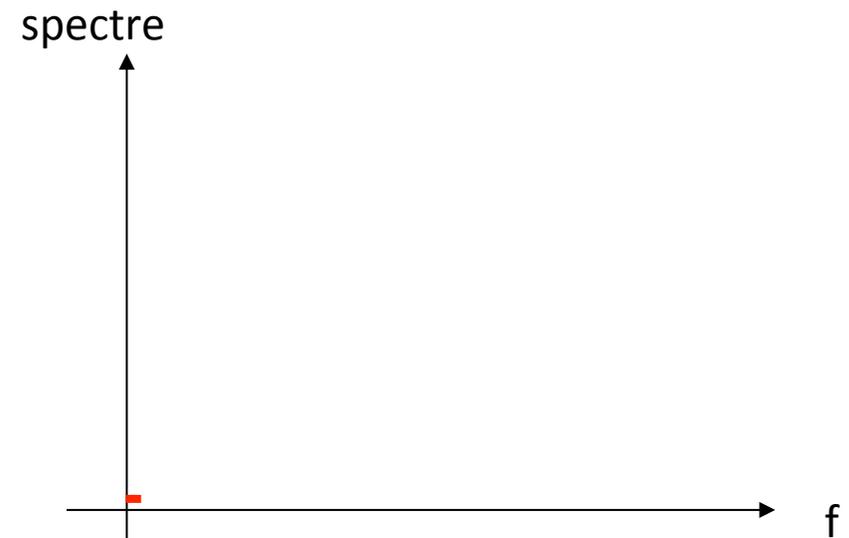
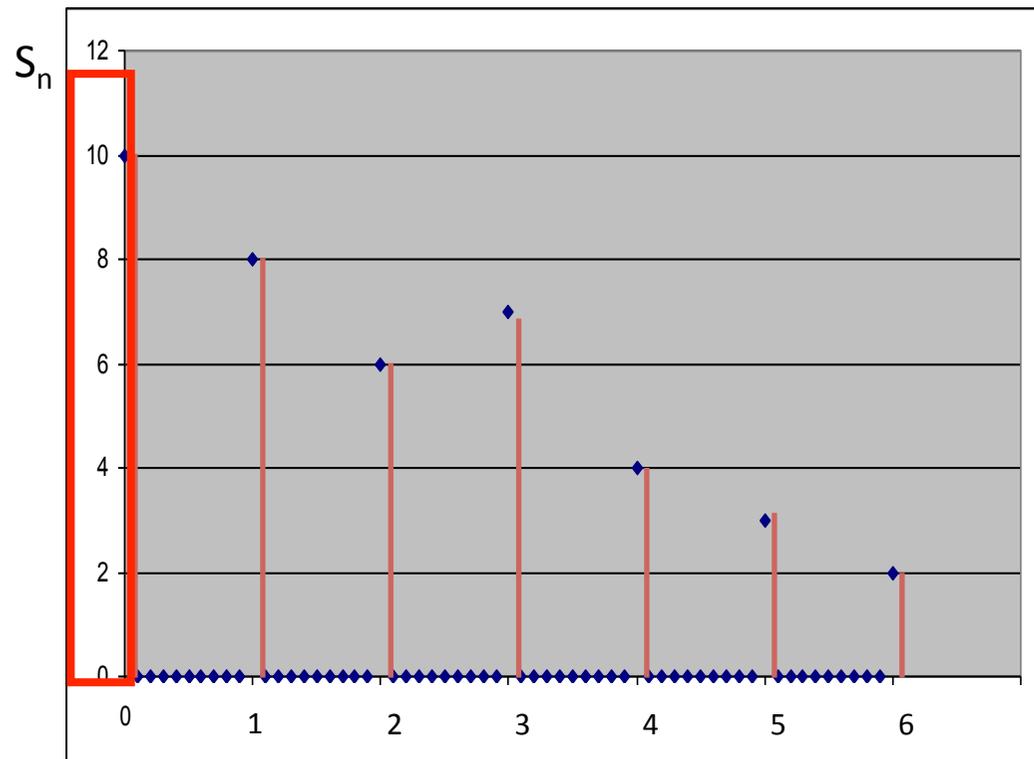
- Analogique
- Numérique

On ne traitera ici que de l'analyseur analogique

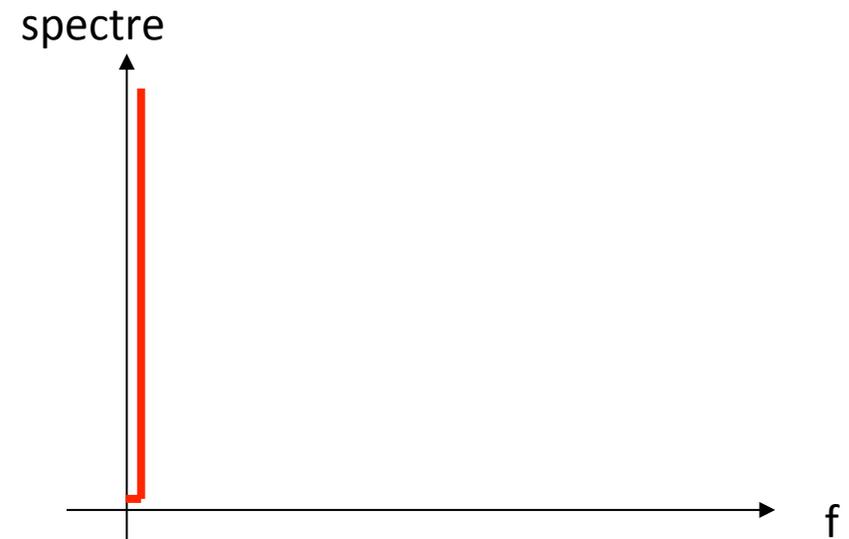
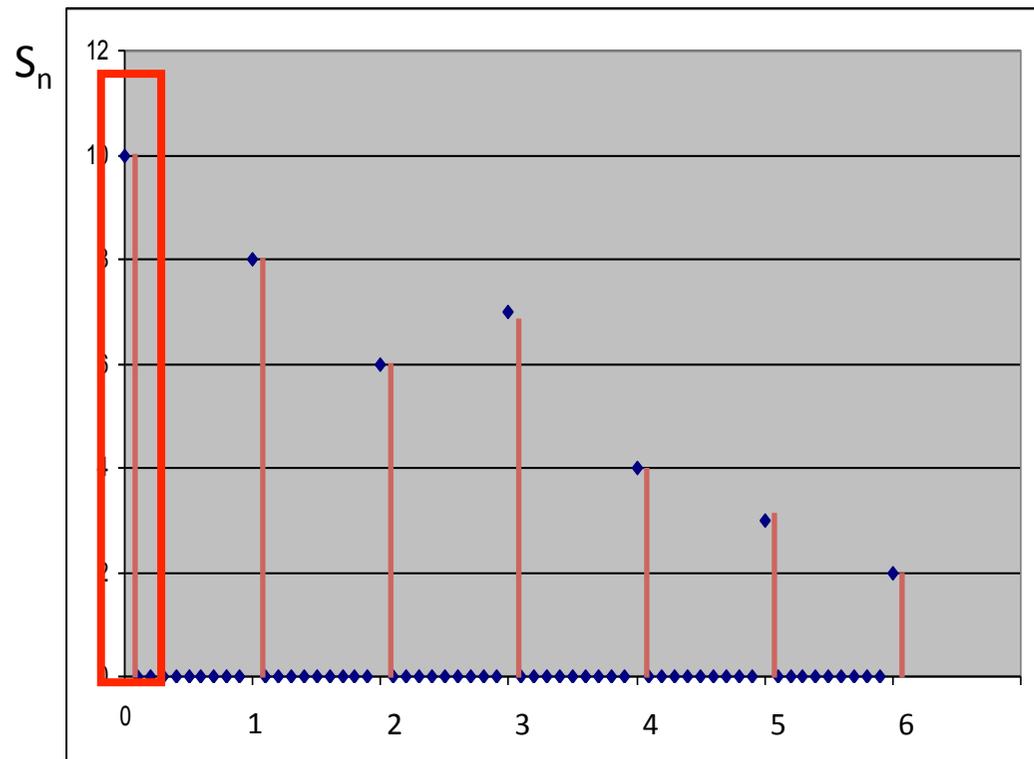
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



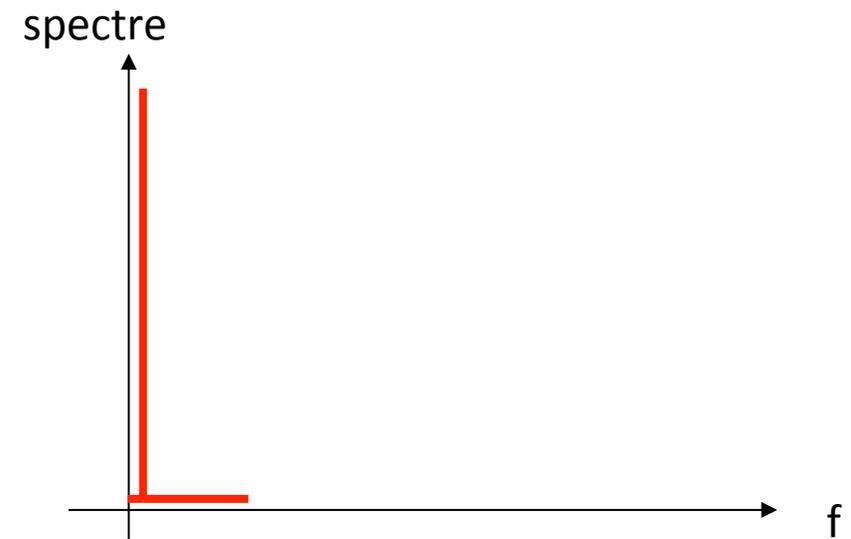
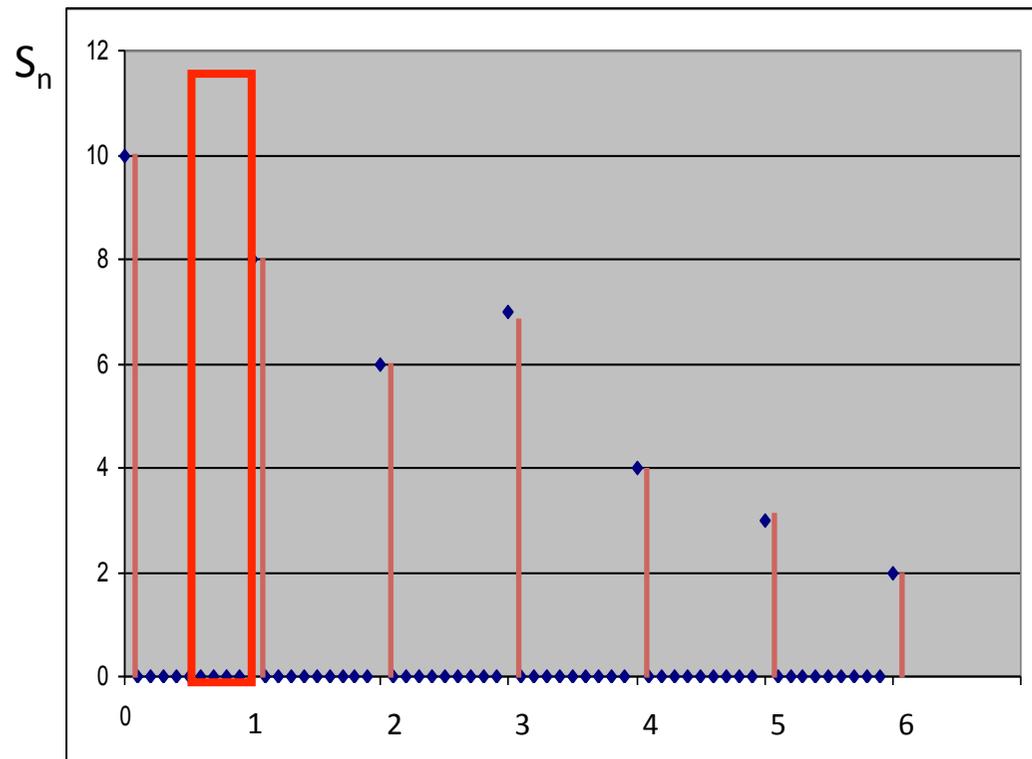
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



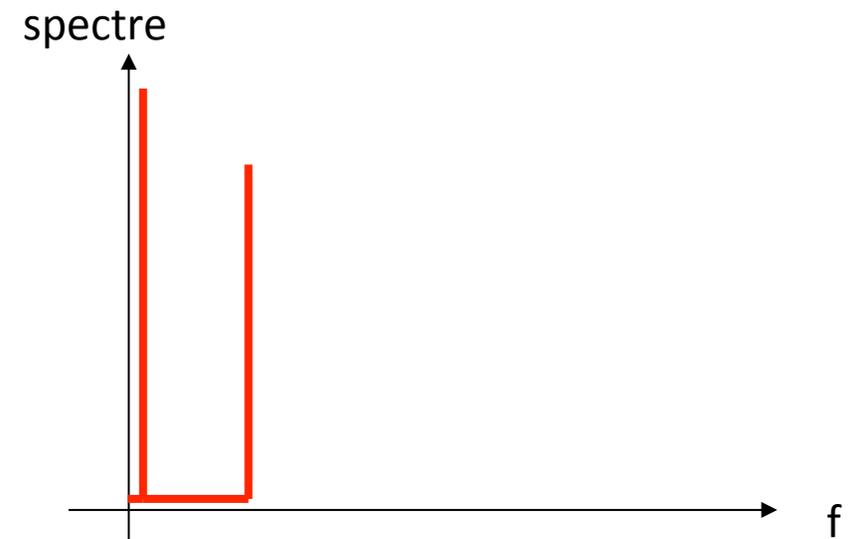
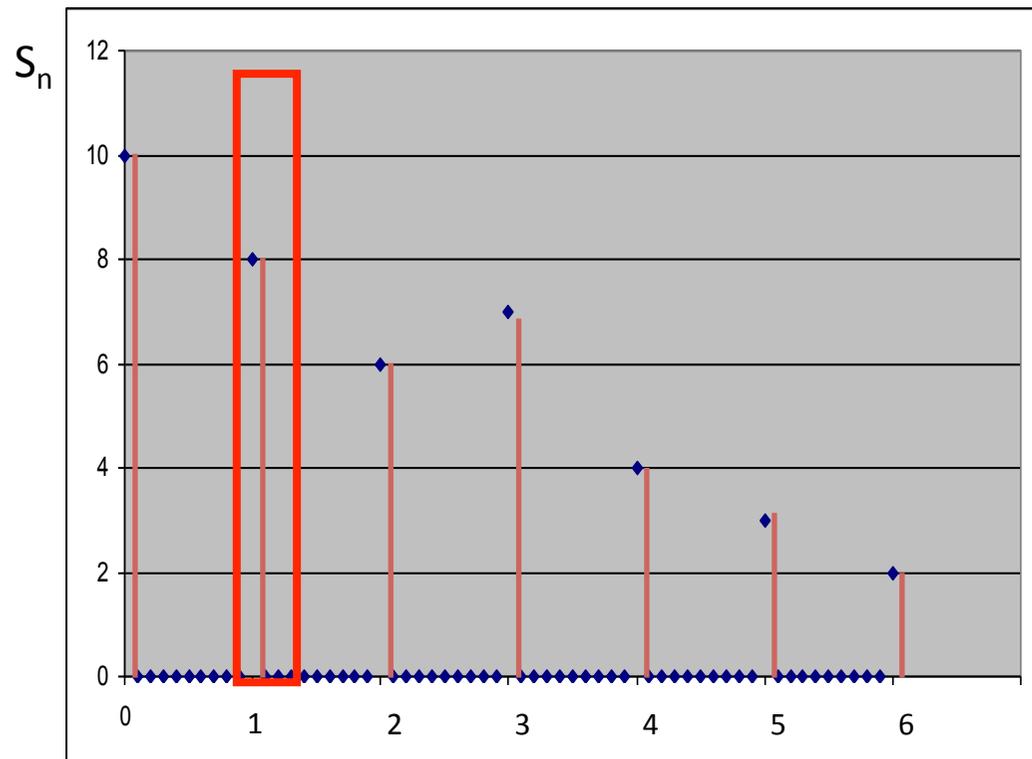
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



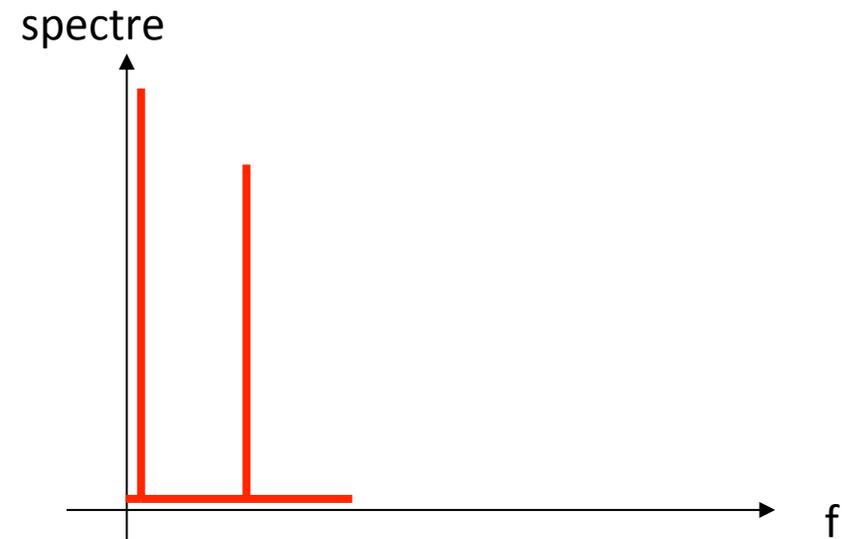
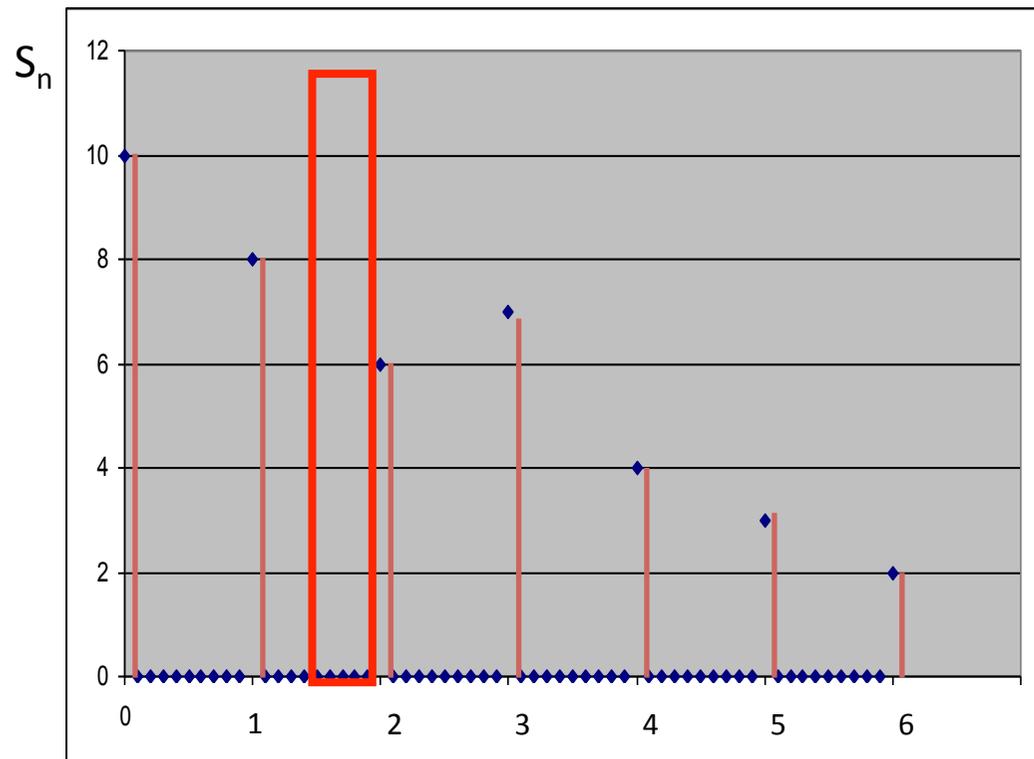
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



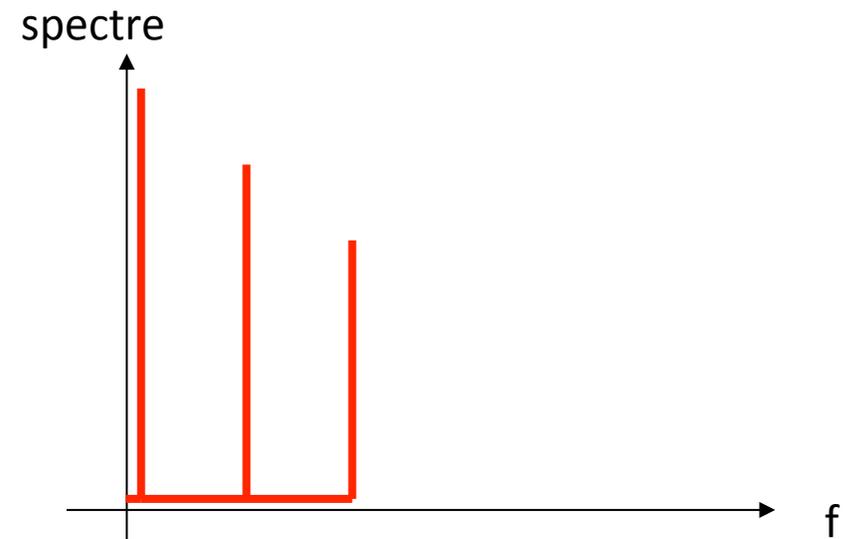
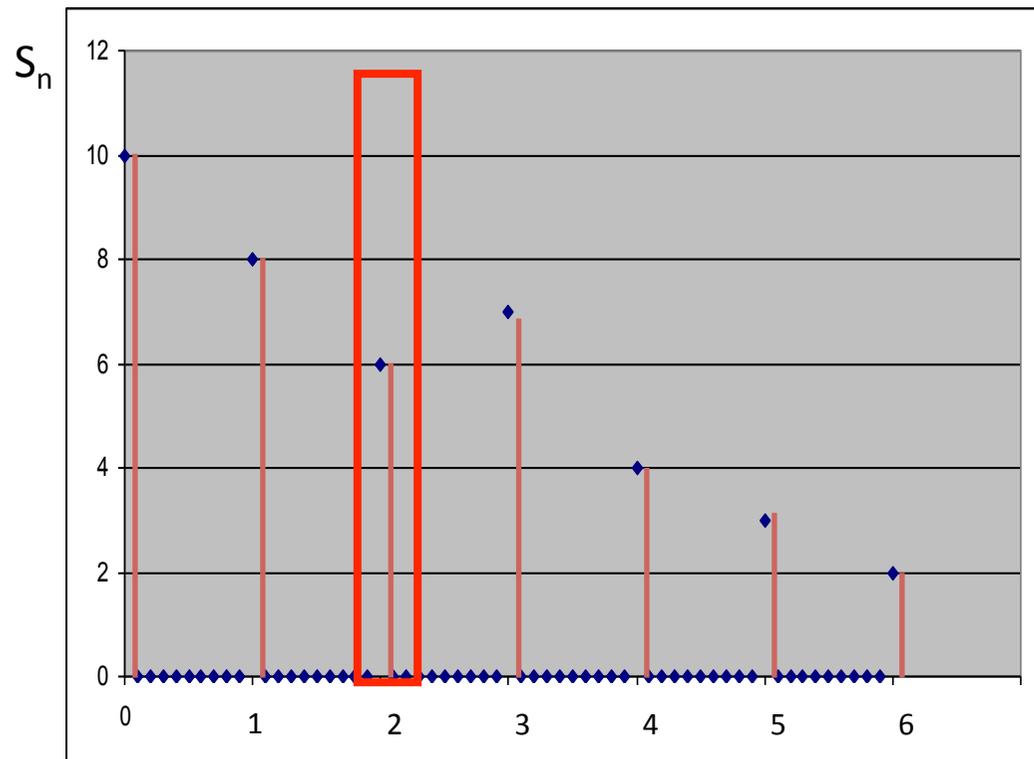
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



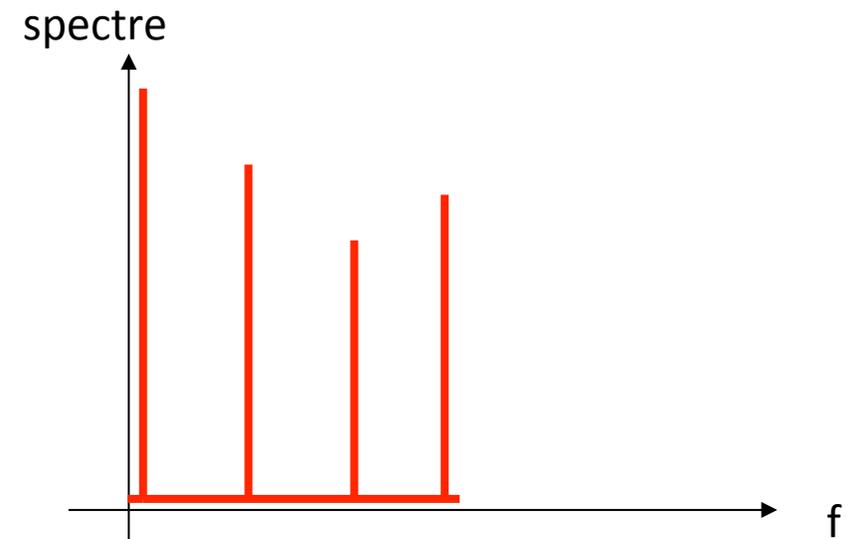
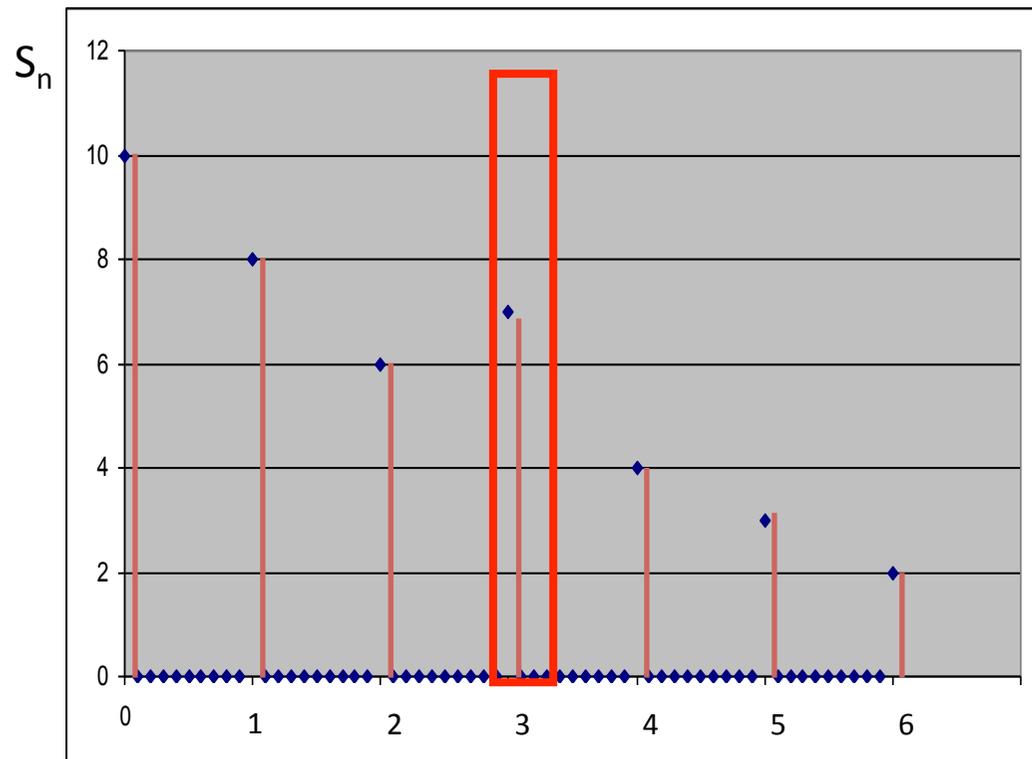
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



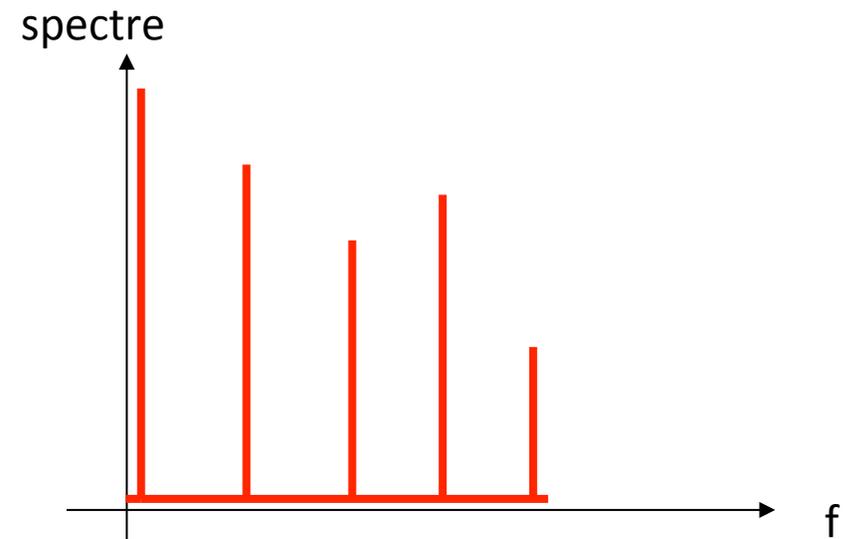
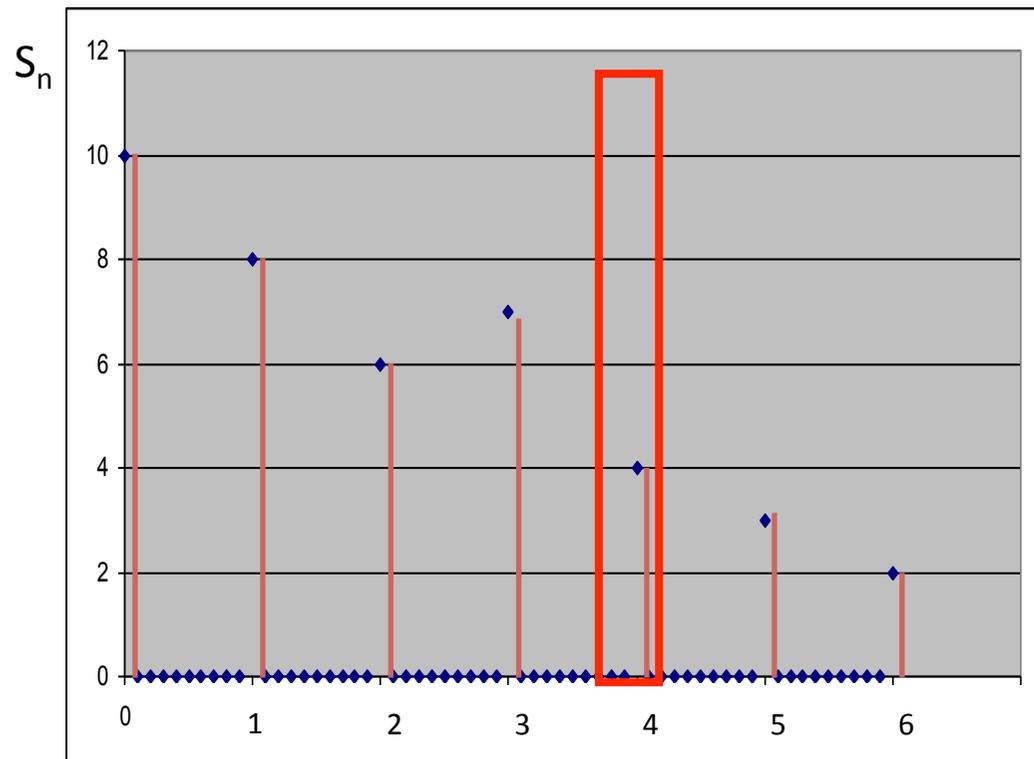
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



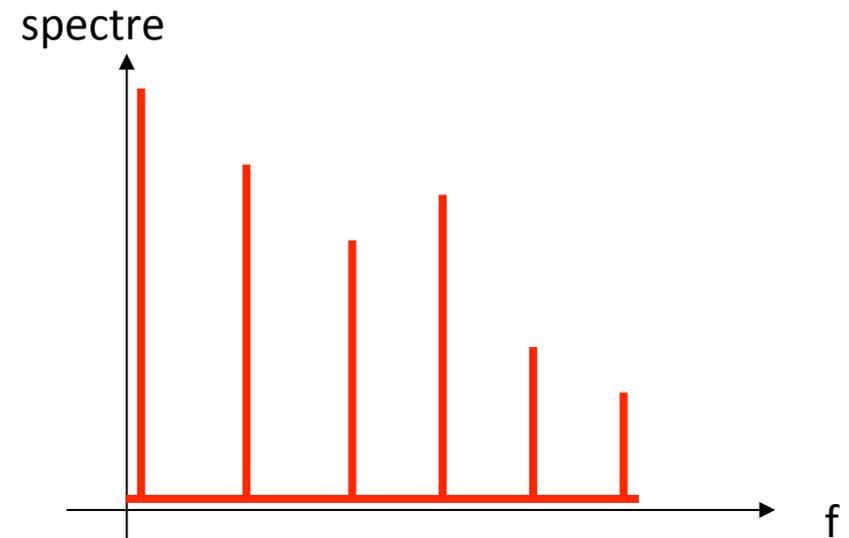
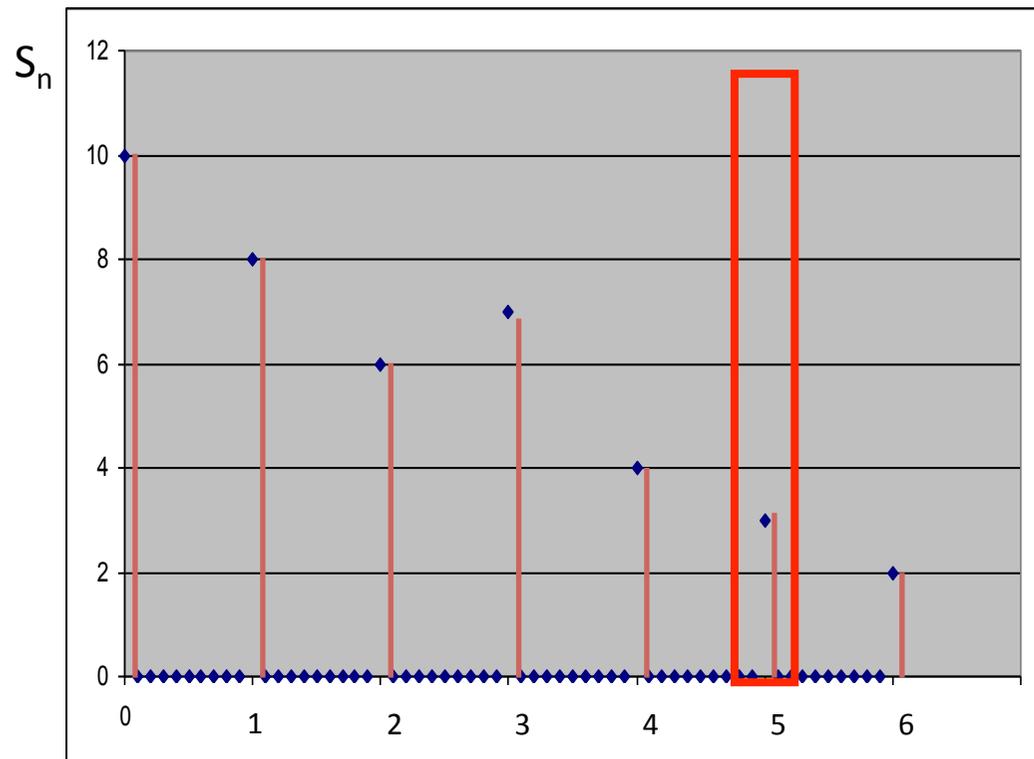
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



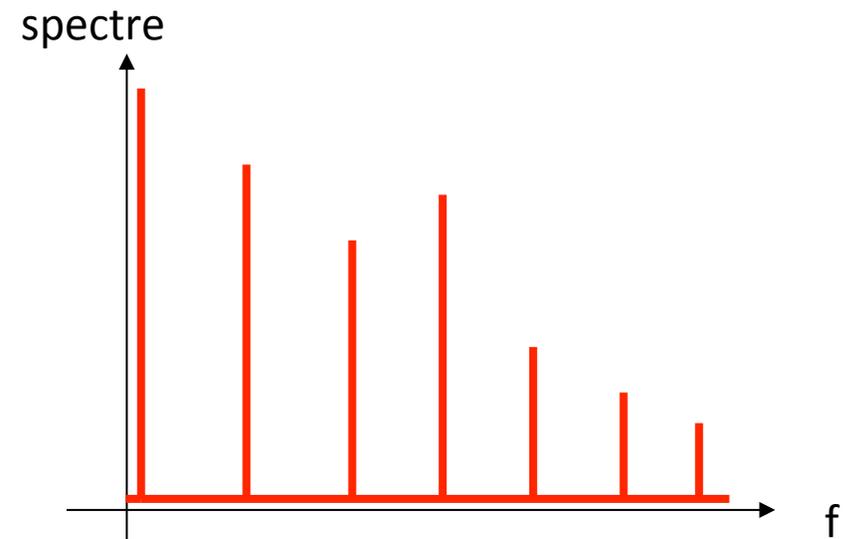
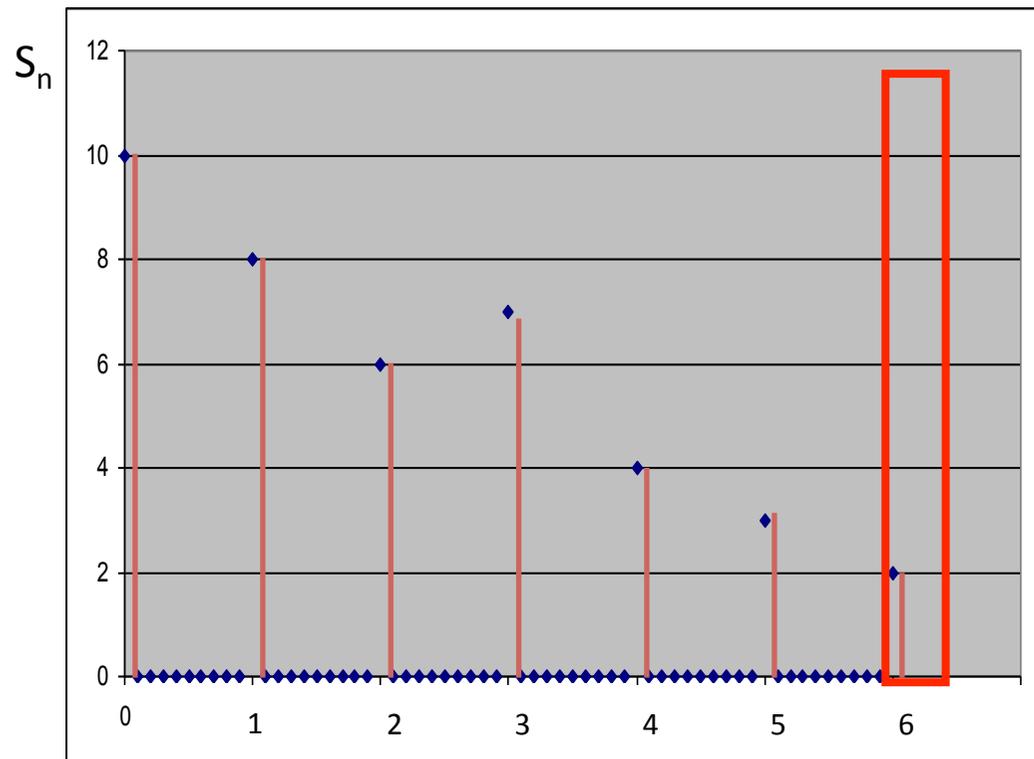
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



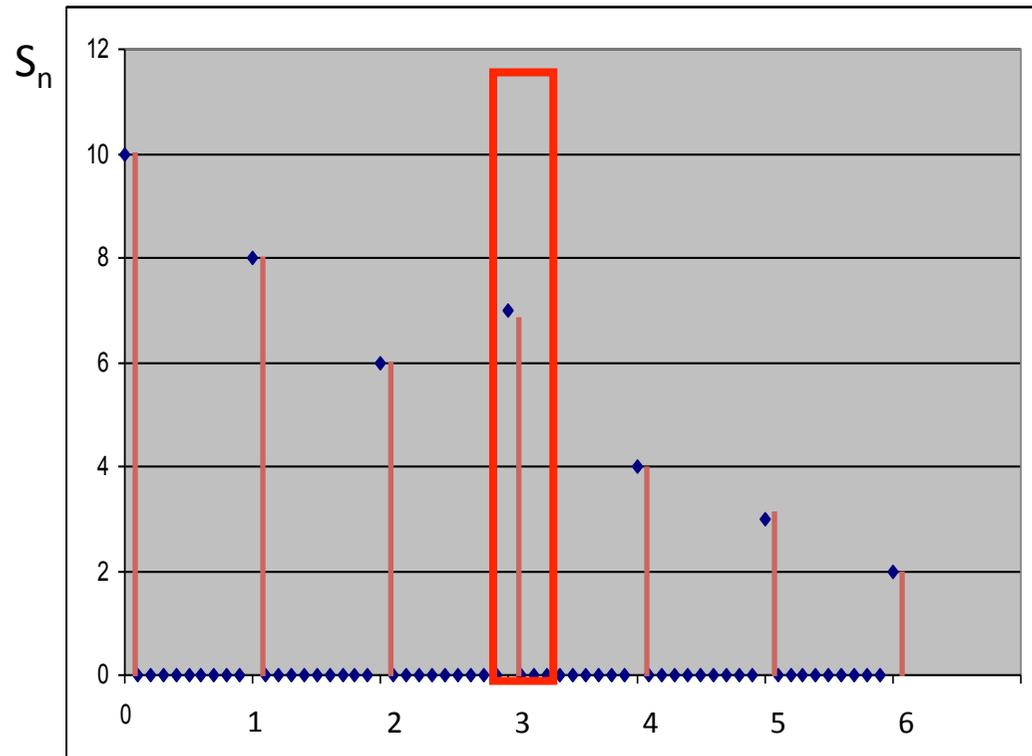
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



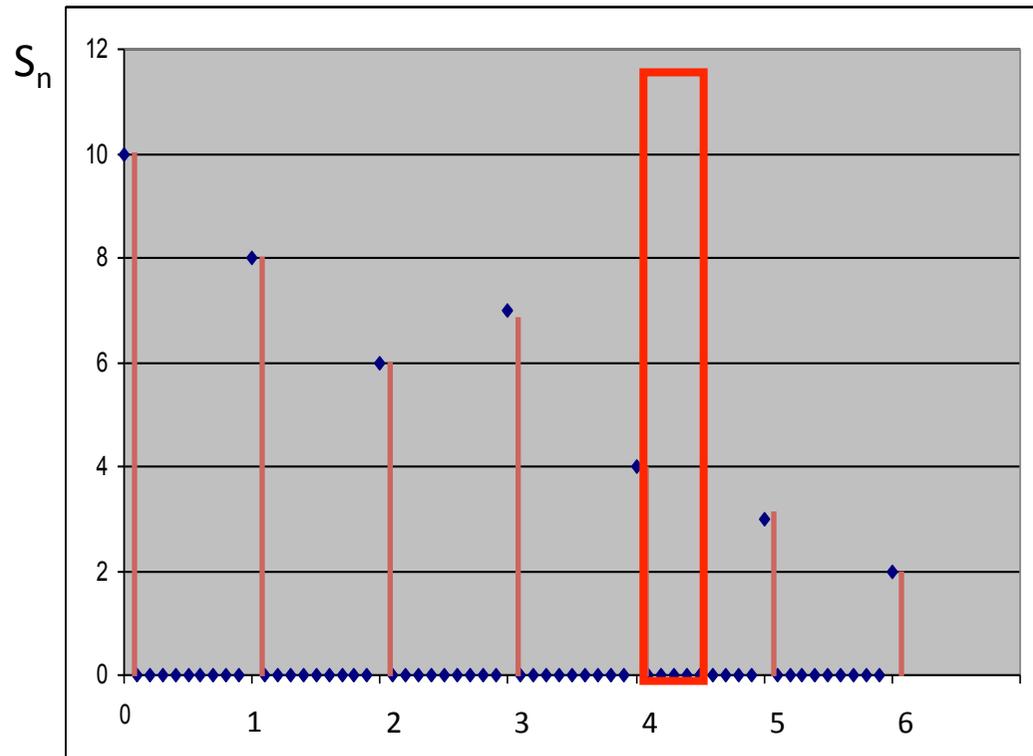
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



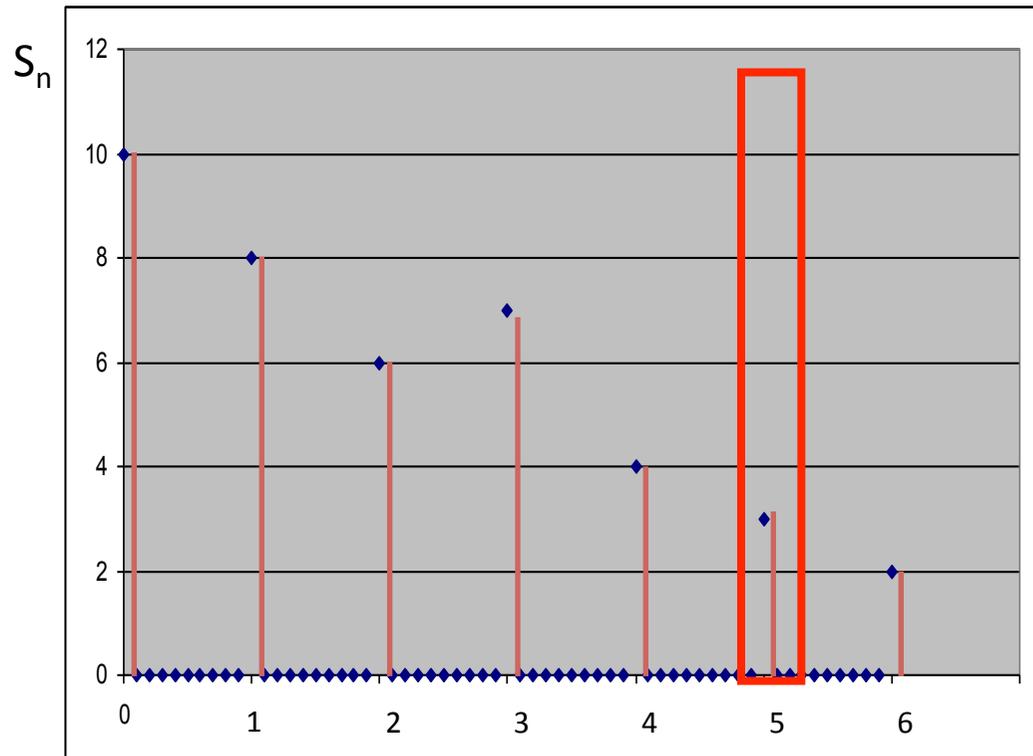
On ne sait pas réaliser une filtre glissant.
Il est beaucoup plus simple de faire glisser
le spectre devant un filtre fixe.



On ne sait pas réaliser une filtre glissant.
Il est beaucoup plus simple de faire glisser
le spectre devant un filtre fixe.



On ne sait pas réaliser une filtre glissant.
Il est beaucoup plus simple de faire glisser
le spectre devant un filtre fixe.

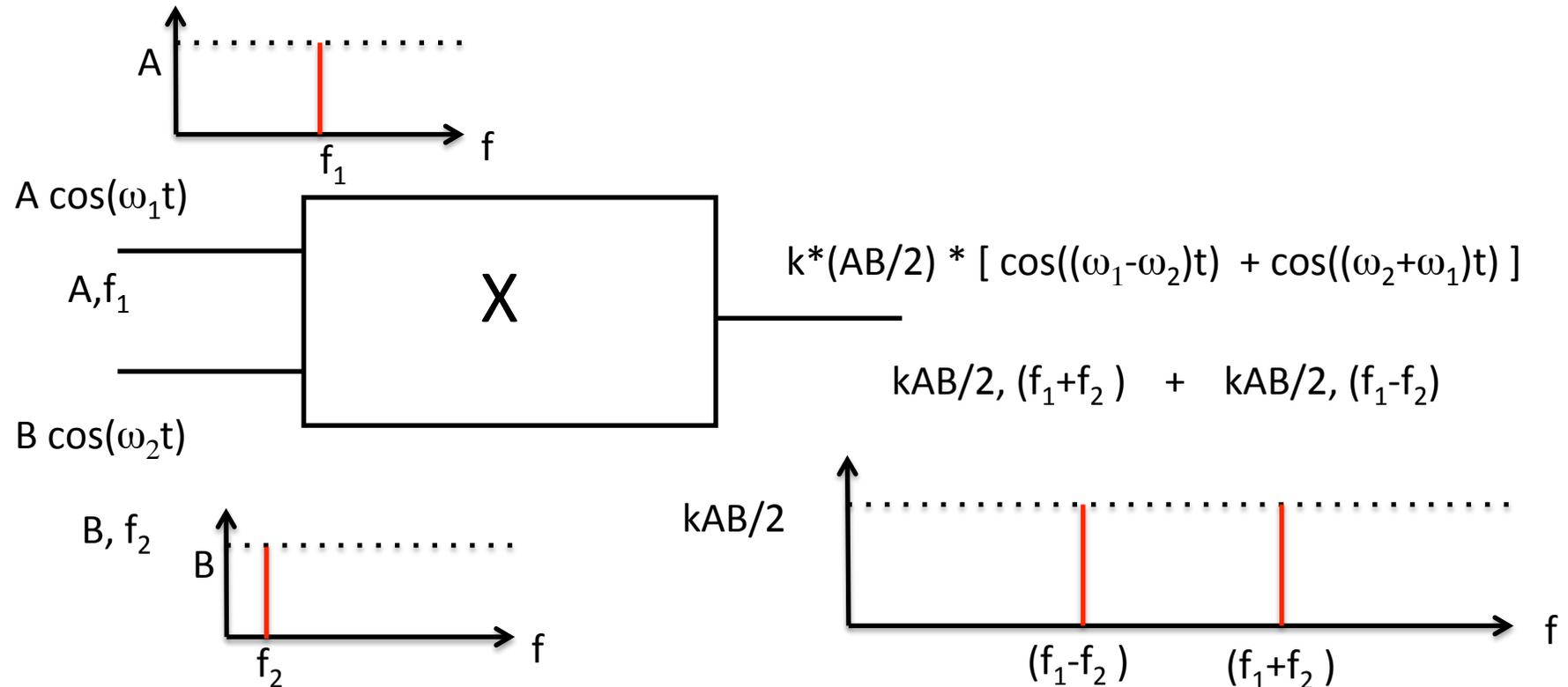


Pour cela on utilise le
changement de fréquence du
signal

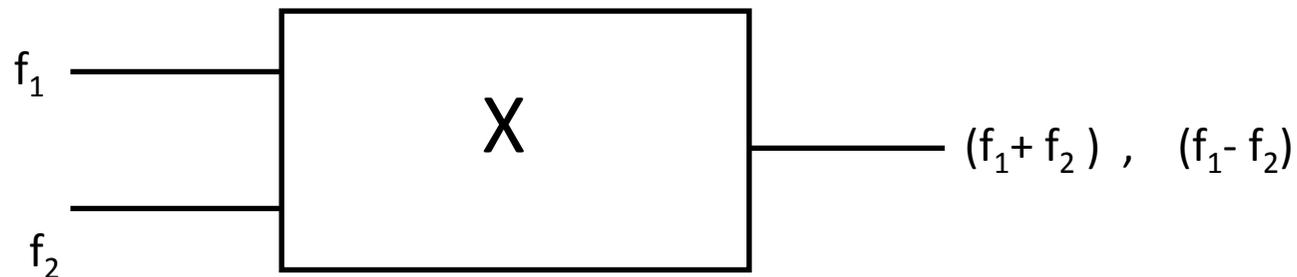
Changement de fréquence

C'est une technique très largement utilisée en électronique, notamment en télécommunication ou pour réaliser des modulations

Il existe plusieurs façons pour le réaliser, la plus simple est sans doute l'utilisation d'un multiplieur

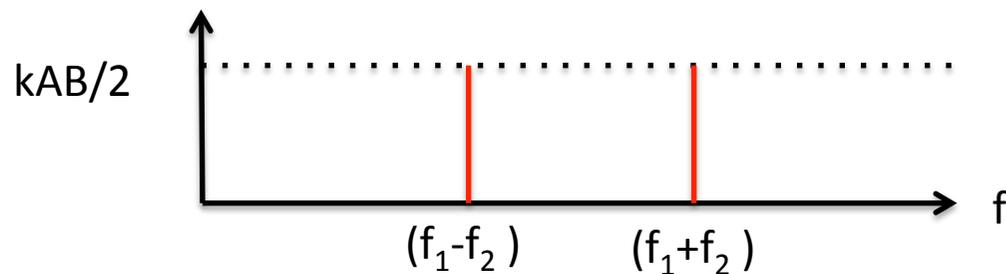


Changement de fréquence

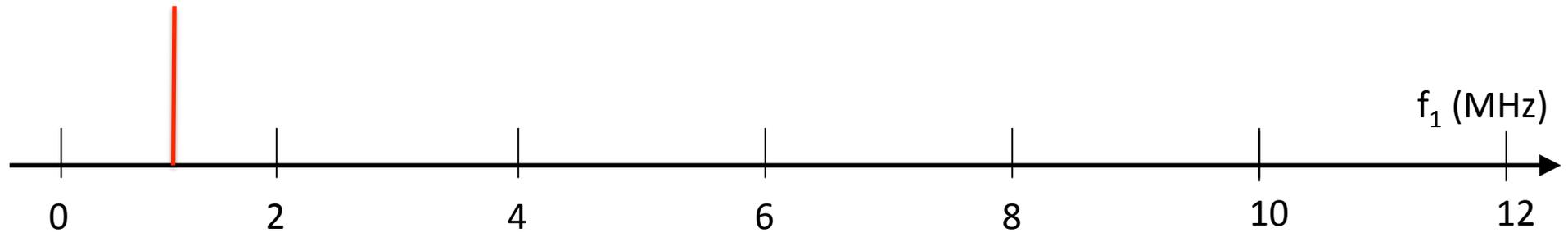


à f_2 fixe (1 MHz), si f_1 varie de 1 à 10 MHz :

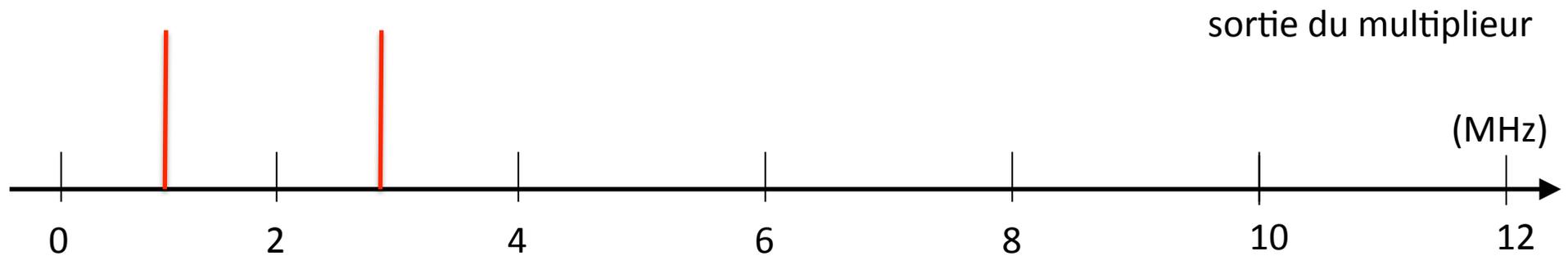
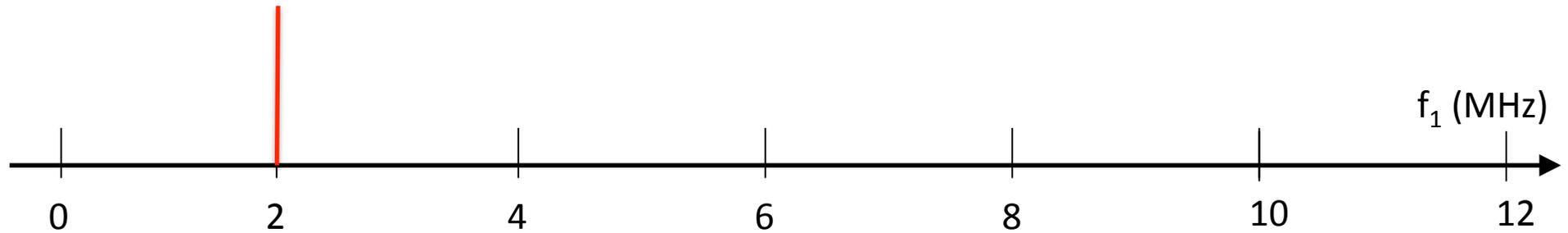
$f_1 - f_2$ variera de 0 Hz à 9 MHz et $f_1 + f_2$ de 2 MHz à 11 MHz



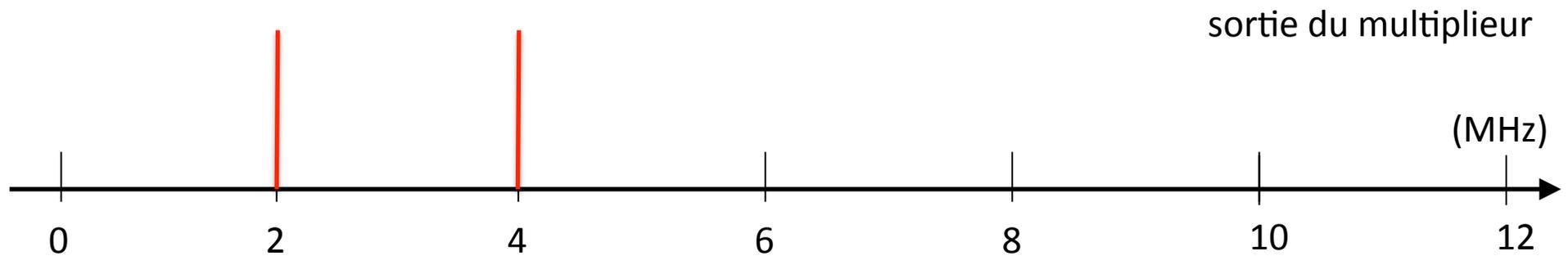
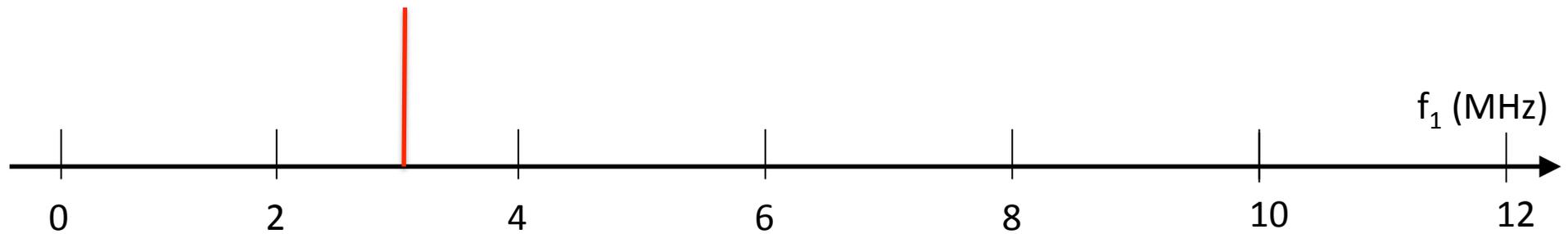
Changement de fréquence



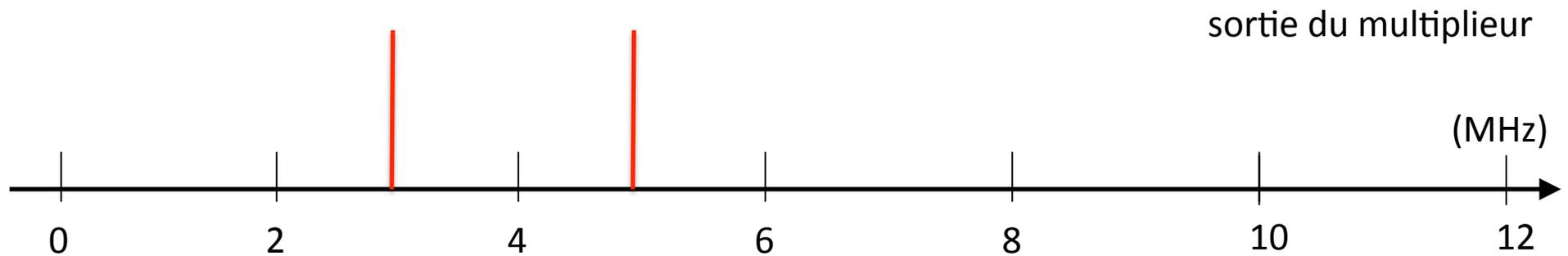
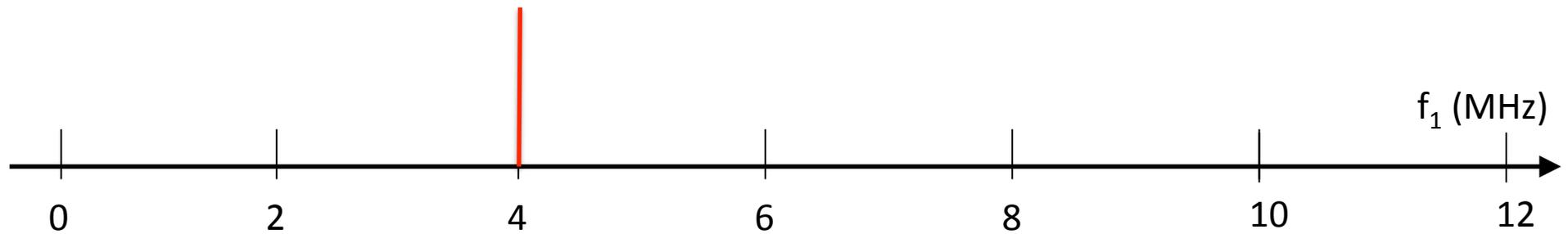
Changement de fréquence



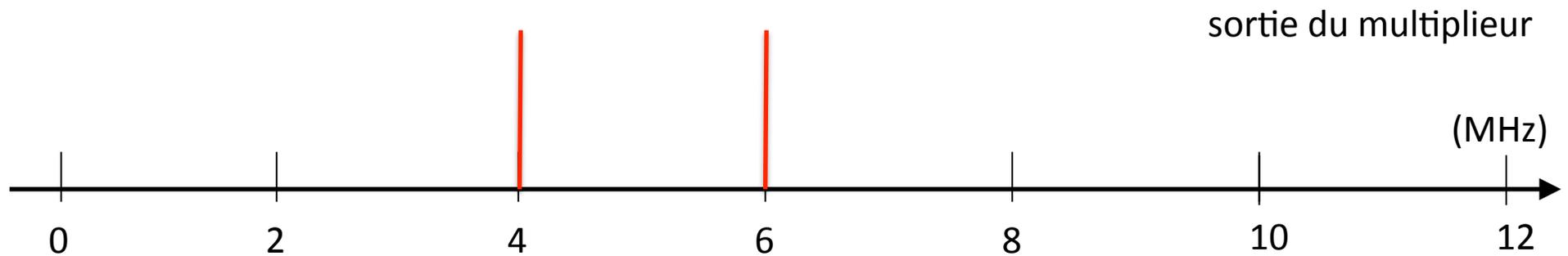
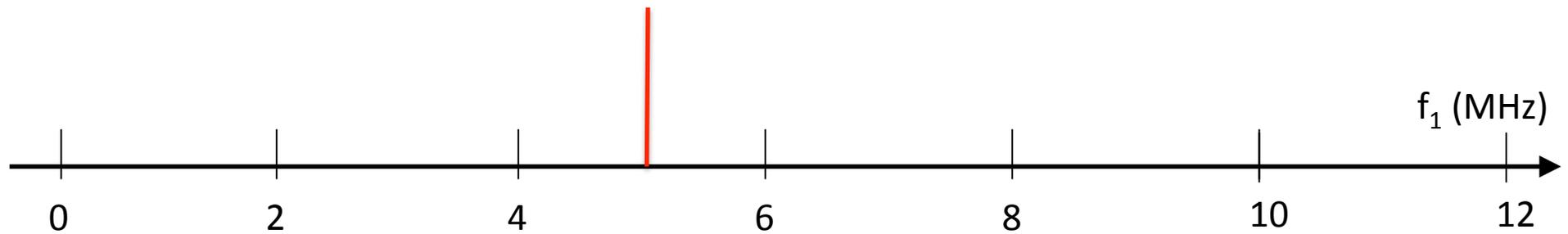
Changement de fréquence



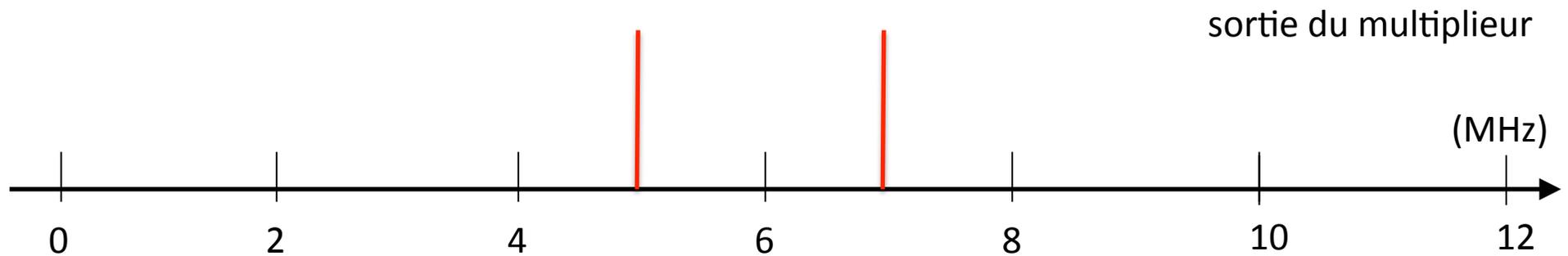
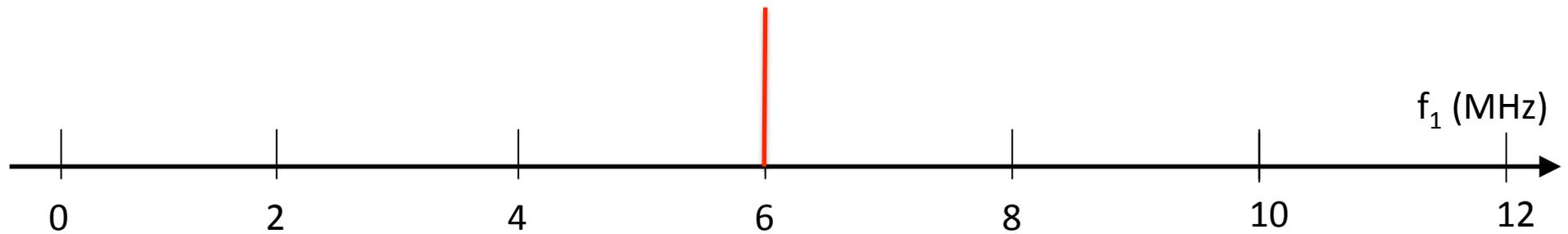
Changement de fréquence



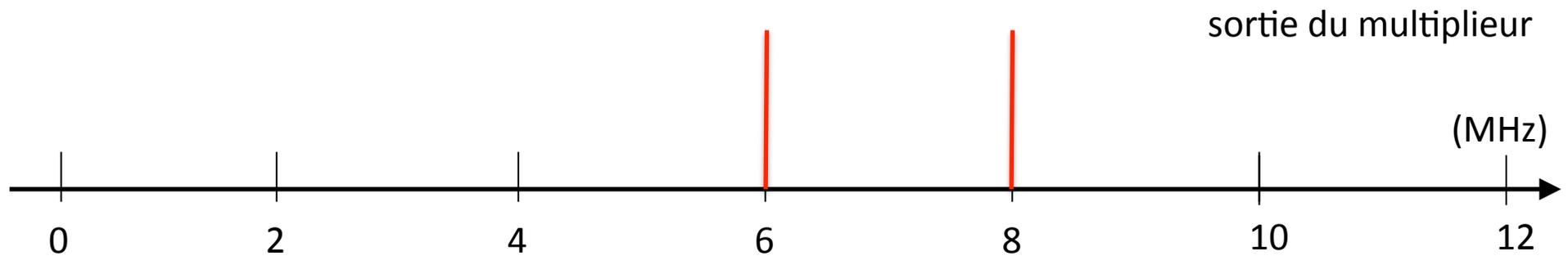
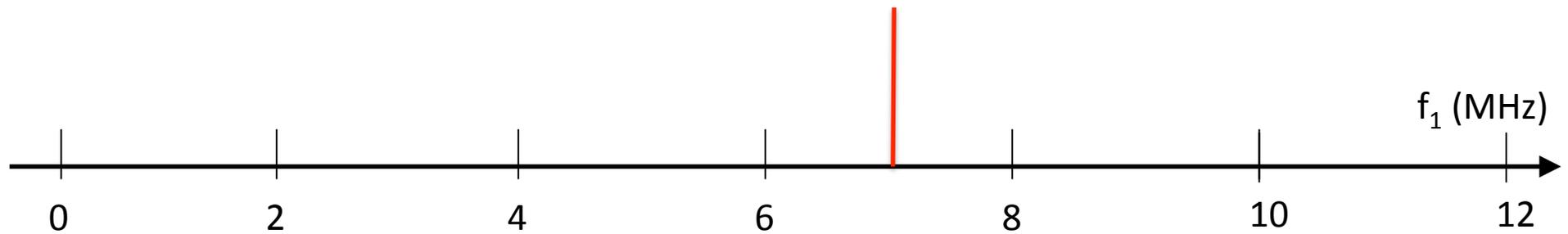
Changement de fréquence



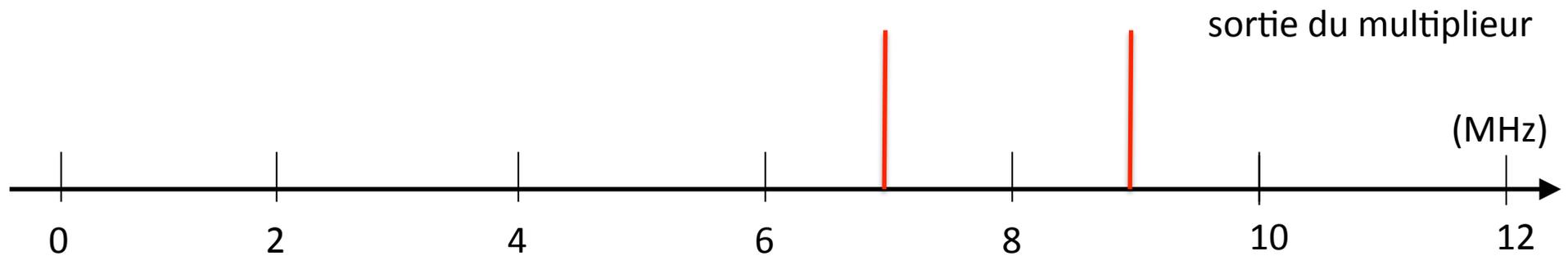
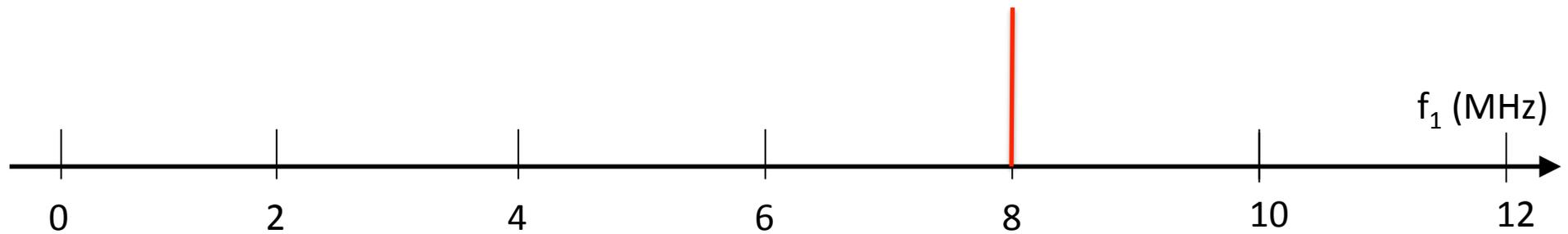
Changement de fréquence



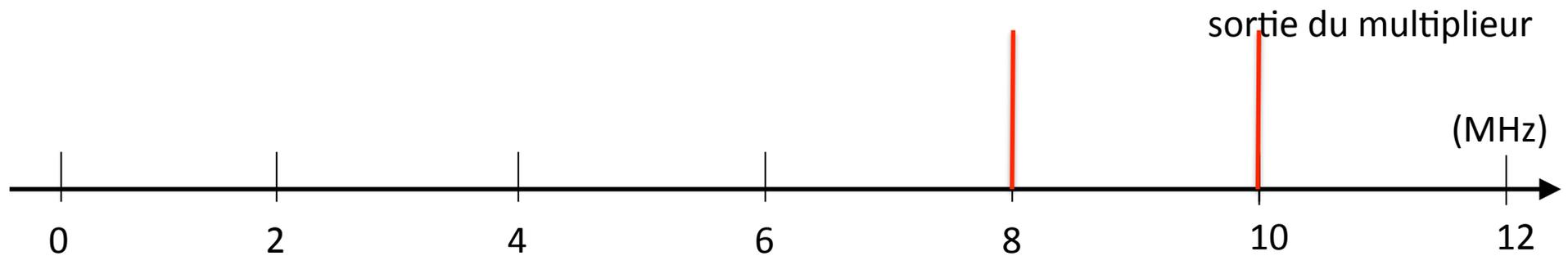
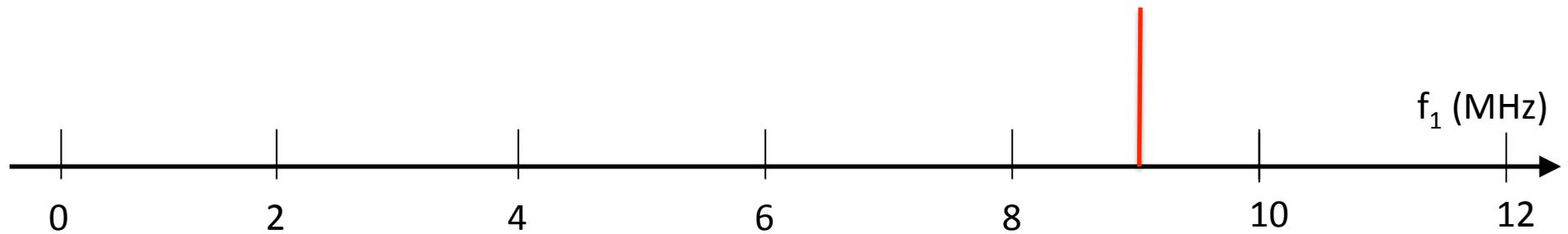
Changement de fréquence



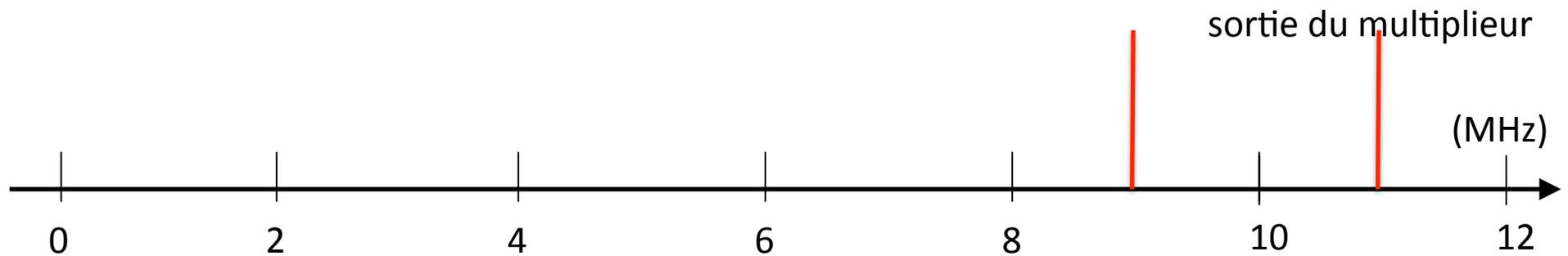
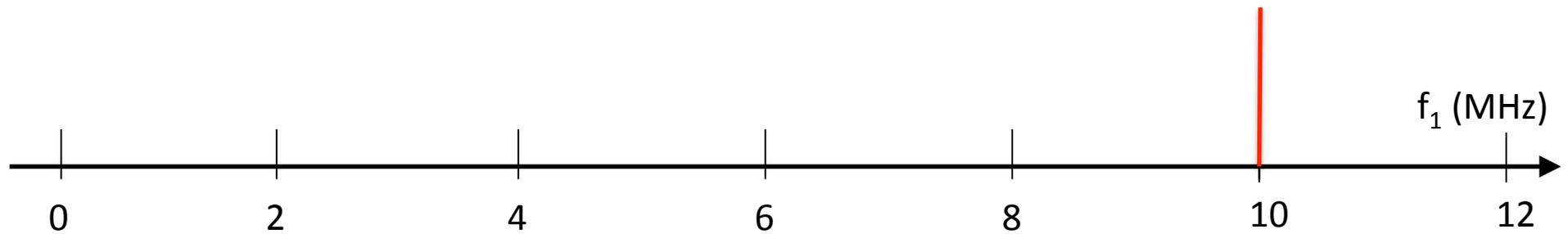
Changement de fréquence



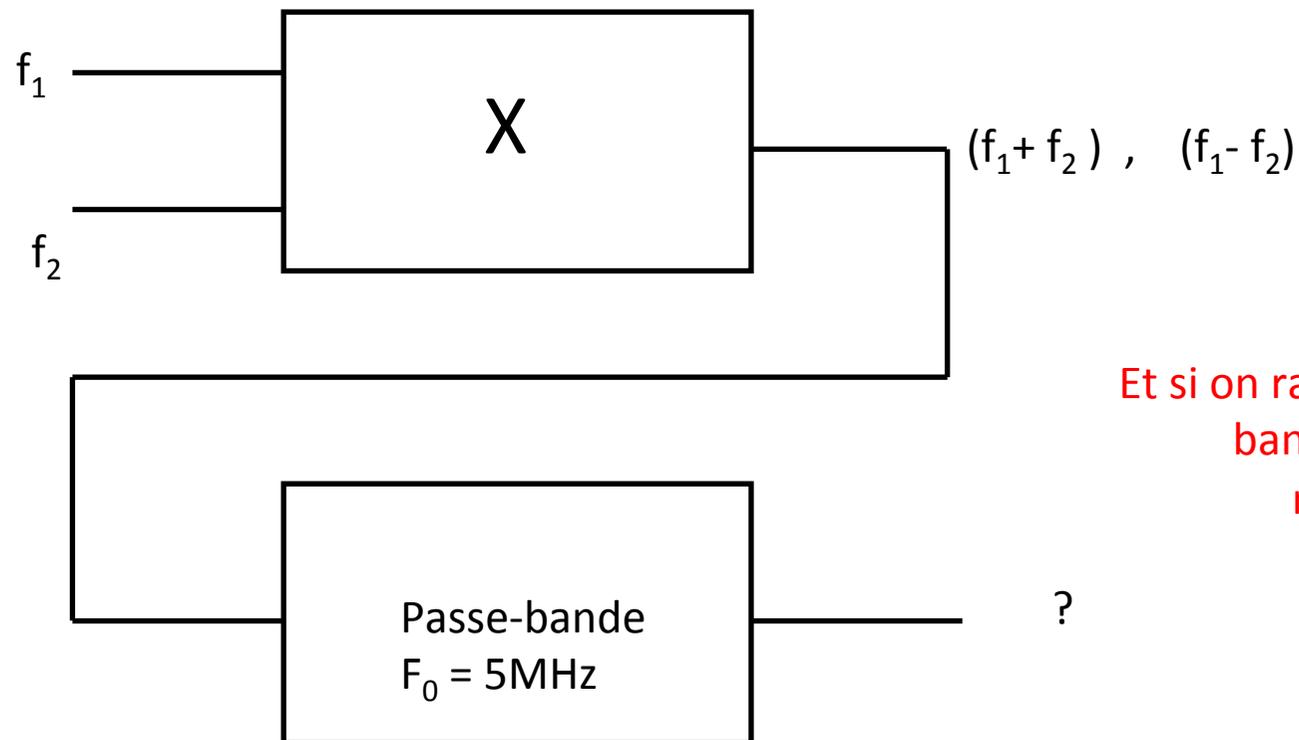
Changement de fréquence



Changement de fréquence



Changement de fréquence

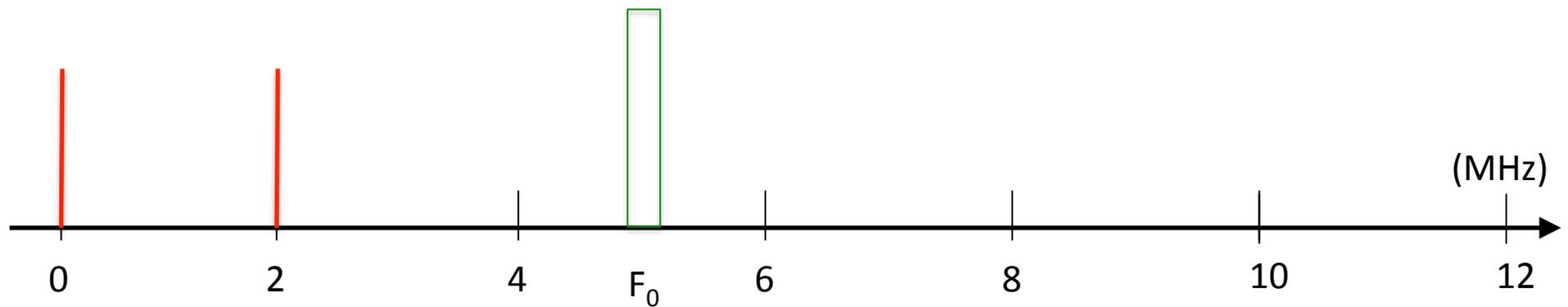
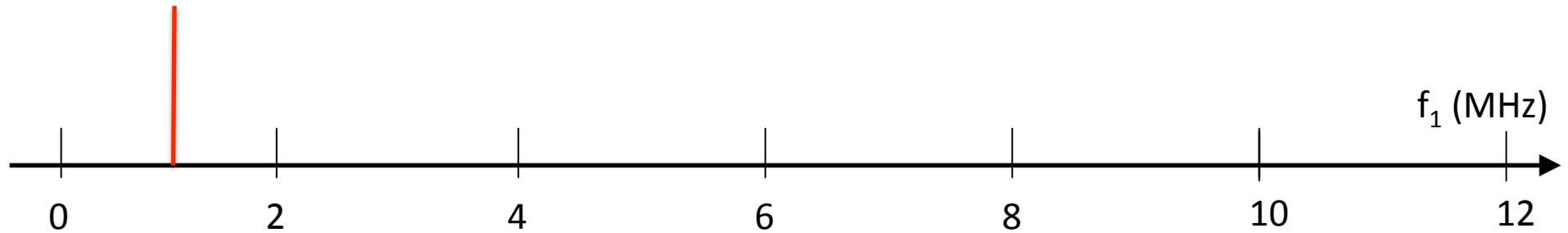


Et si on rajoute un filtre passe-bande en sortie du multiplieur ?

à f_2 fixe (1 MHz), si f_1 varie de 1 à 10 MHz :

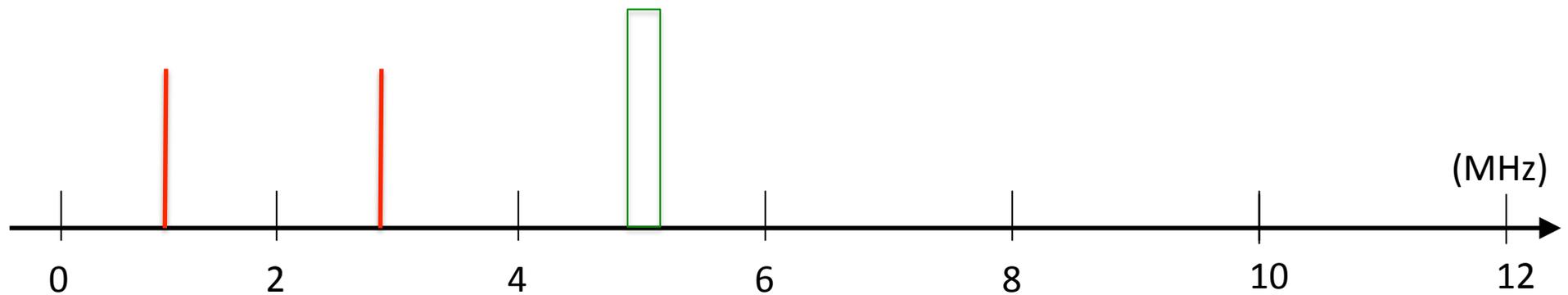
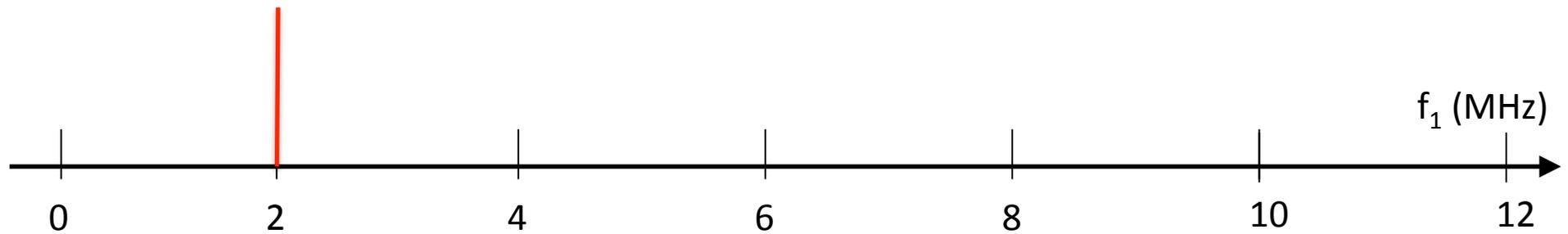
$f_1 - f_2$ variera de 0 Hz à 9 MHz et $f_1 + f_2$ de 2 MHz à 11 MHz

Changement de fréquence



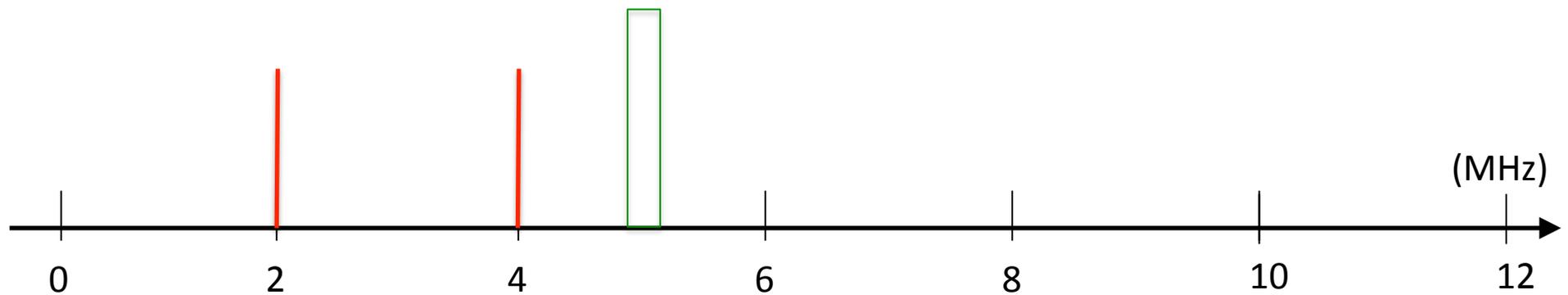
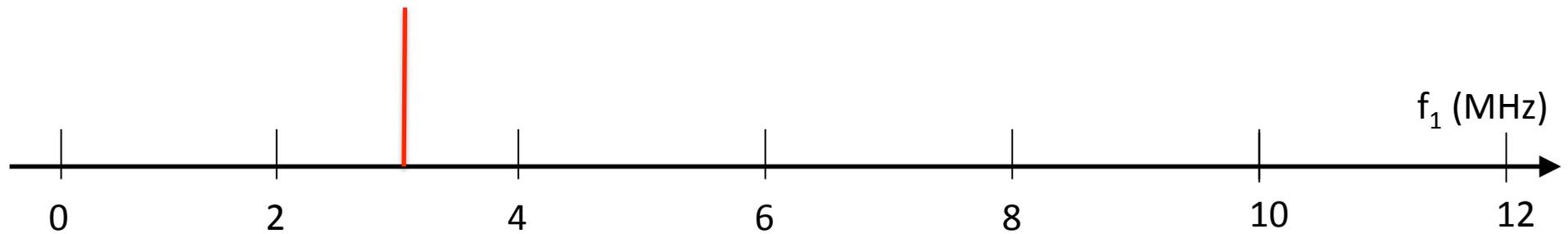
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence



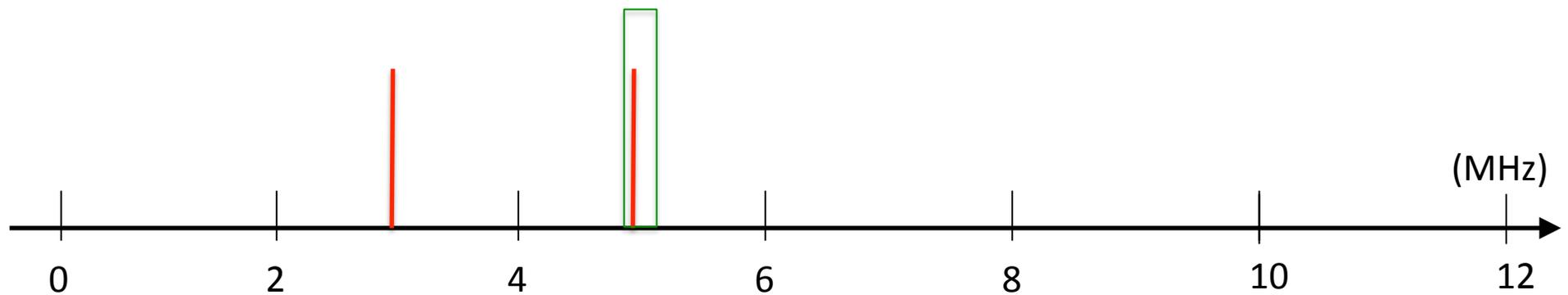
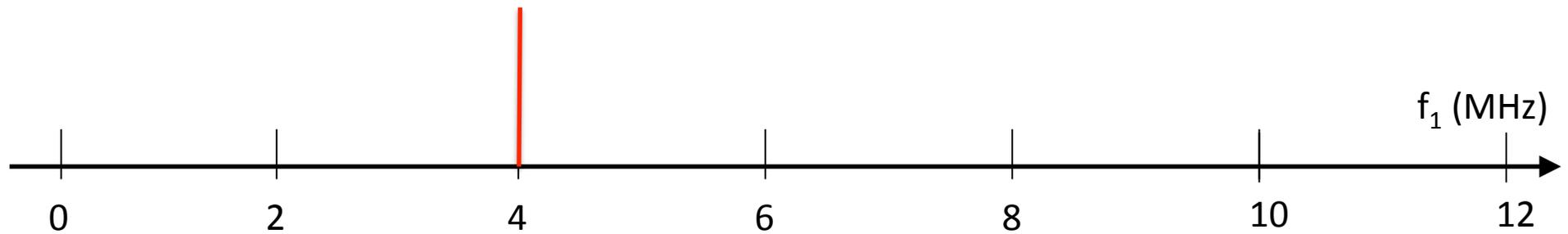
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence



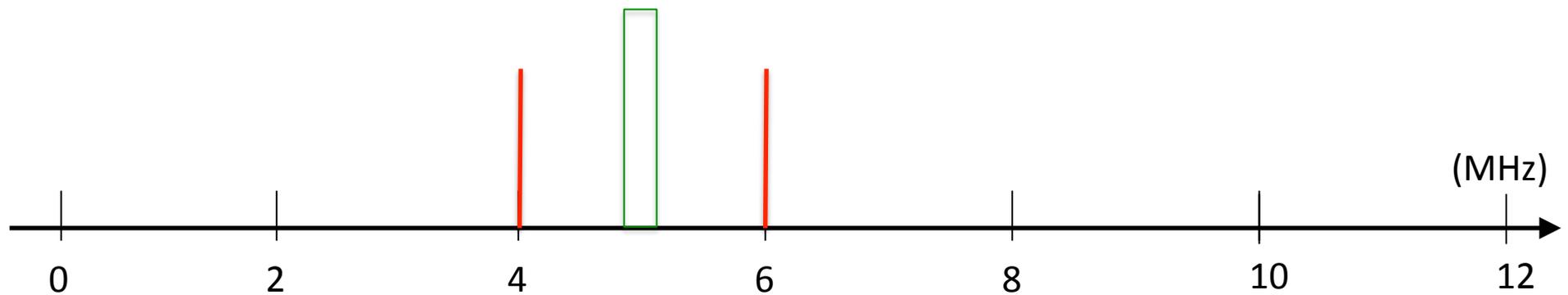
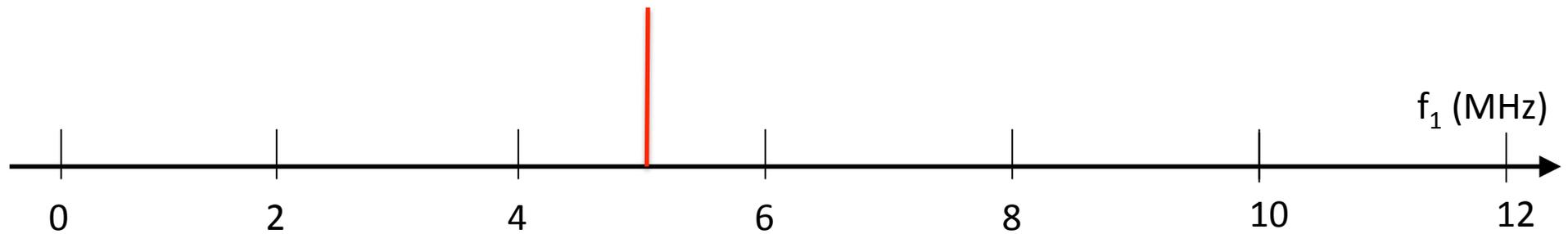
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence



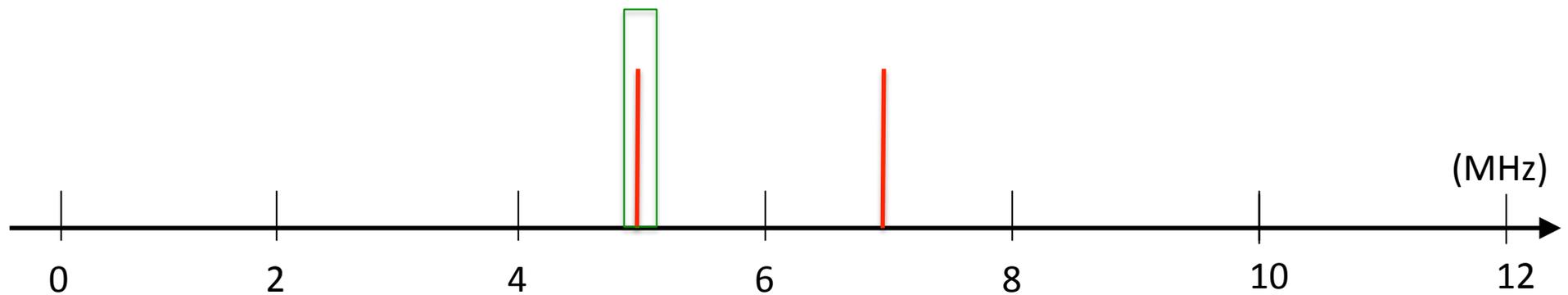
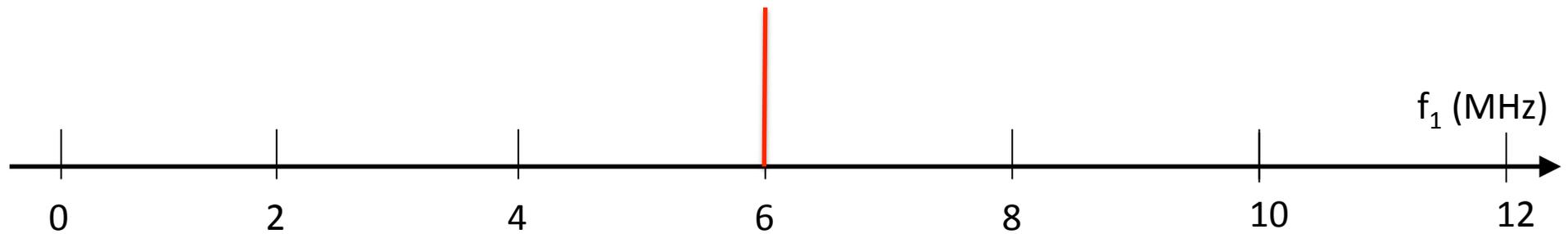
Sortie du filtre : signal sinusoïdal à 5 MHz

Changement de fréquence



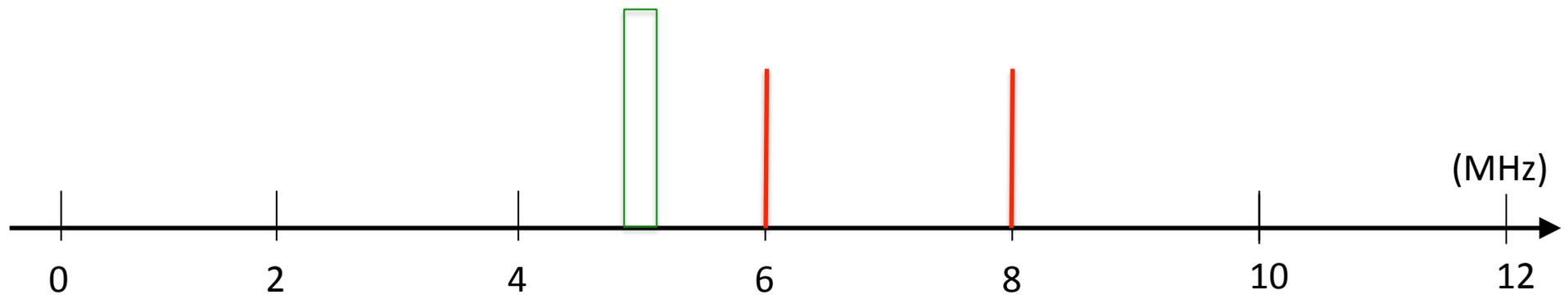
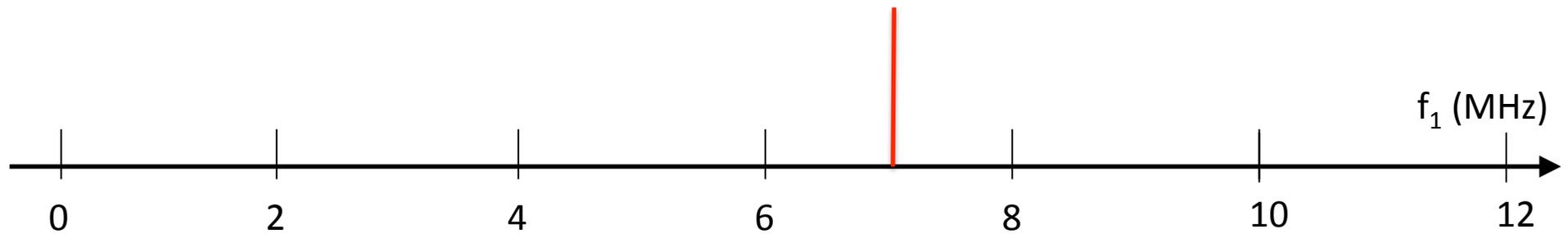
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence



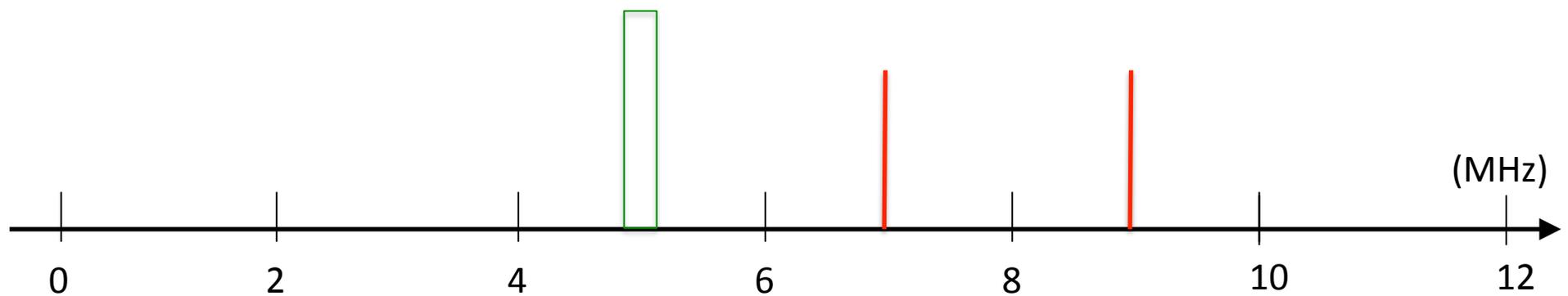
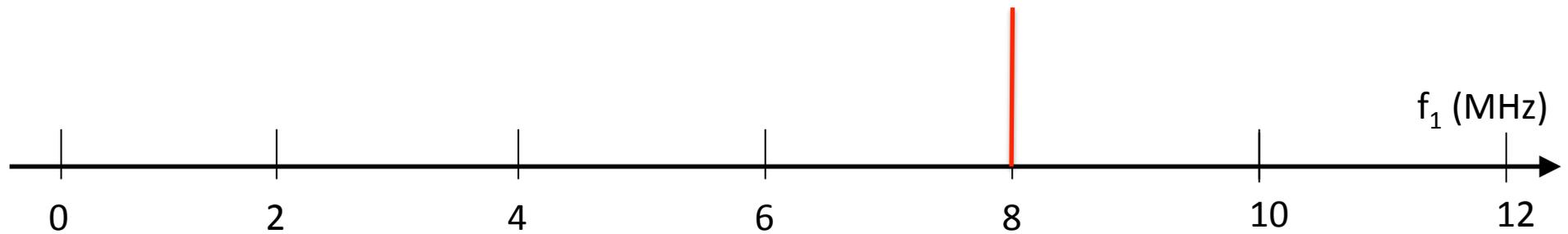
Sortie du filtre : signal sinusoïdal à 5 MHz

Changement de fréquence



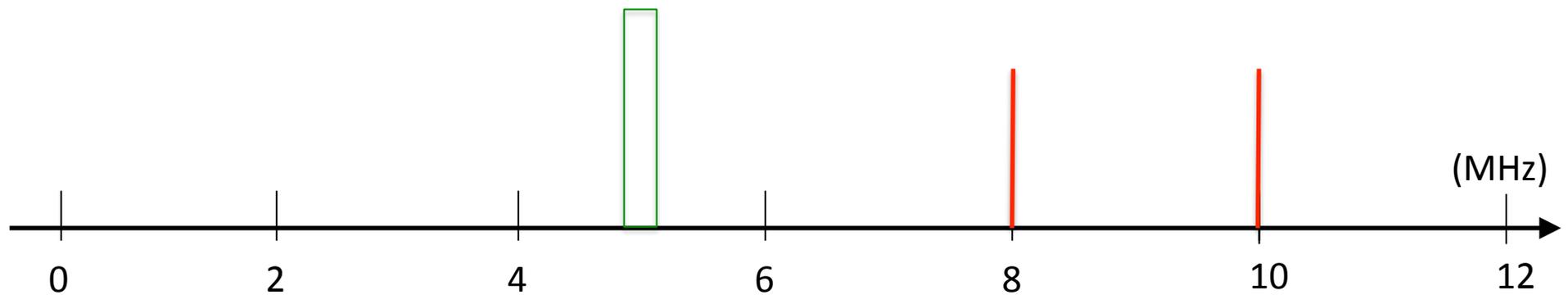
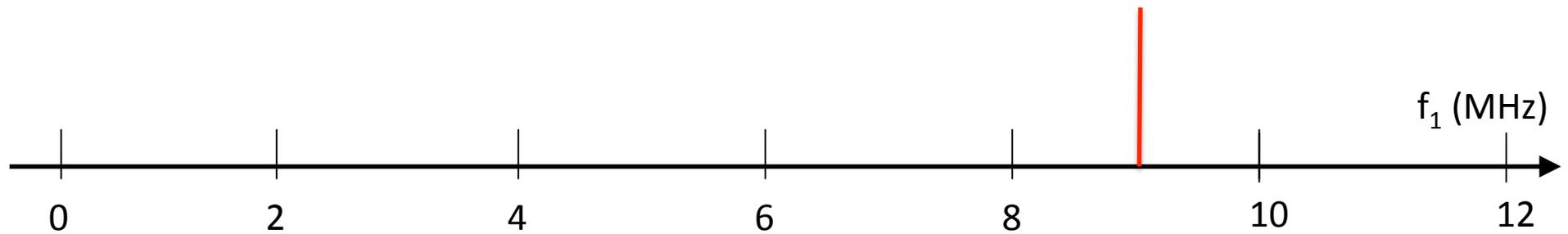
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence



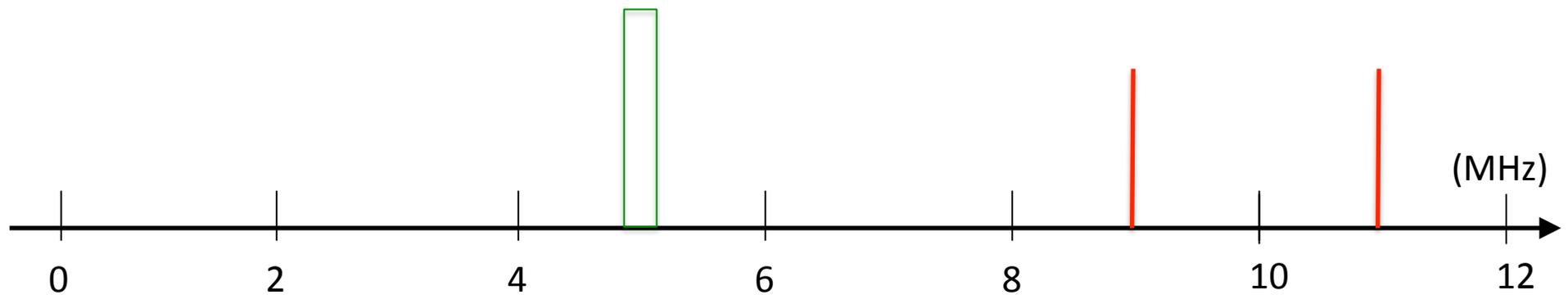
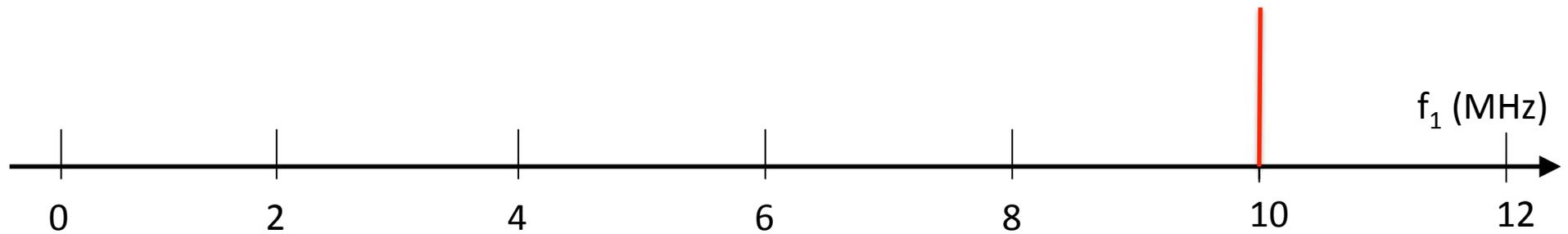
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence



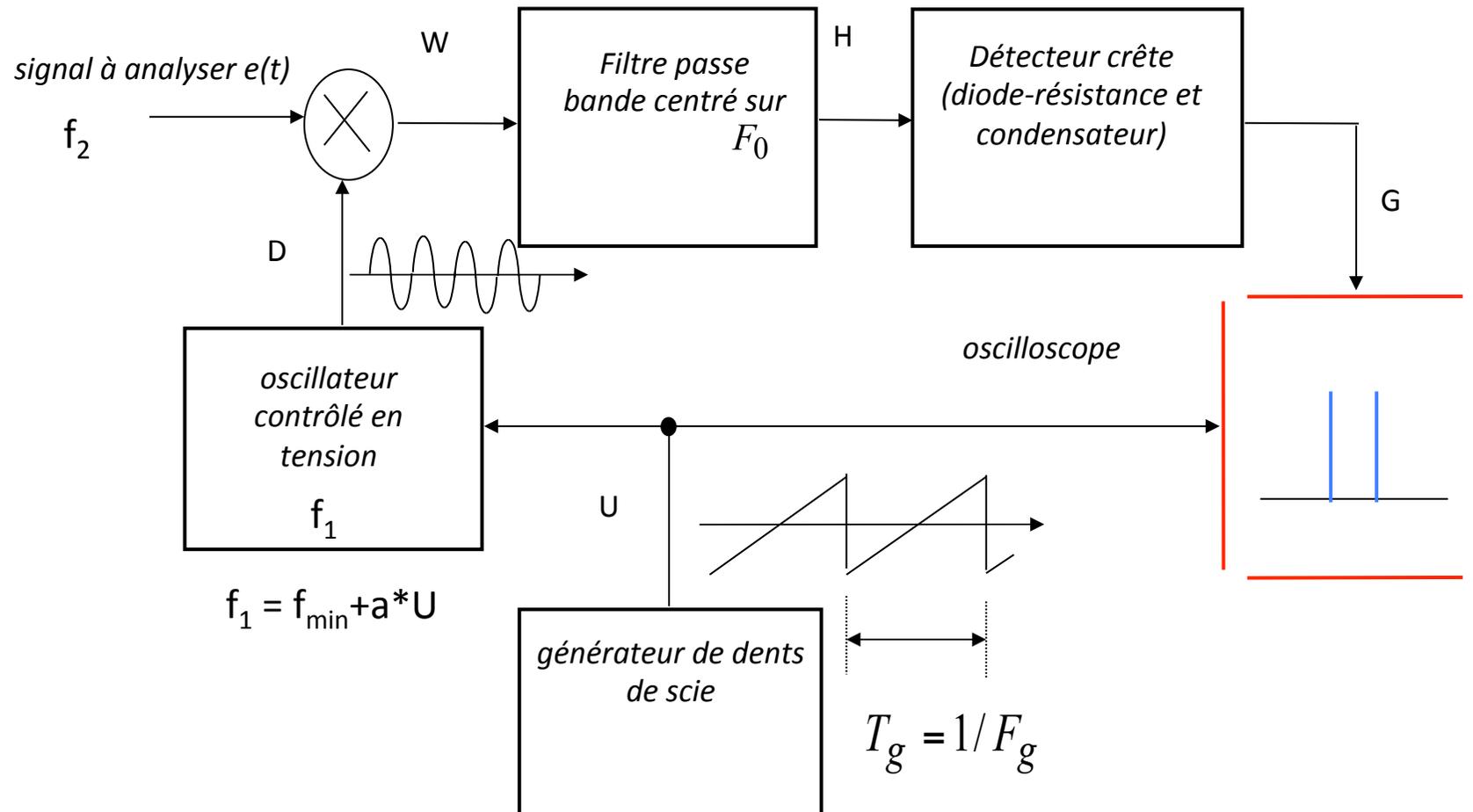
Sortie du filtre : pas de signal

Changement de fréquence

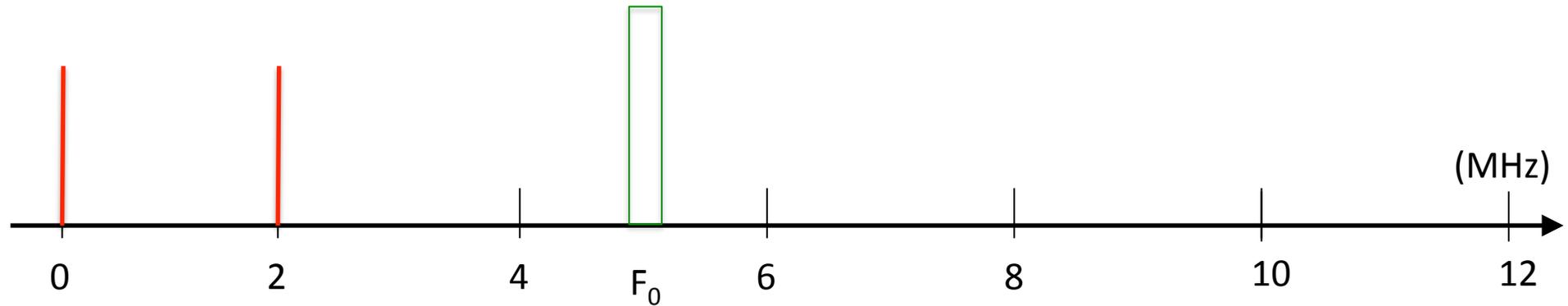


Sortie du filtre : pas de signal

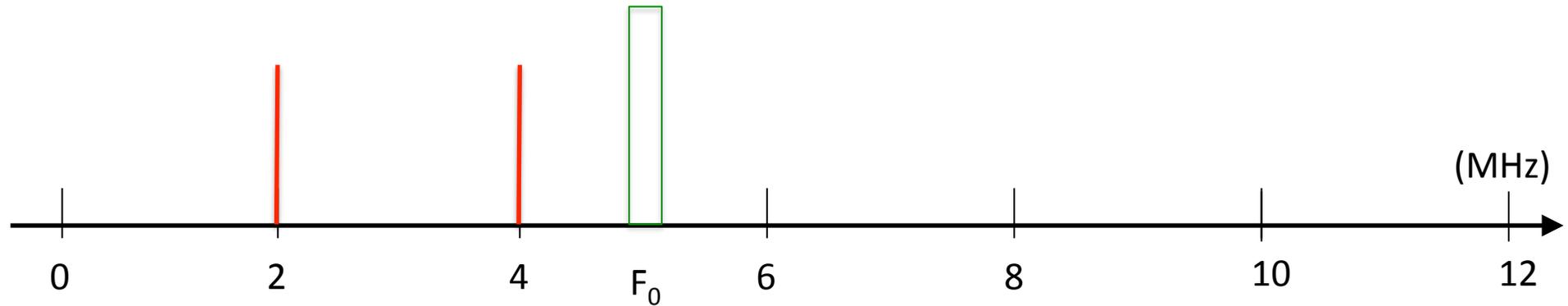
Schéma d'un analyseur de spectre



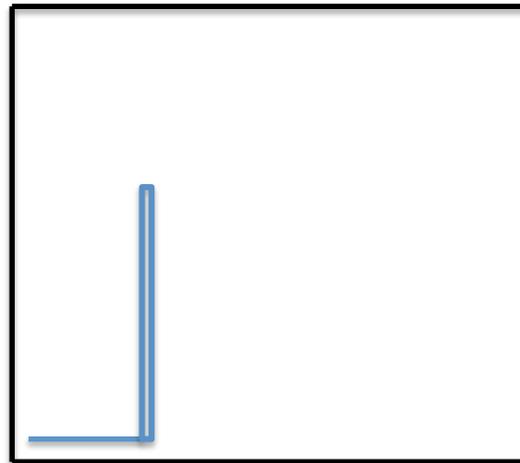
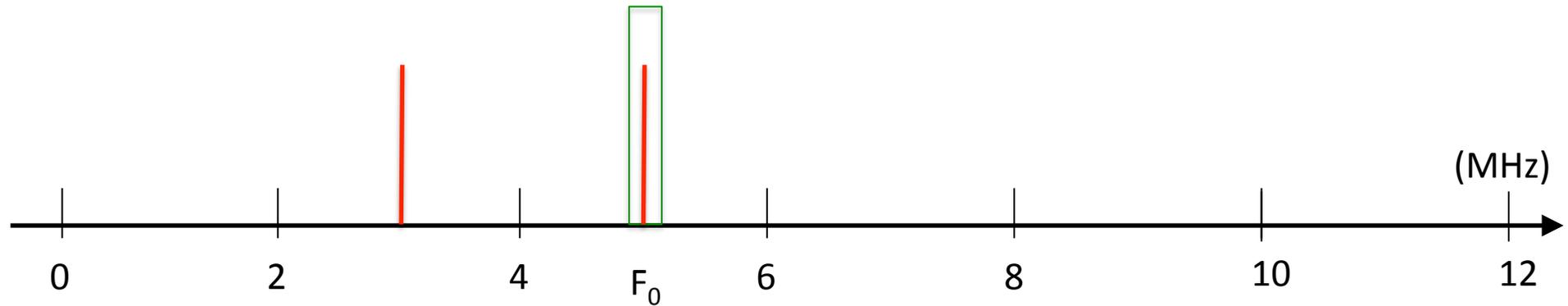
Changement de fréquence



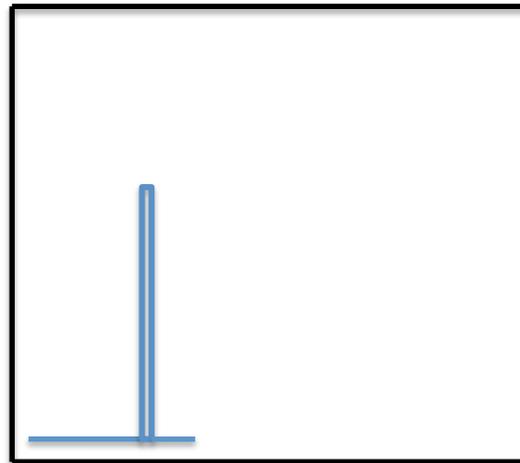
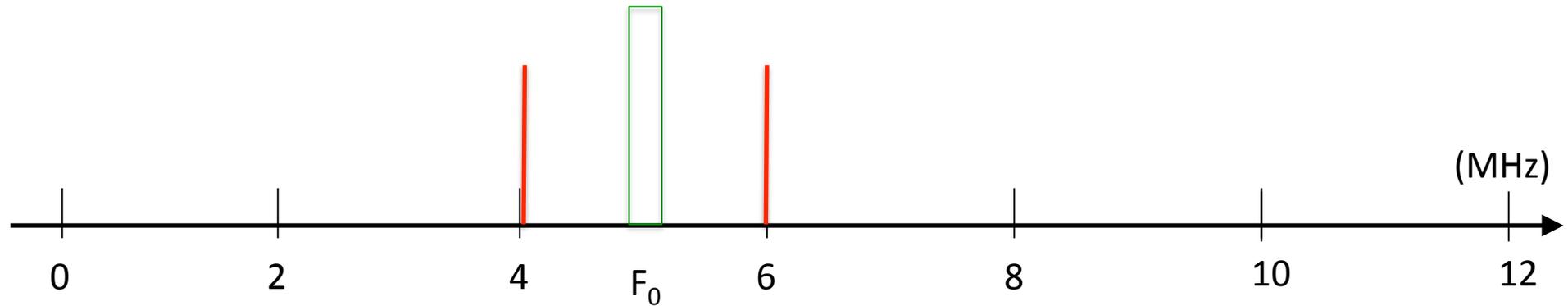
Changement de fréquence



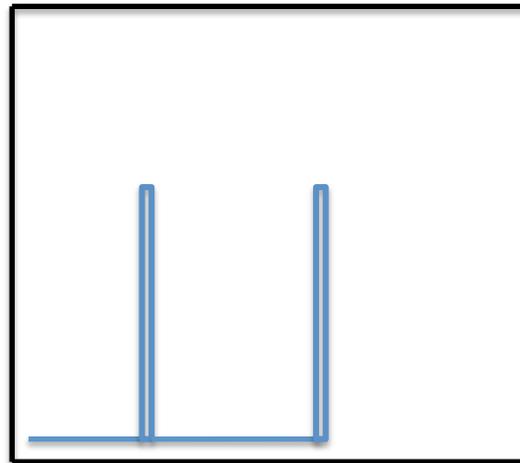
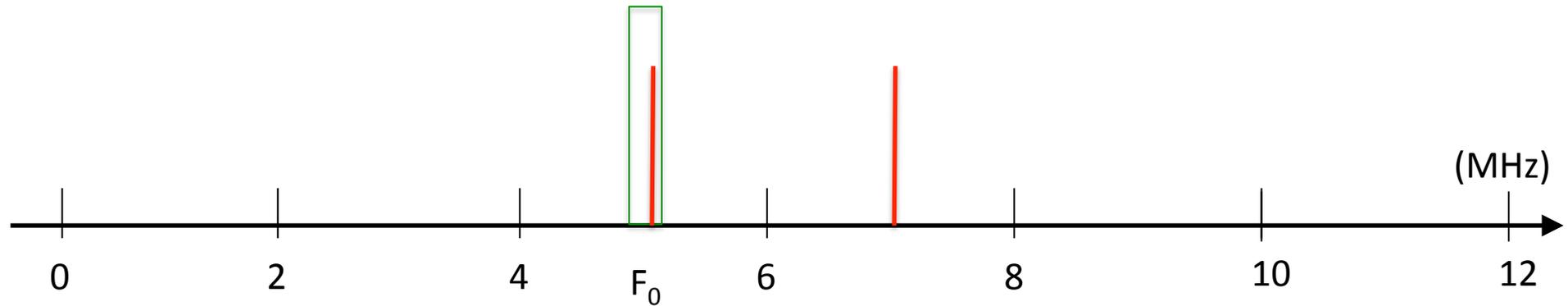
Changement de fréquence



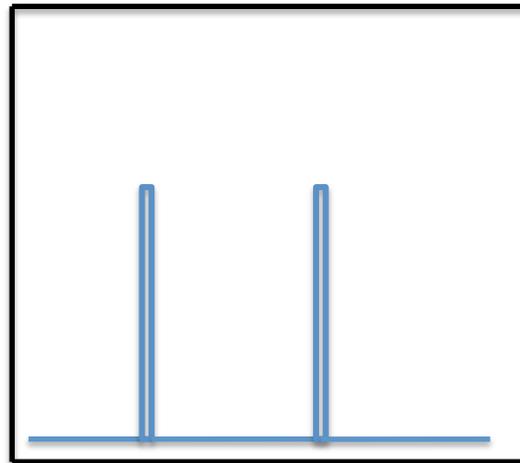
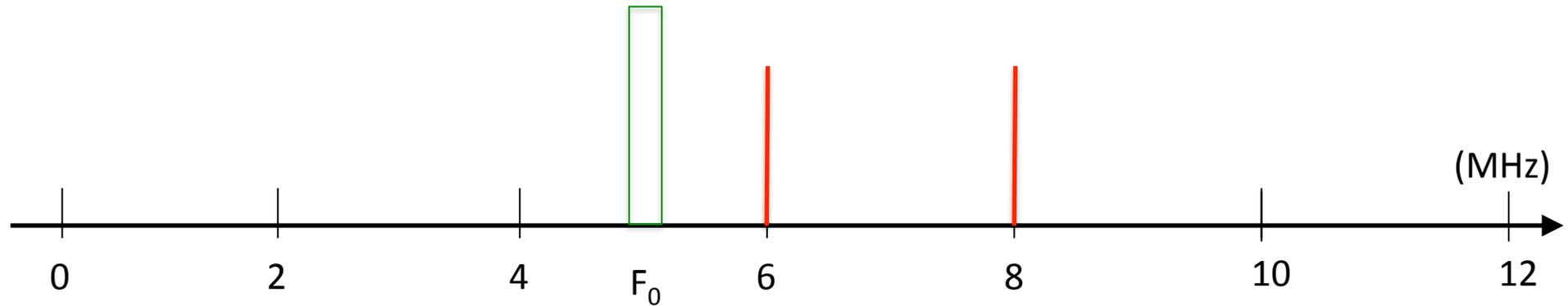
Changement de fréquence



Changement de fréquence



Changement de fréquence



Principaux réglages

Gamme de fréquence (Span)

Sensibilité verticale (généralement en dBm)

résolution (RBW : Resolution BandWidth)

la vitesse de balayage

Vous verrez les détails en TD et en TP

Quelques sites

- Wikipedia
- <http://lumimath.univ-mrs.fr/~jlm/cours/fourier/fouriersos.htm>
- <http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Fourier/fourier1.html>
- http://www.iut-bethune.univ-artois.fr/sokol/cours/ser_four/fourier.html
- <http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Analyse/Fourier.htm>
- <http://www.falstad.com/fourier/>
-