

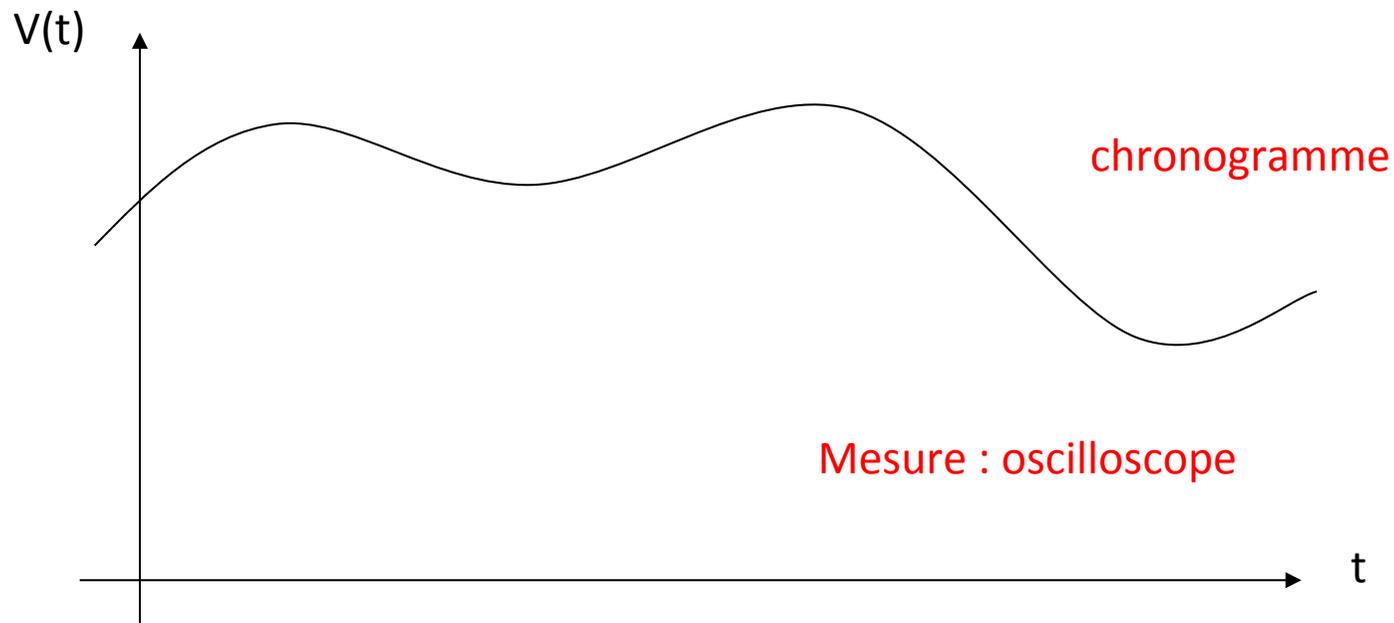
Représentations temporelle et fréquentielle

Pour l'étude des systèmes
électroniques nous avons besoin
d'outils de description et de
représentation des signaux et systèmes

- Pour l'étude des systèmes électroniques nous avons besoins d'outils de description et de représentation des signaux et systèmes

Représentation temporelle

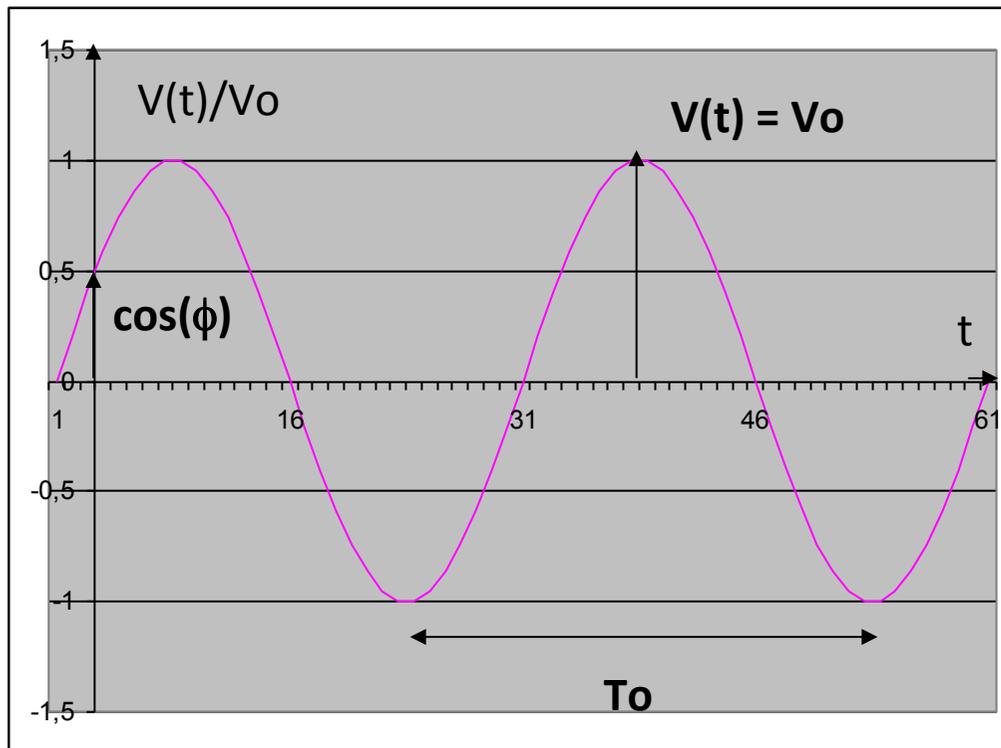
Nous avons l'habitude d'observer et de décrire les signaux électriques dans le domaine temporel, on parle alors de leur valeur instantanée $v(t)$, $i(t)$.



Exemple : fonction sinusoïdale

Soit $v(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$, pour définir une telle fonction mathématique 3 grandeurs sont nécessaires et suffisantes :

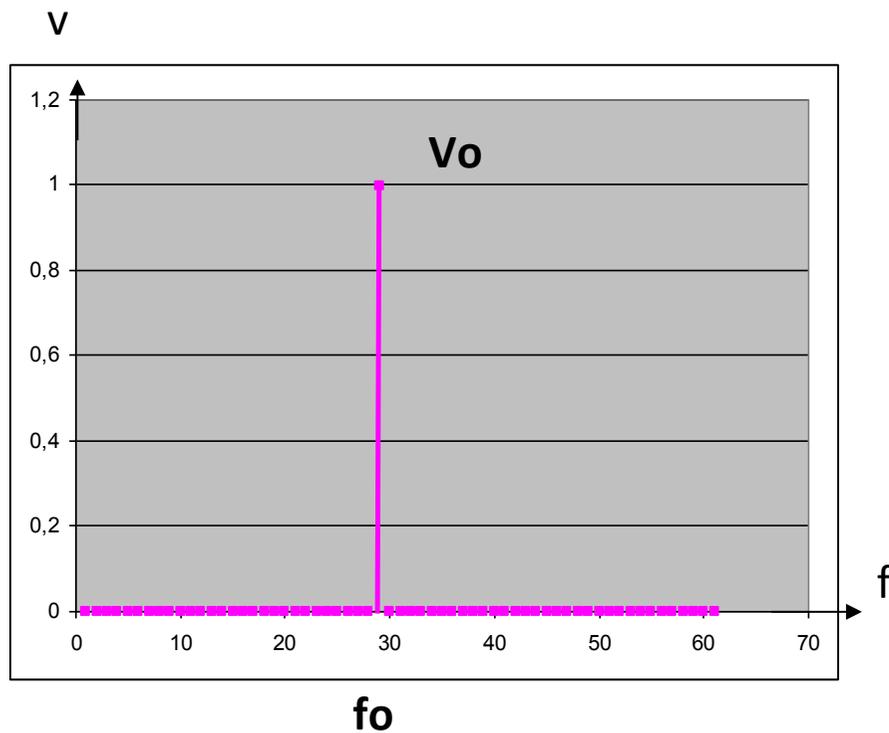
- ✓ l'amplitude V_0
- ✓ la pulsation $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 2\pi f_0$ où T_0 et f_0 sont respectivement la période et la fréquence
- ✓ la phase à l'origine Φ



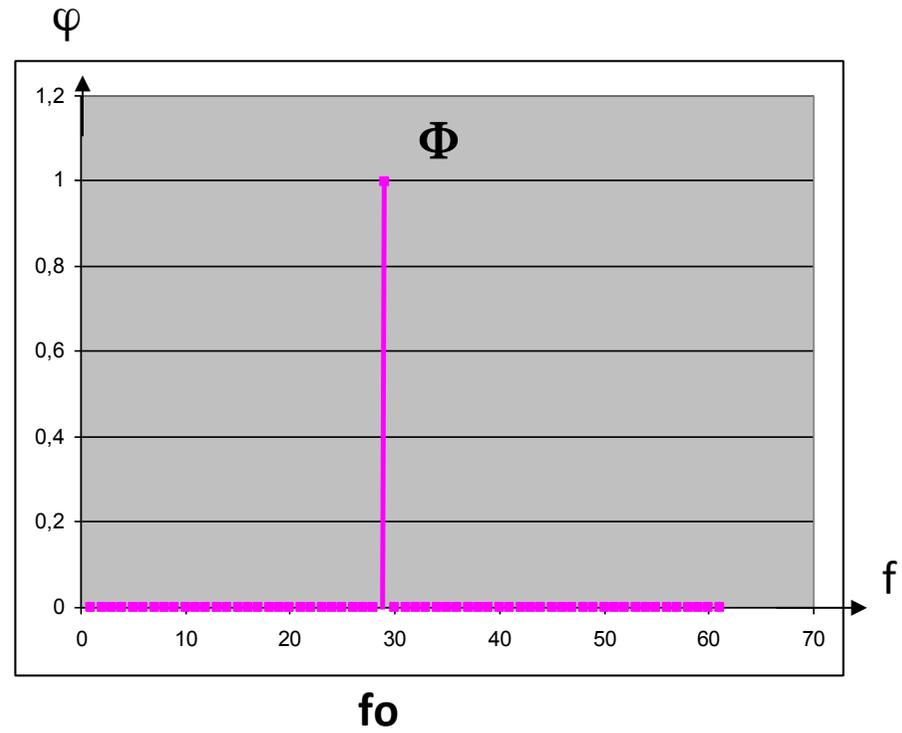
Cette représentation n'est pas la seule possible

Représentation fréquentielle

On peut représenter la tension $v(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$,



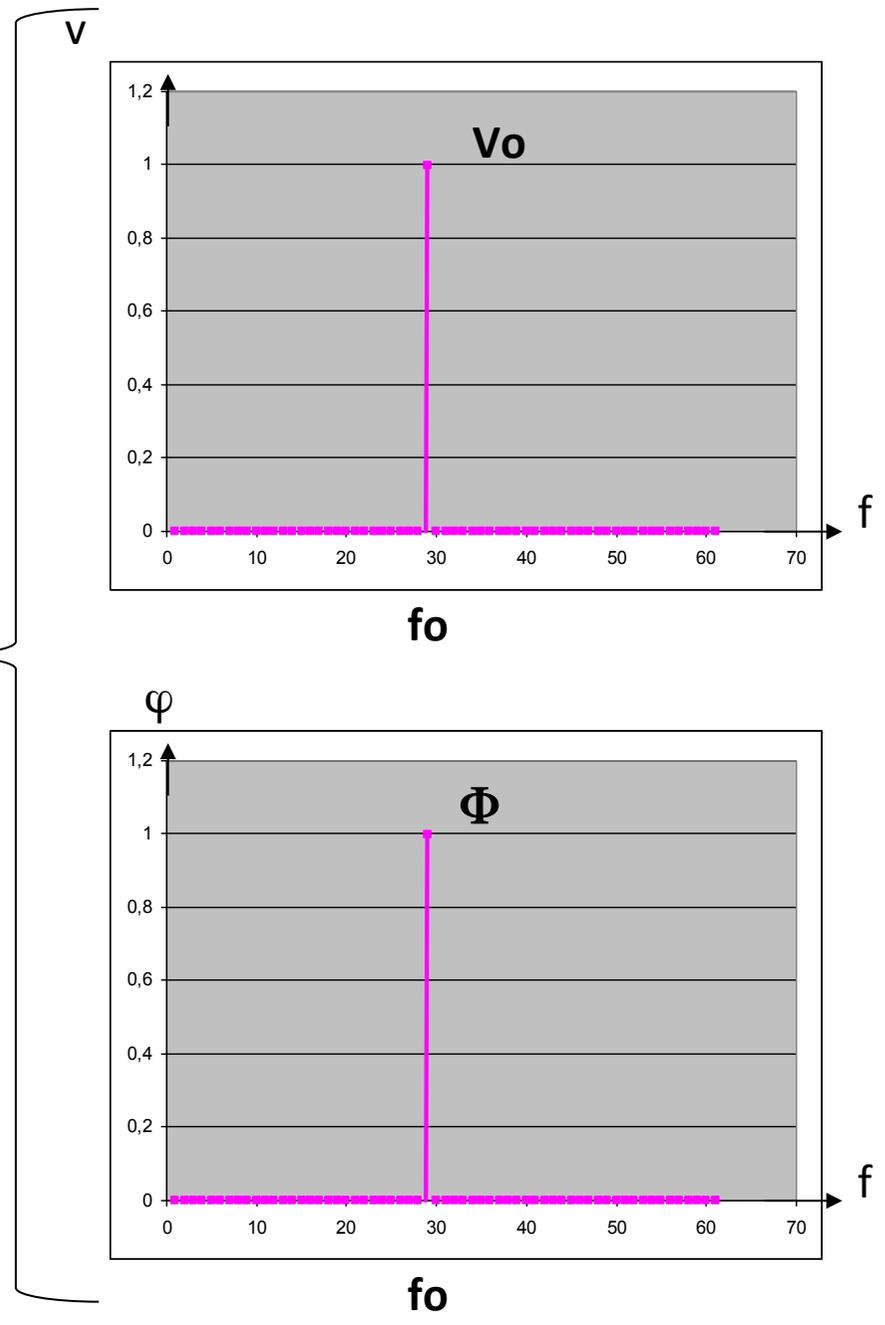
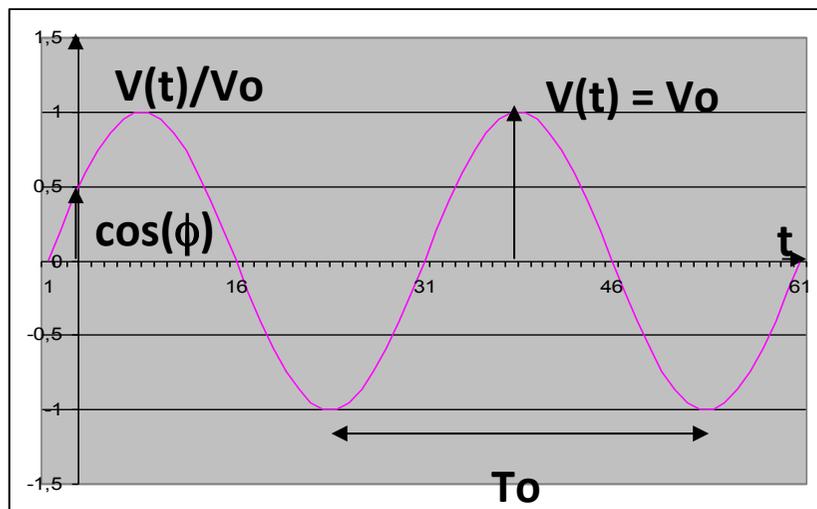
A la fréquence f_0 , l'amplitude est égale à V_0



A la fréquence f_0 , la phase est égale à Φ

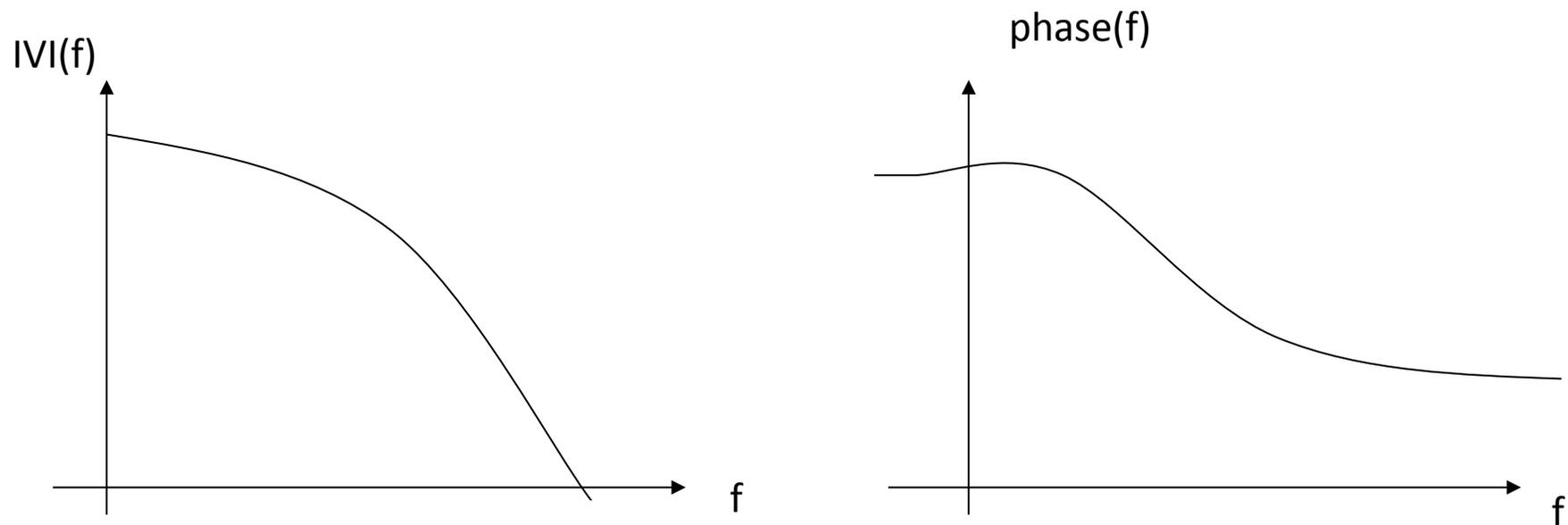
remarques

- Les deux représentations sont équivalentes, elles contiennent la même information et on peut passer facilement de l'une à l'autre.
- Pour la représentation fréquentielle, la courbe de phase est indispensable, sans elle on ne peut reconstituer la courbe $v(t)$.



Généralisation de la représentation fréquentielle

- Pour toute tension $v(t)$ il existe une autre représentation, la représentation dans le domaine des fréquences : $v(f)$



Calculs

Pour passer d'une représentation à l'autre dans le cas de signaux plus complexes qu'une simple fonction sinusoïdale il existe des outils mathématiques :

- la décomposition en série de Fourier
- la transformée de Fourier

Ces outils seront décrits en détail en mathématique

Séries de Fourier

Tout signal périodique peut s'écrire comme une somme infinie de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples entier de la fréquence du signal :

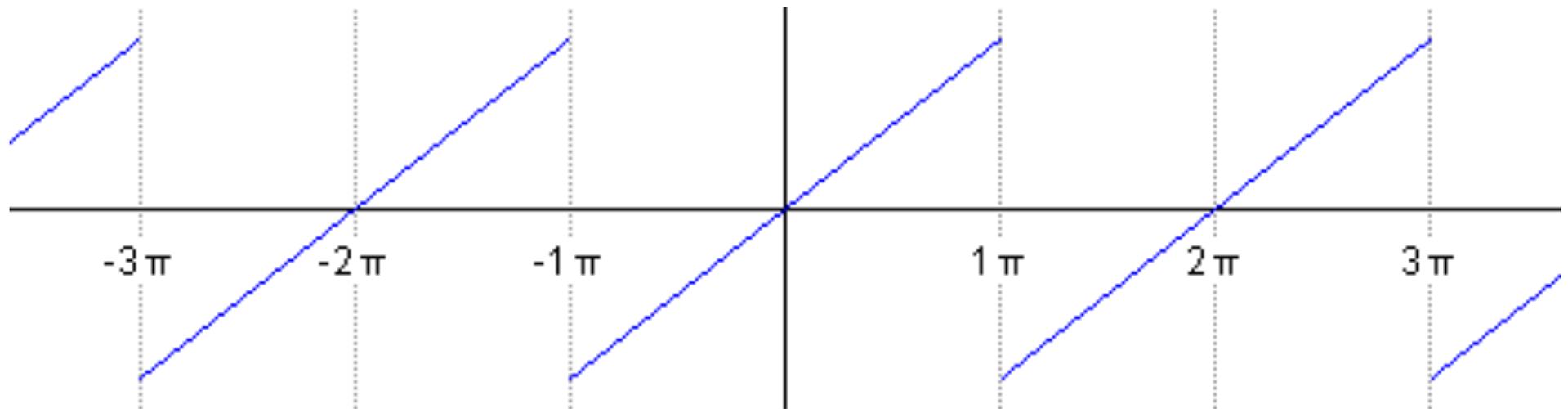
$$v(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [b_n \cos(n\omega t) + a_n \sin(n\omega t)]$$

$$b_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) dt \quad \text{Valeur moyenne du signal}$$

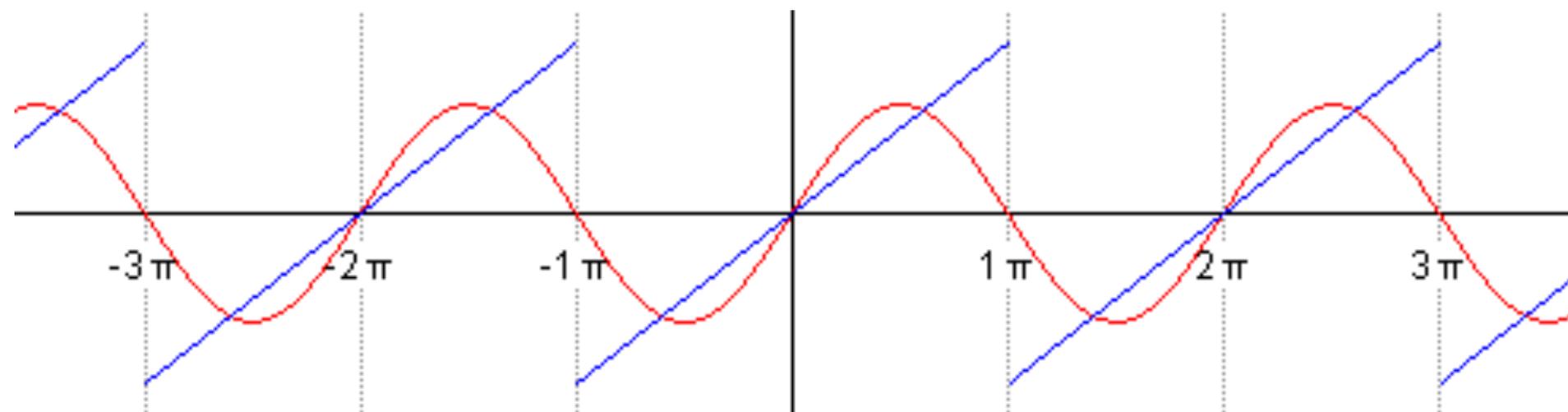
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) \sin(n\omega t) dt$$

Exemple : rampe périodique



Extrait de wikipedia



Seconde écriture

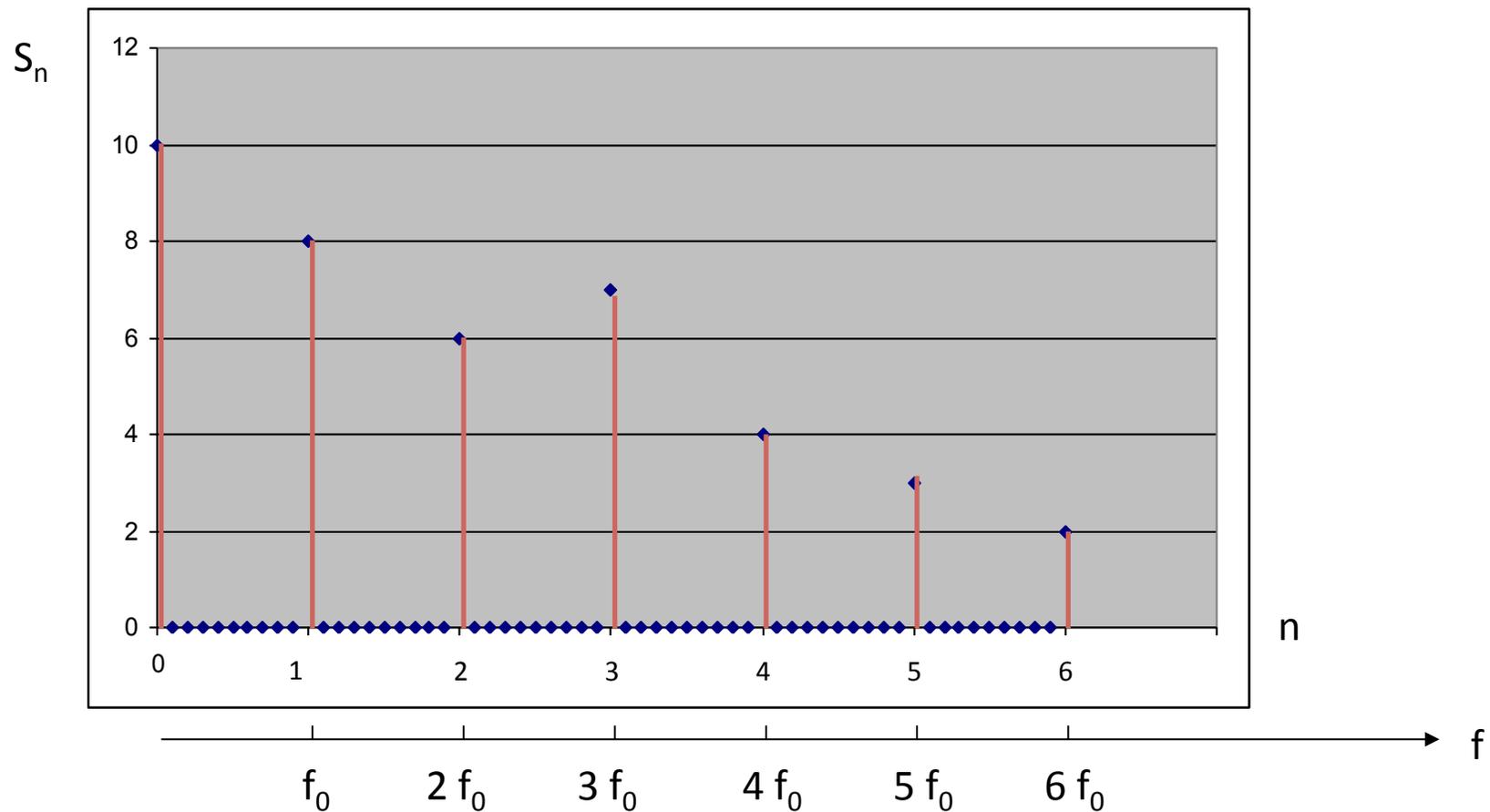
$$v(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$

avec

$$\operatorname{tg}(\varphi_n) = a_n/b_n \quad \text{et} \quad s_n^2 = a_n^2 + b_n^2$$

Spectre du signal

- On appelle spectre la représentation graphique des s_n en fonction de la fréquence



Propriété

Le spectre d'un signal périodique est constitué d'impulsions (raies) aux fréquences $f_0, 2f_0, 3f_0, 4f_0, 5f_0, \dots, nf_0, \dots$

**f_0 est appelée fréquence fondamentale
Les fréquences nf_0 sont les harmoniques**

troisième écriture

$$v(t) = \sum_{n \rightarrow -\infty}^{n \rightarrow \infty} c_n e^{jn\omega t} \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) e^{-jn\omega t} dt$$

avec

$$c_n = \frac{S_n}{2} e^{-j\varphi_n}$$

Remarques

1/ C'est équivalent à la notation complexe des fonctions sinusoidales

$$\cos(n\omega t) = \frac{e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}}{2} \quad \sin(n\omega t) = \frac{e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}}{2j}$$

2/ Cette représentation induit un spectre dit « bilatéral » où apparaissent des fréquences « négatives », il s'agit bien évidemment d'une convention d'écriture et de représentation sans signification physique.

Transformée de Fourier

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j\omega t} df \qquad V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j\omega t} dt$$

Cet outil est utilisé pour tout type de signal. La seule condition est qu'il s'agisse d'un signal d'énergie finie, ce qui est le cas pour les signaux réels.

remarques

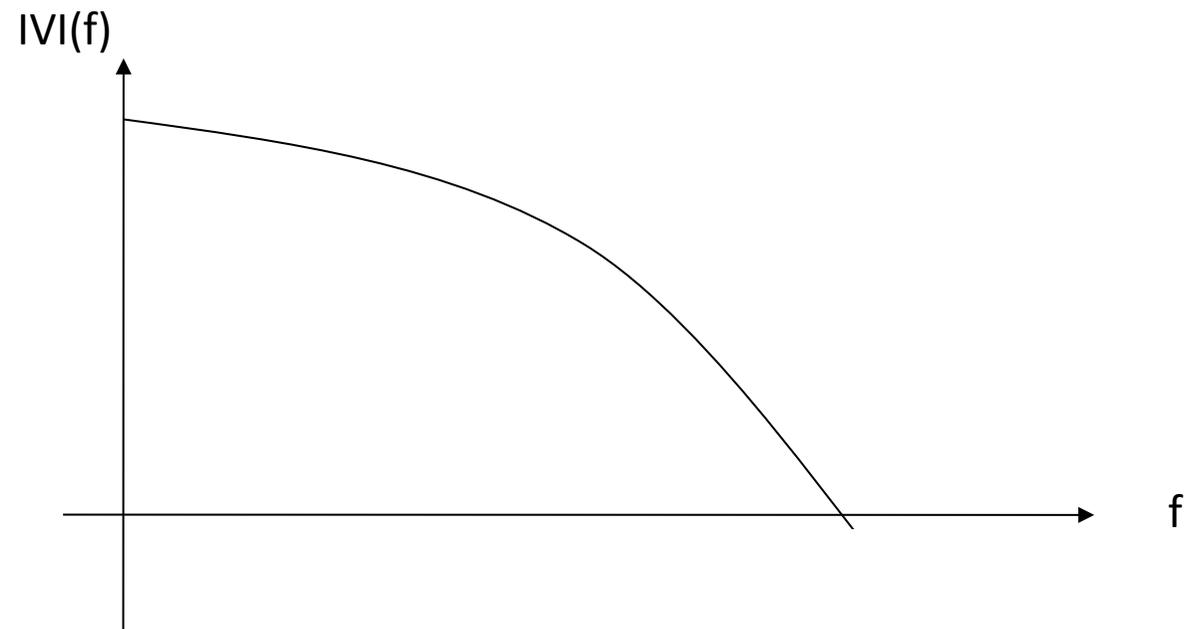
On remarquera la similitude avec la 3ème écriture des séries de Fourier

$$v(t) = \sum_{n \rightarrow -\infty}^{n \rightarrow \infty} c_n e^{jn\omega t} \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) e^{-jn\omega t} dt$$

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j\omega t} df \quad V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j\omega t} dt$$

Spectre

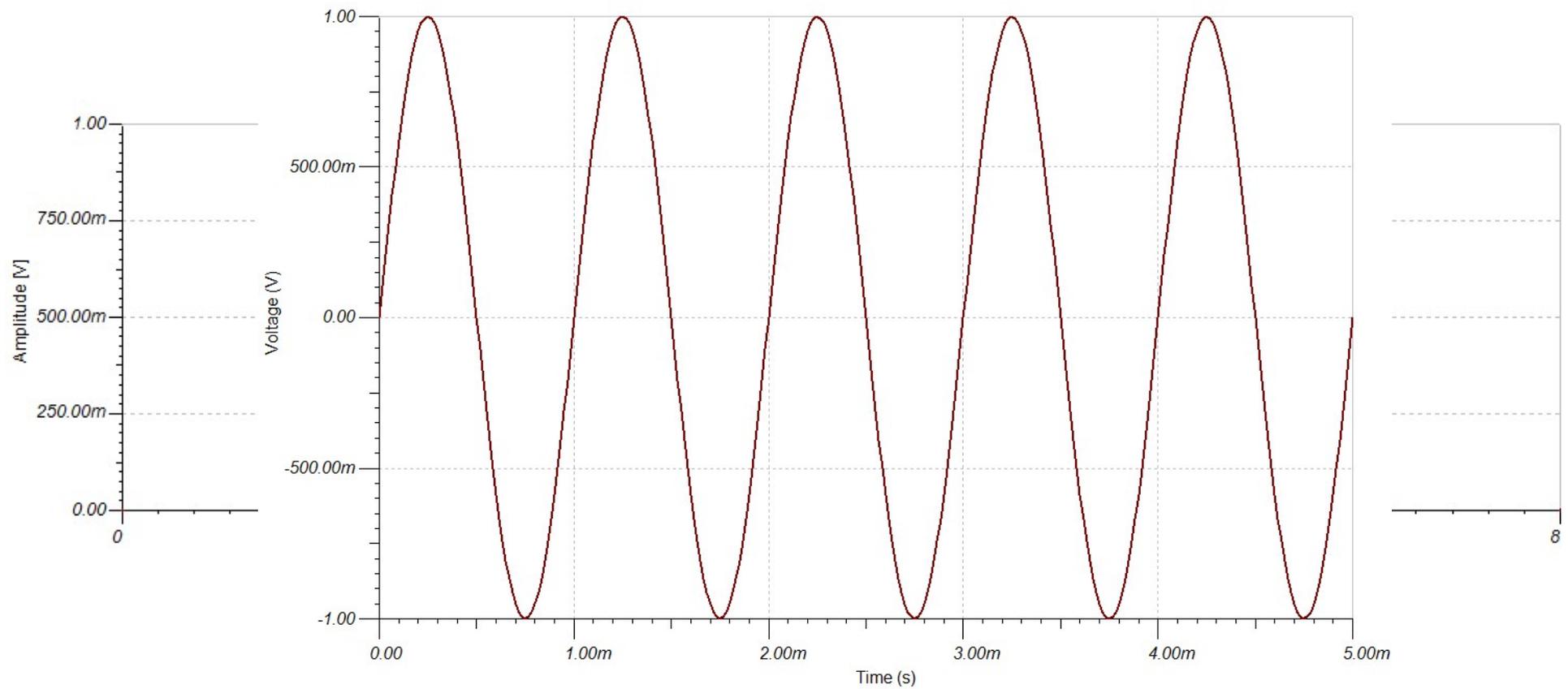
Le spectre correspond au module de la transformée de Fourier



Pour des signaux non périodiques le spectre est en général une fonction continue de la fréquence dont l'amplitude tend vers 0 quand la fréquence tend vers l'infini.

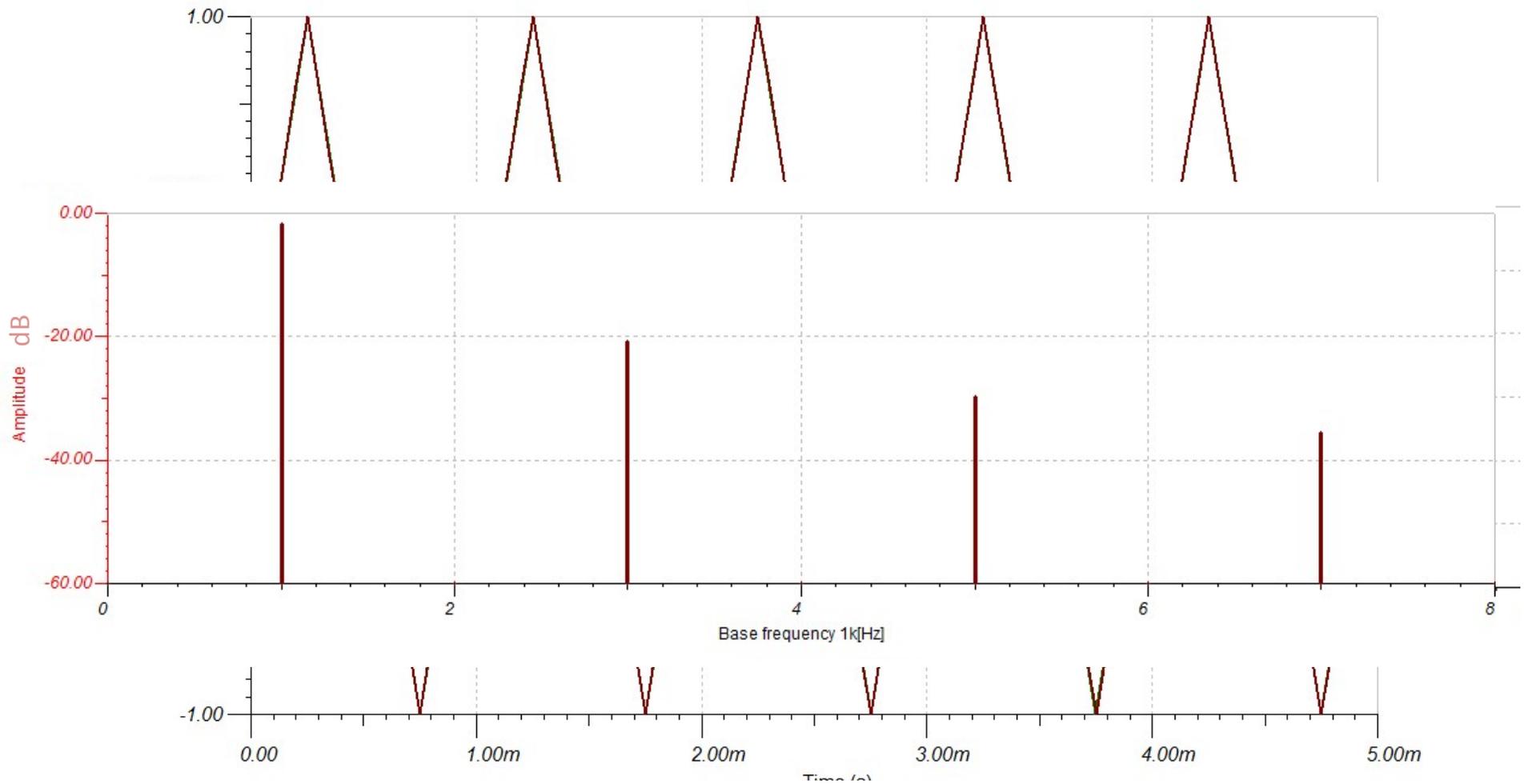
Quelques exemples

Sinus 1 kHz



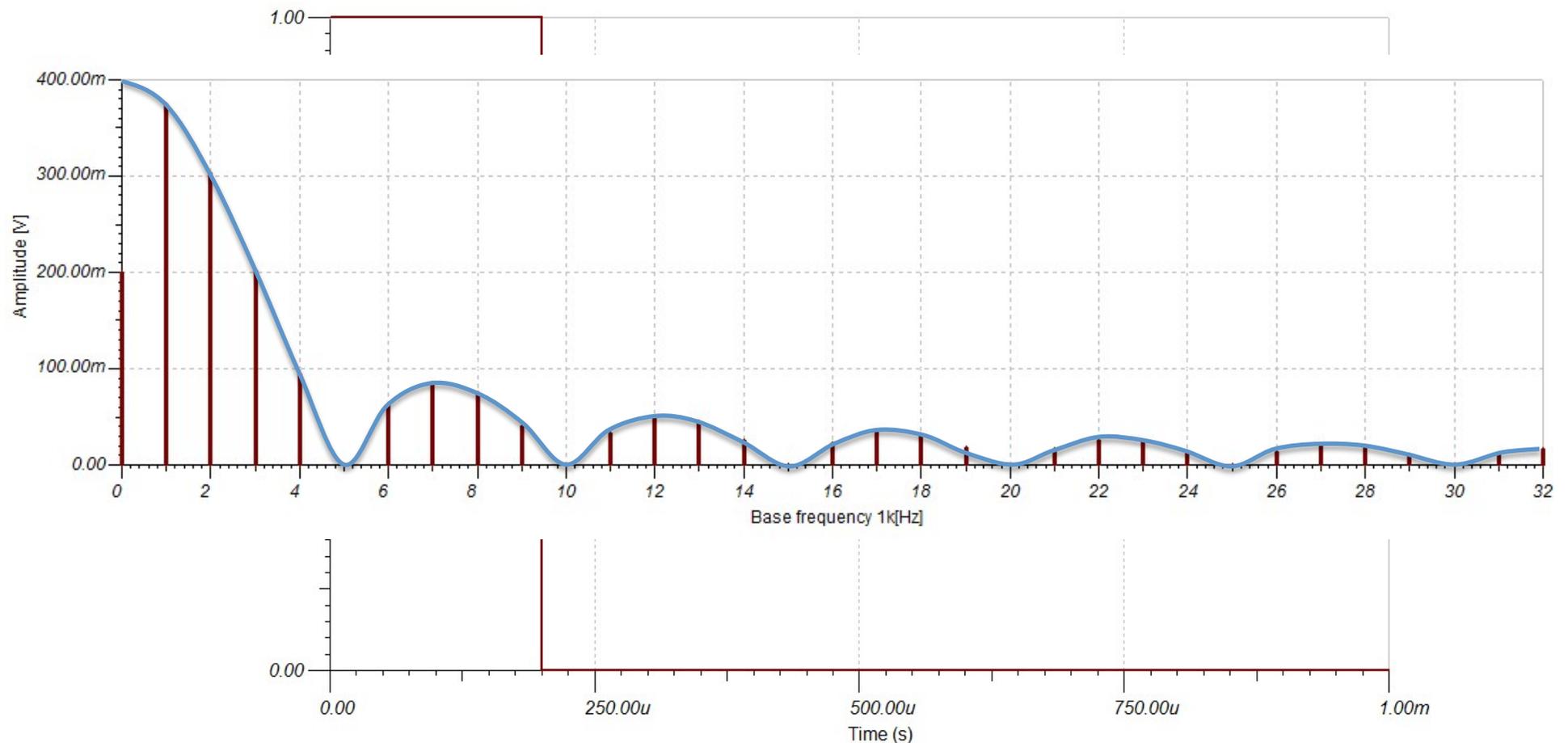
Quelques exemples

Triangle 1 kHz



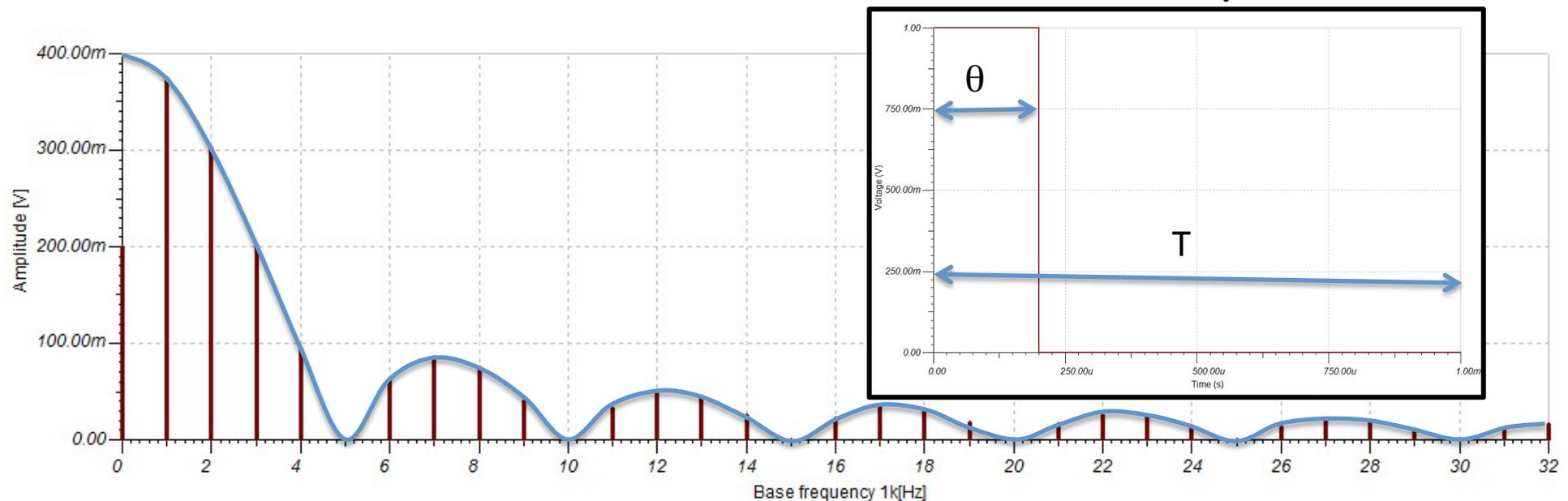
Quelques exemples

Impulsion périodique 1 kHz, largeur $200\mu\text{s}$



Quelques exemples

Impulsion périodique 1 kHz, largeur $200\mu\text{s}$

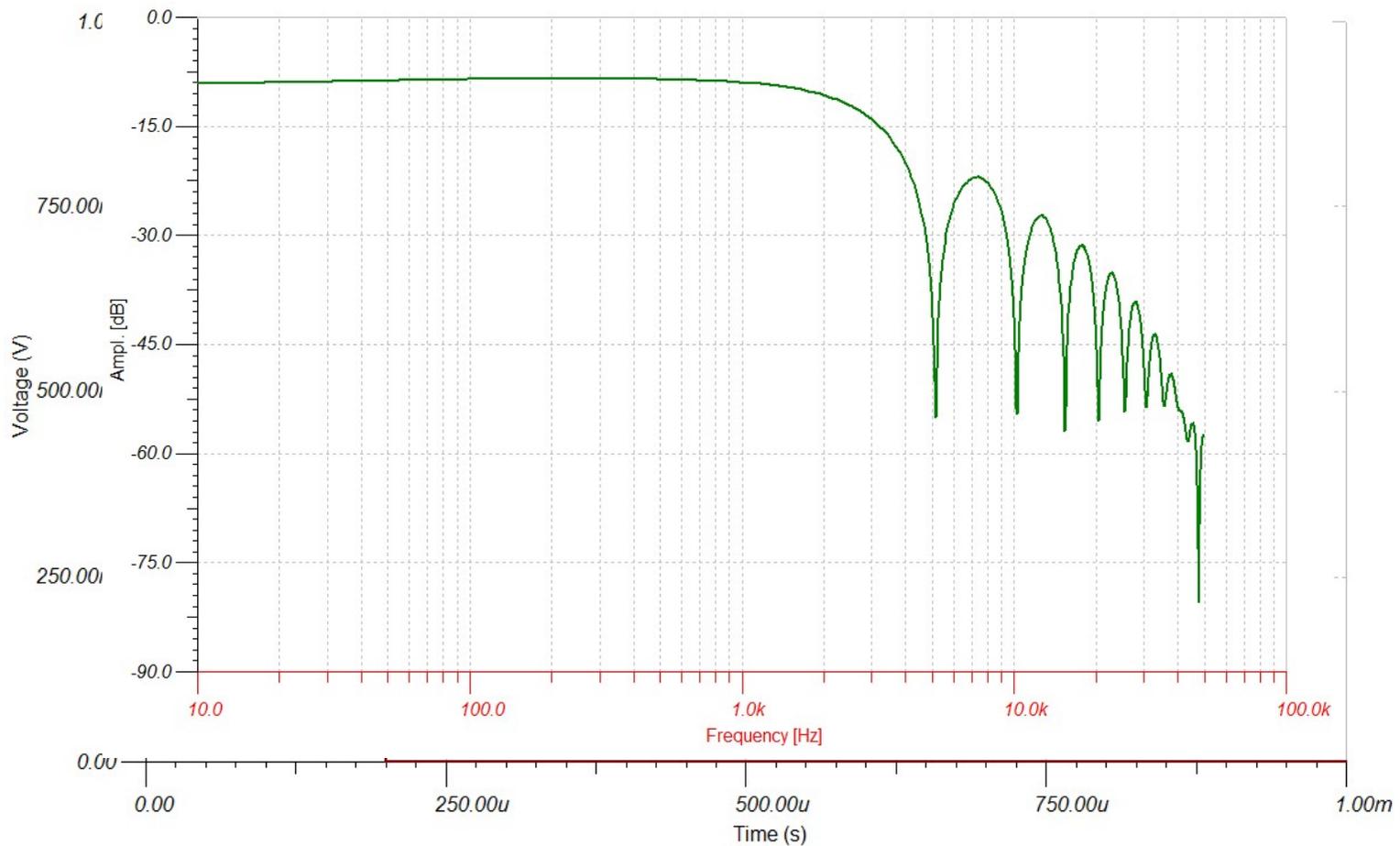


L'enveloppe du spectre est une courbe en $\sin(x)/x$ (sinus cardinal) avec des annulations pour les valeurs de $f = k/\theta$ avec k entier et θ la largeur de l'impulsion.

Sur notre exemple $\theta = T/5$, d'où les annulations apparaissant pour $f = 5f_0, 10f_0, 15f_0, \dots$

Quelques exemples

Impulsion unique de largeur $200\mu\text{s}$



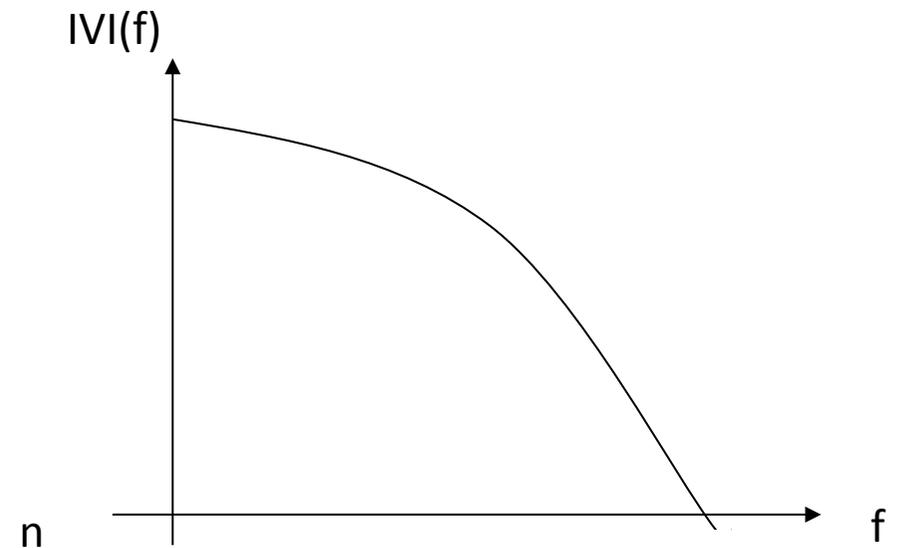
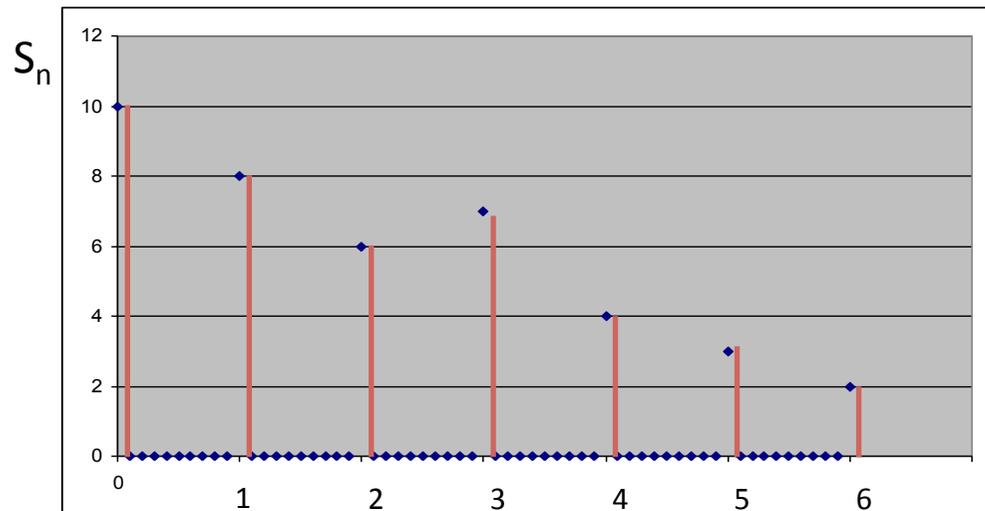
Mesures

- L'appareil permettant de mesurer $v(t)$ est l'oscilloscope.
- Pour mesurer la représentation en fréquence on utilise un analyseur de spectre.
- Cependant ce dernier ne permet l'accès qu'à la courbe du module. Cette courbe est appelée spectre du signal.

Analyse Spectrale

Spectre d'un signal

Faire une analyse spectrale c'est chercher les valeurs des coefficients s_n ou du module de la représentation fréquentielle d'un signal



Analyseur de spectre

L'appareil de mesure utilisé pour l'analyse spectrale

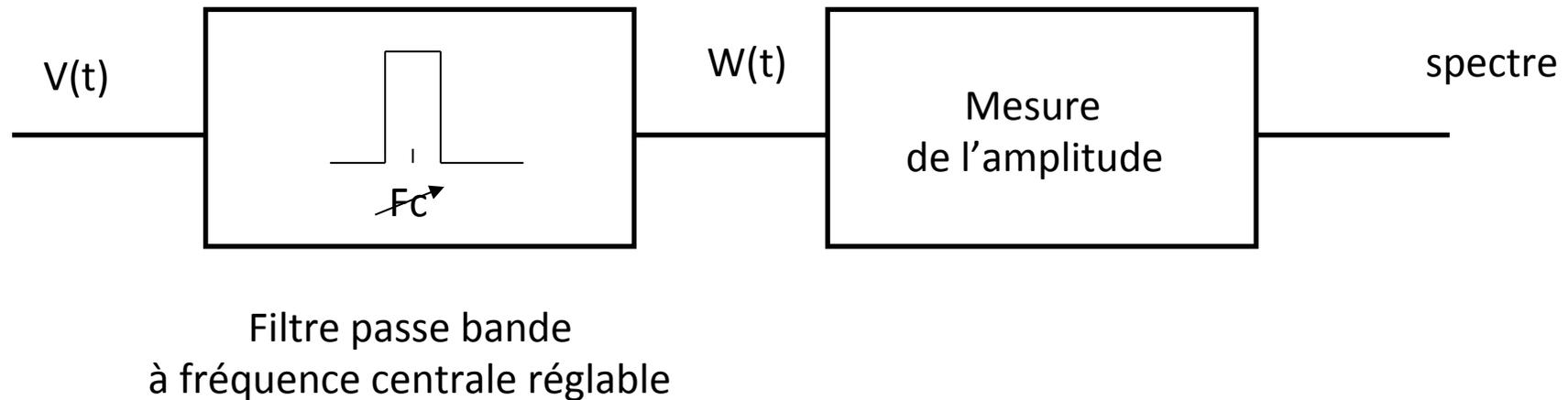


Il existe deux types d'analyseur de spectre:

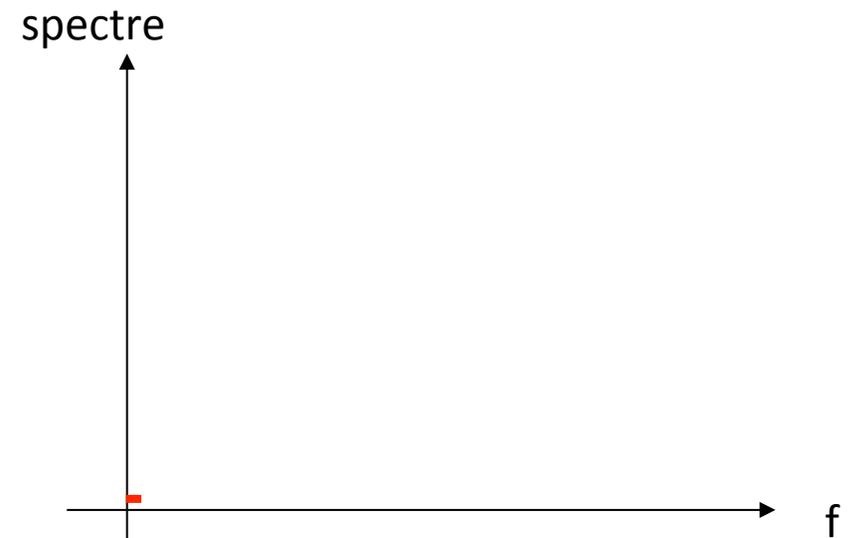
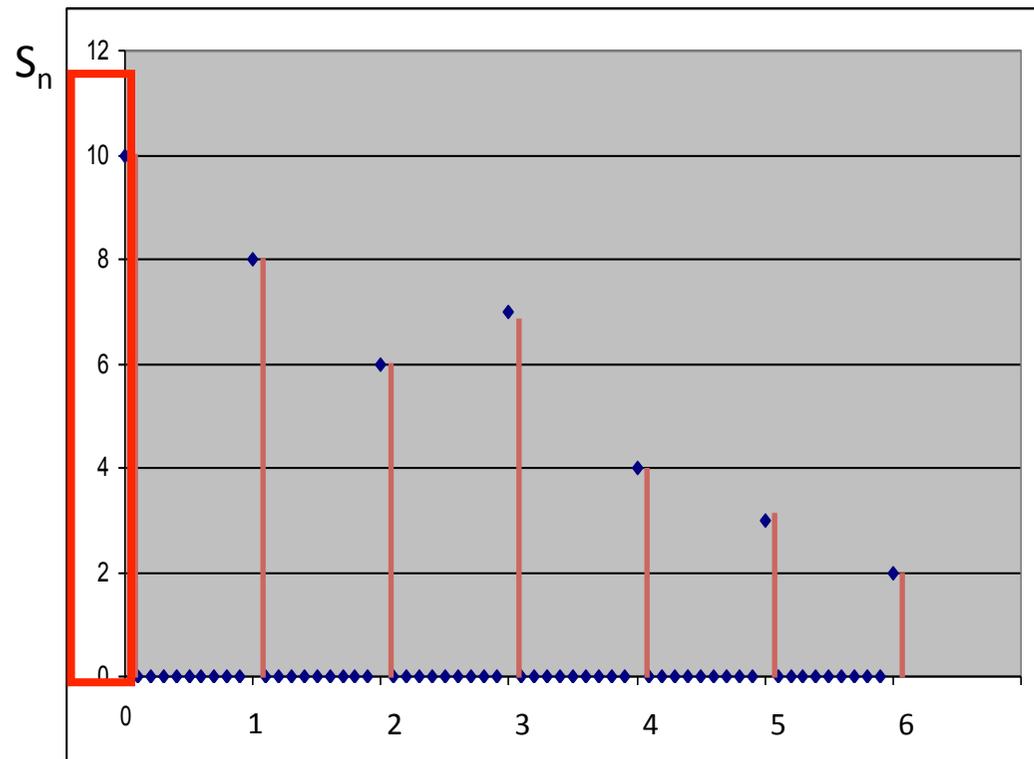
- Analogique
- Numérique

On ne traitera ici que de l'analyseur analogique

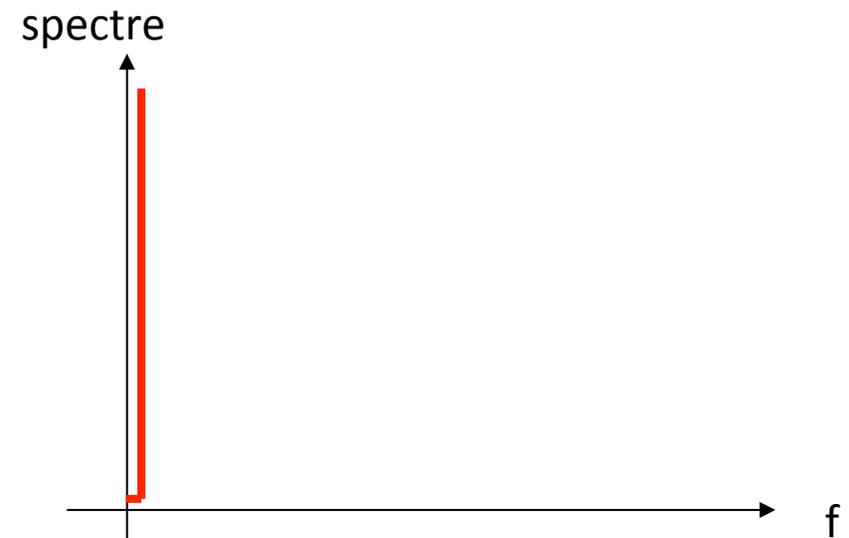
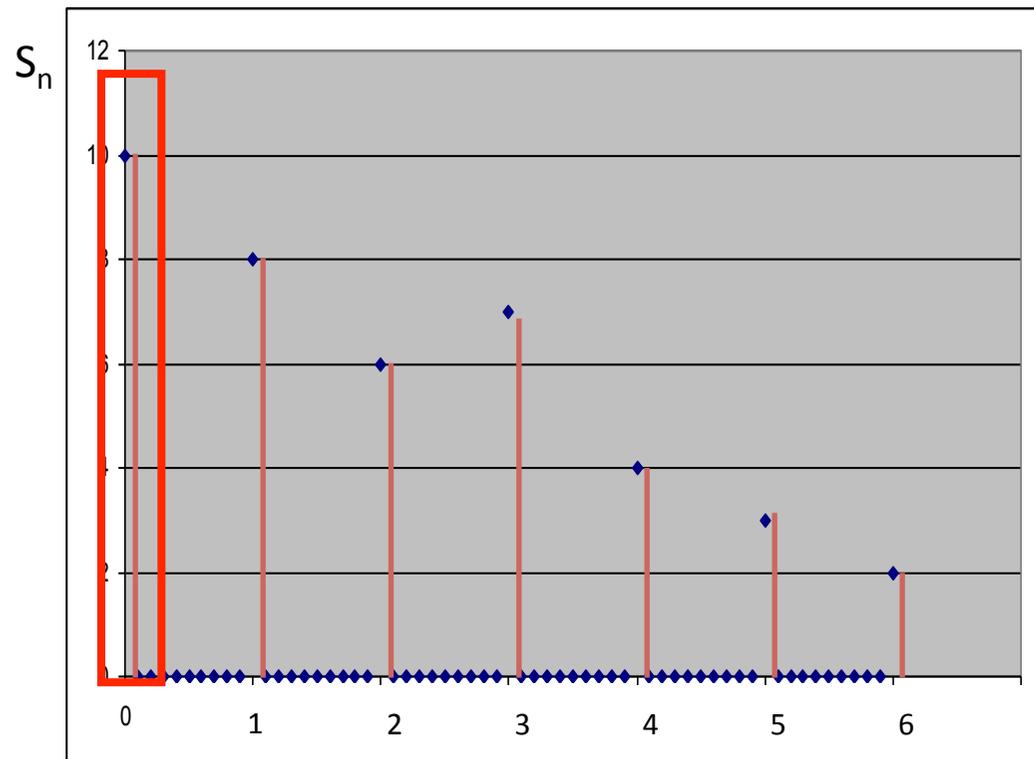
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



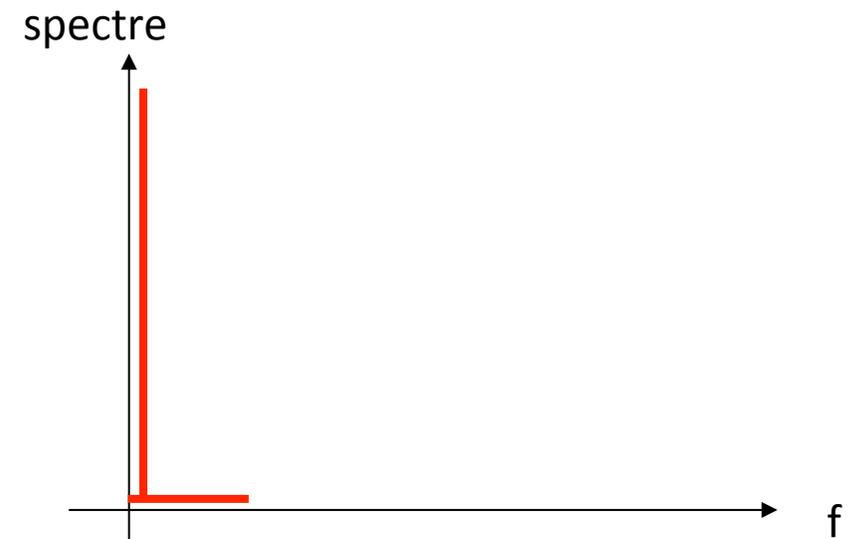
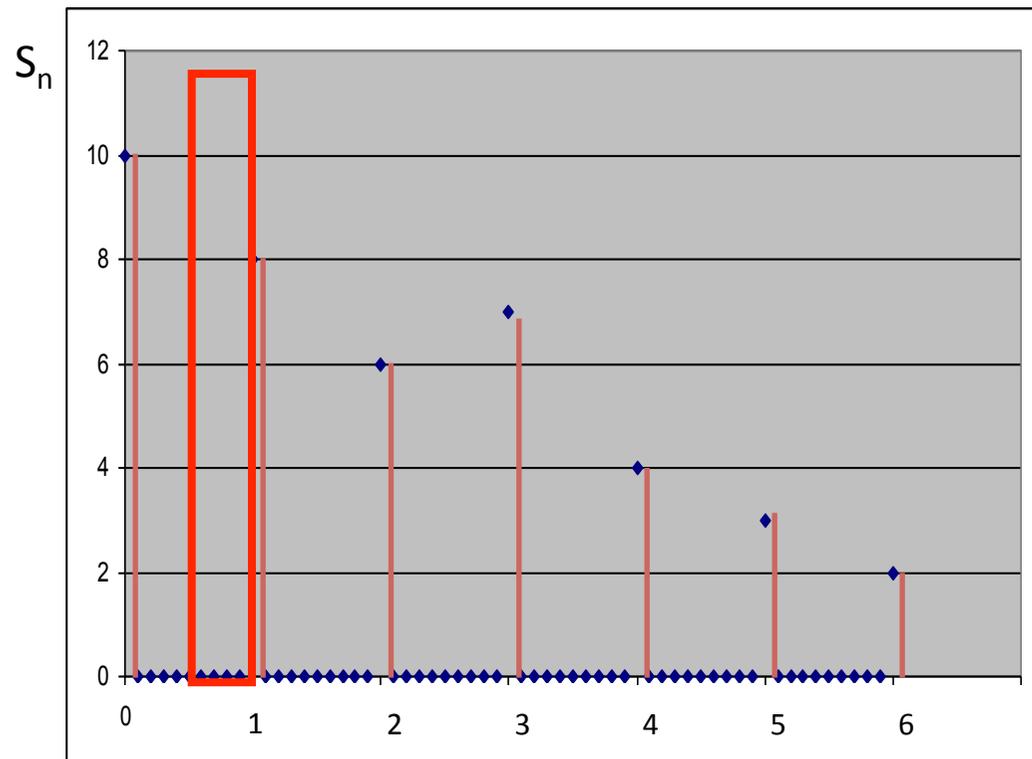
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



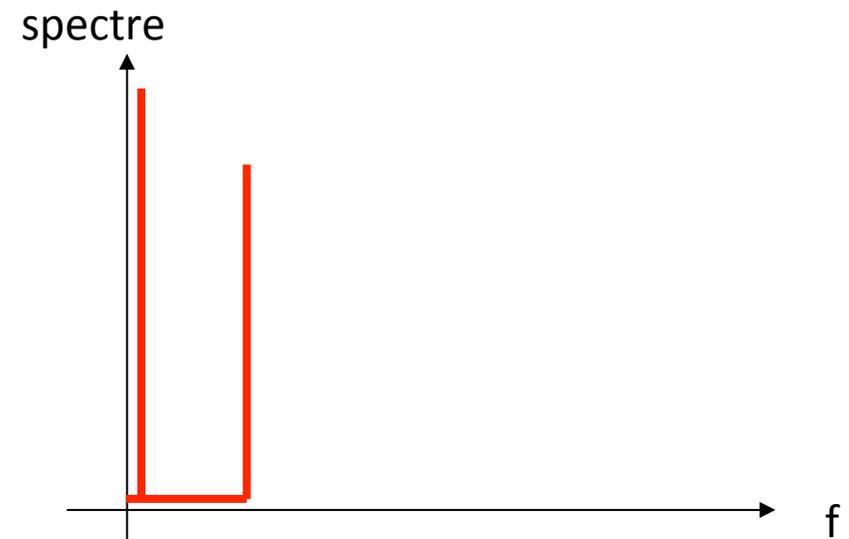
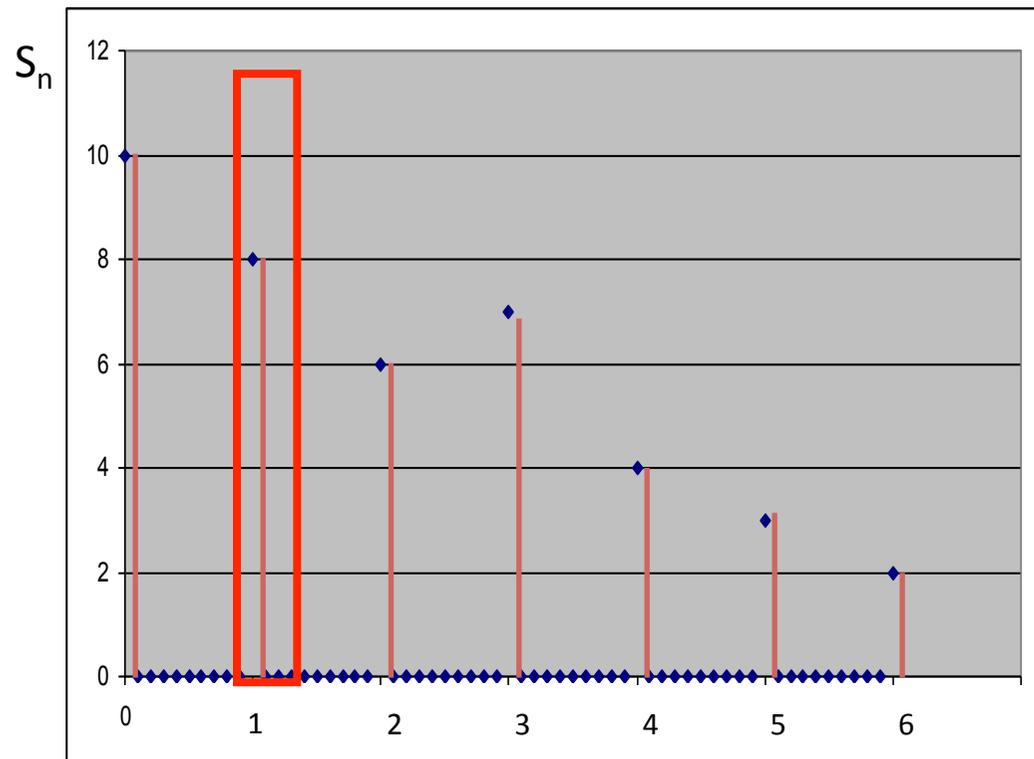
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



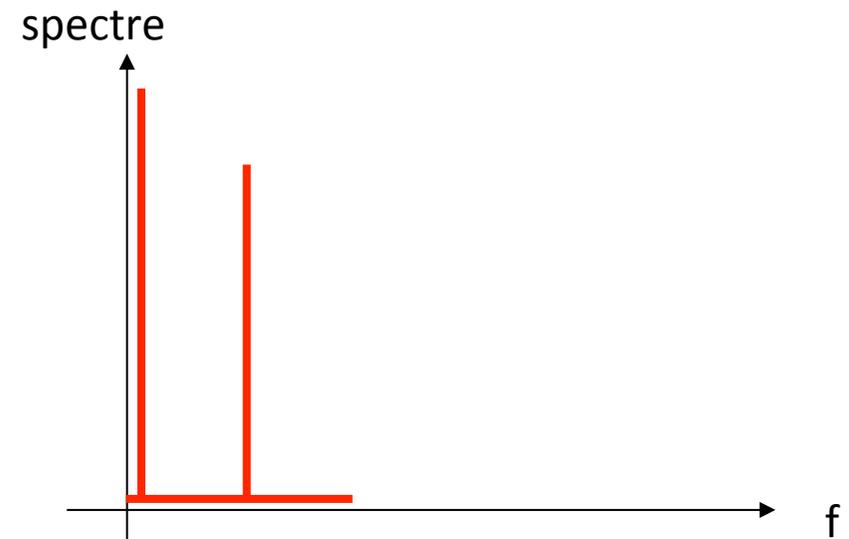
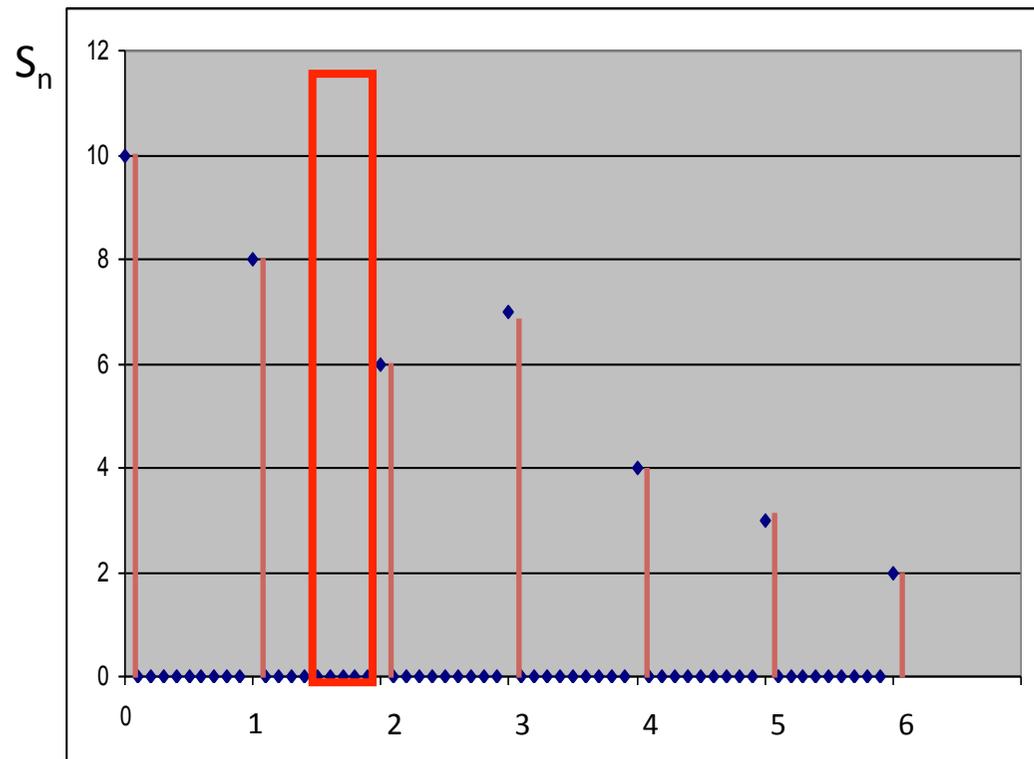
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



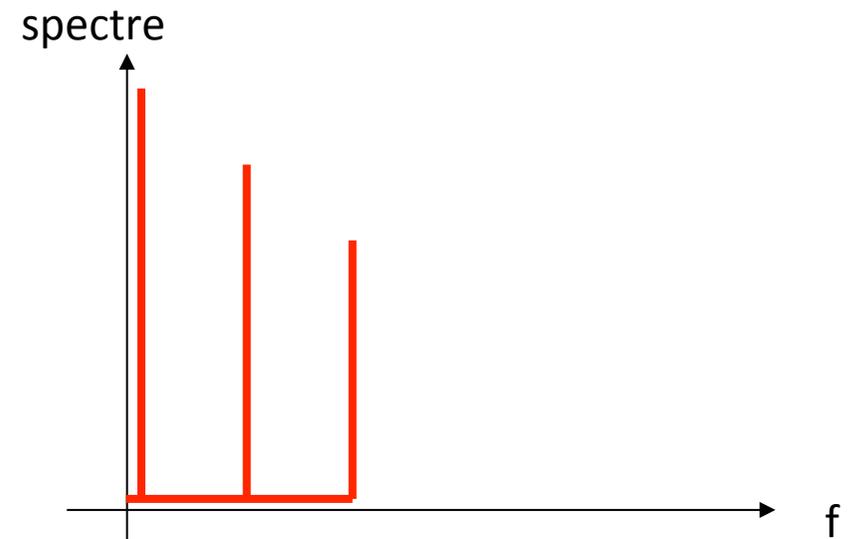
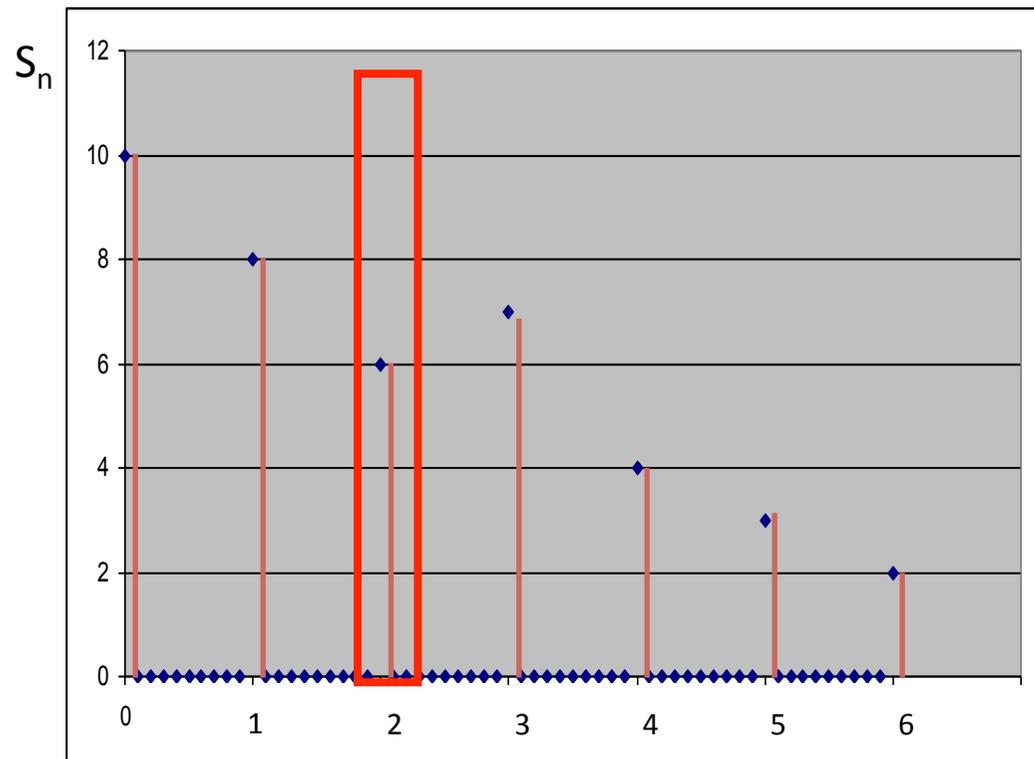
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



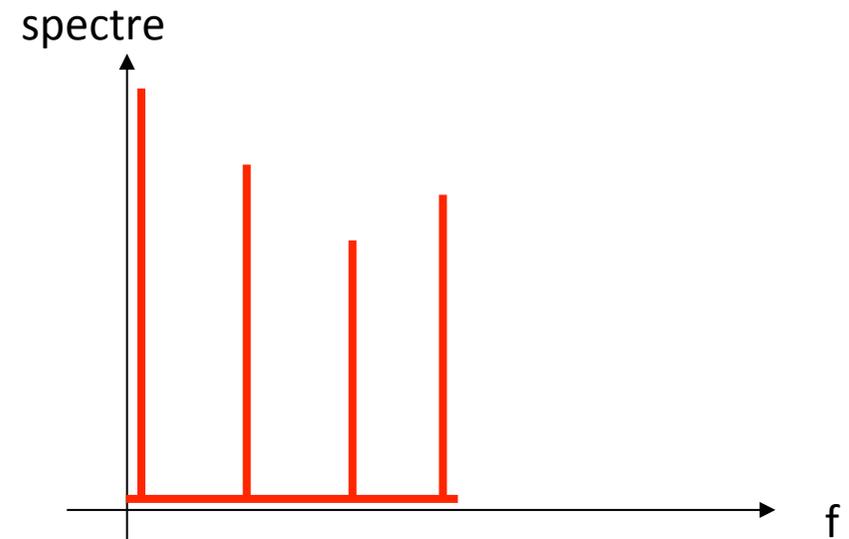
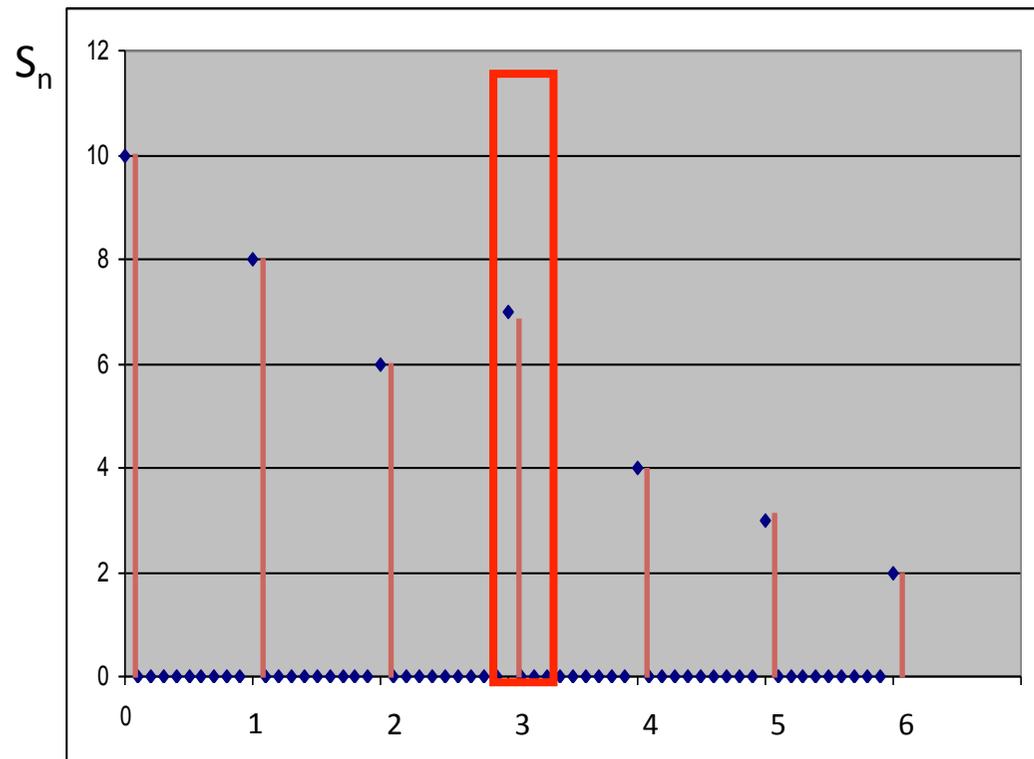
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



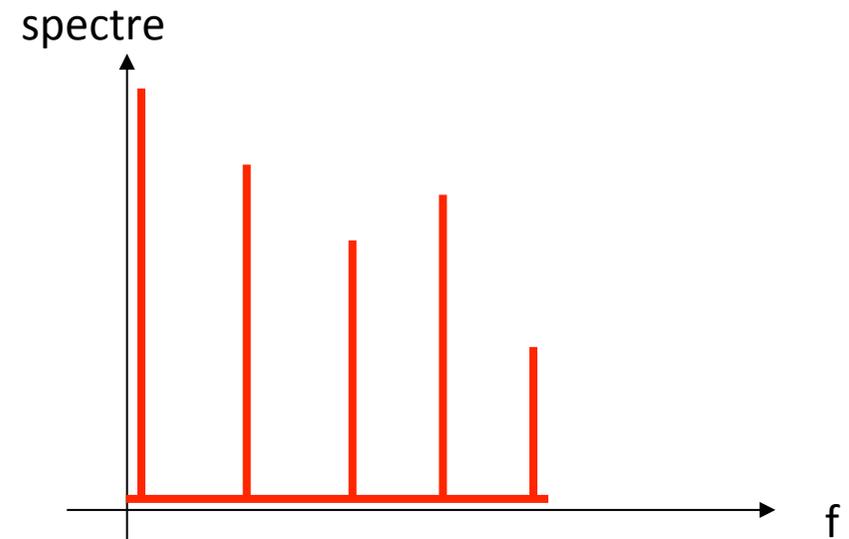
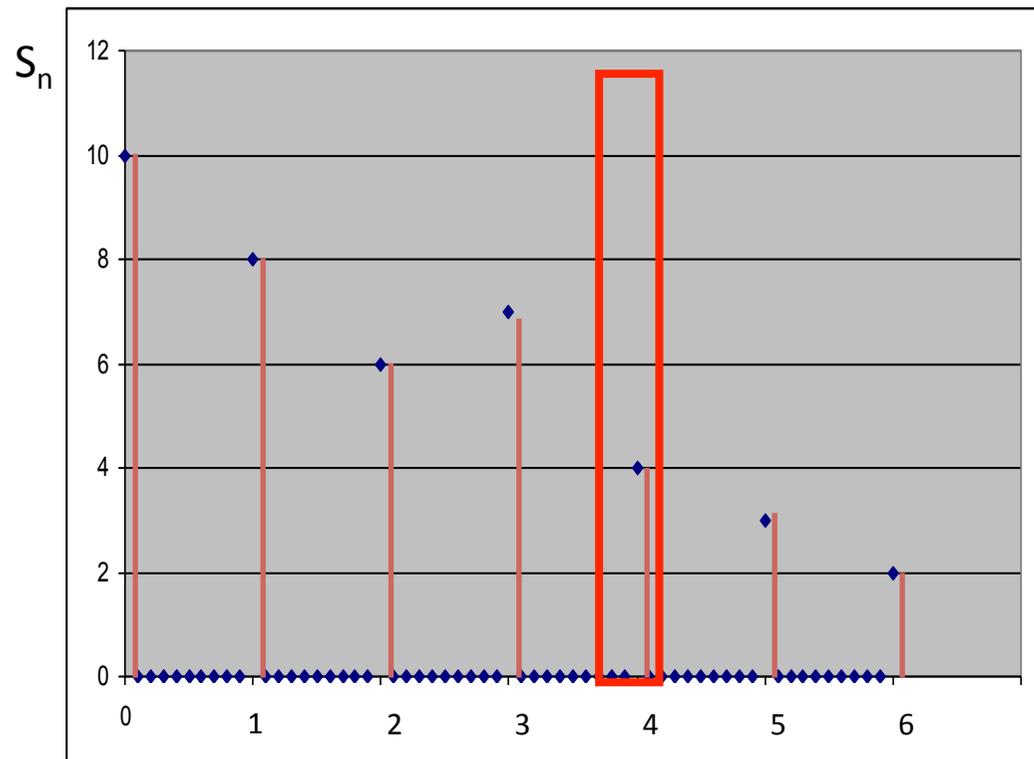
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



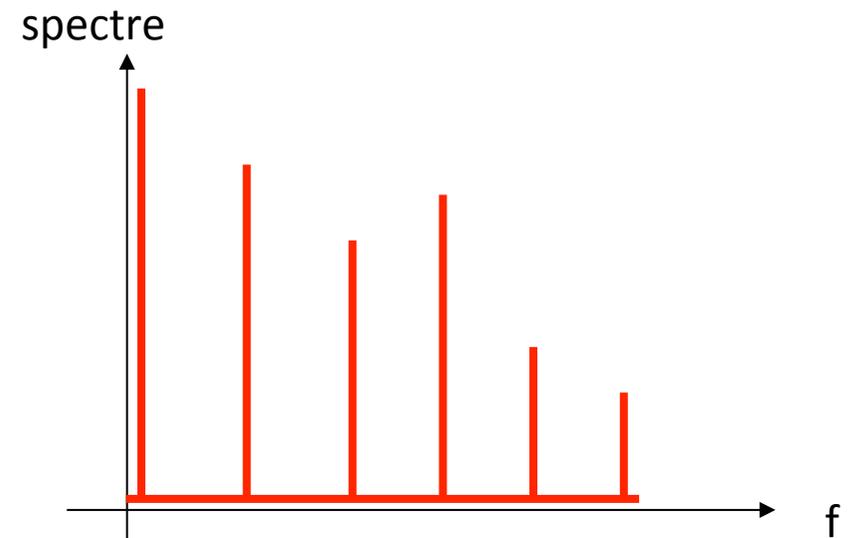
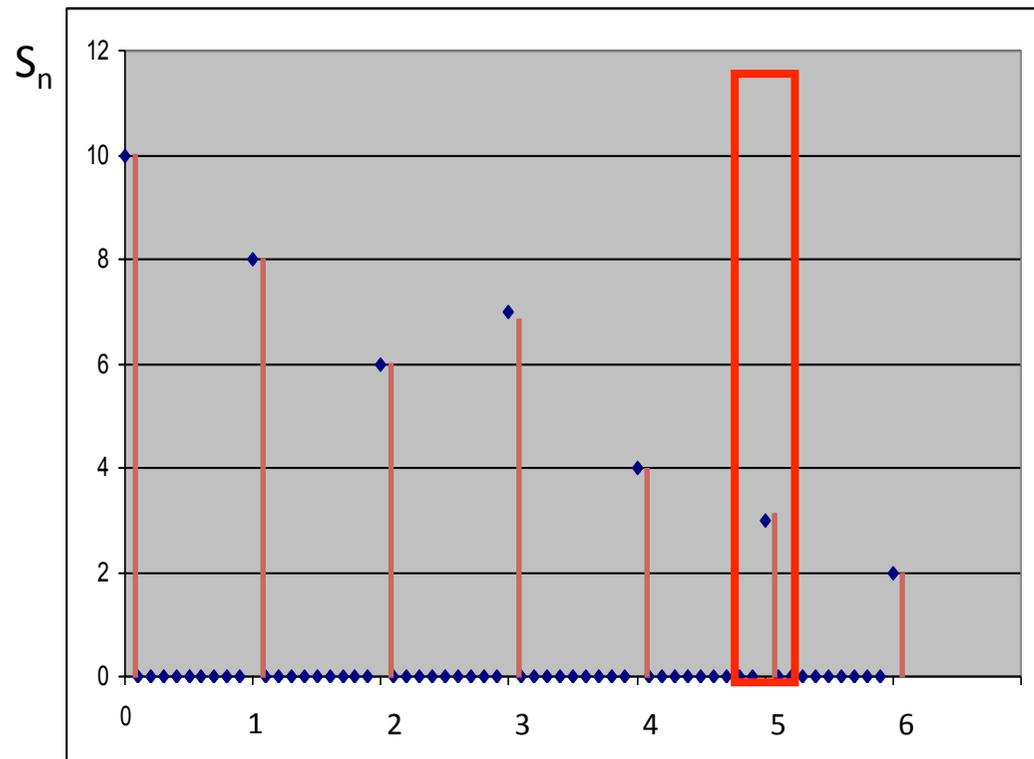
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



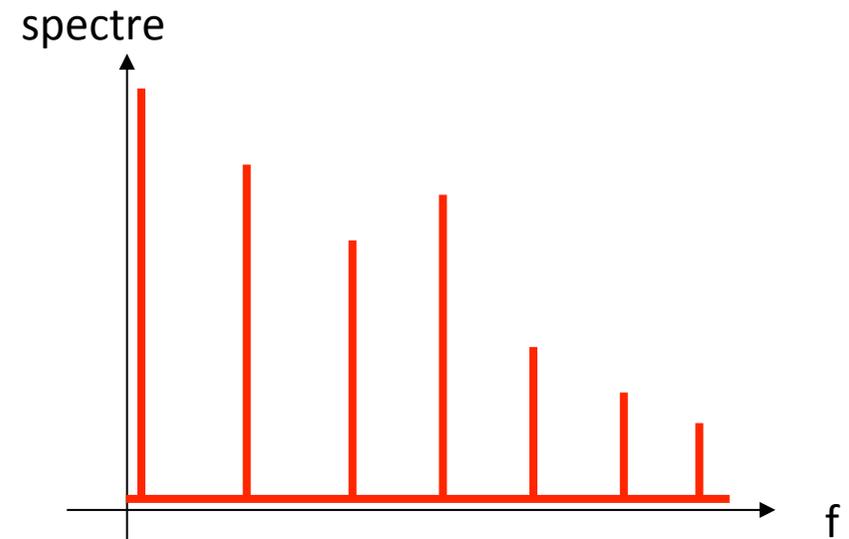
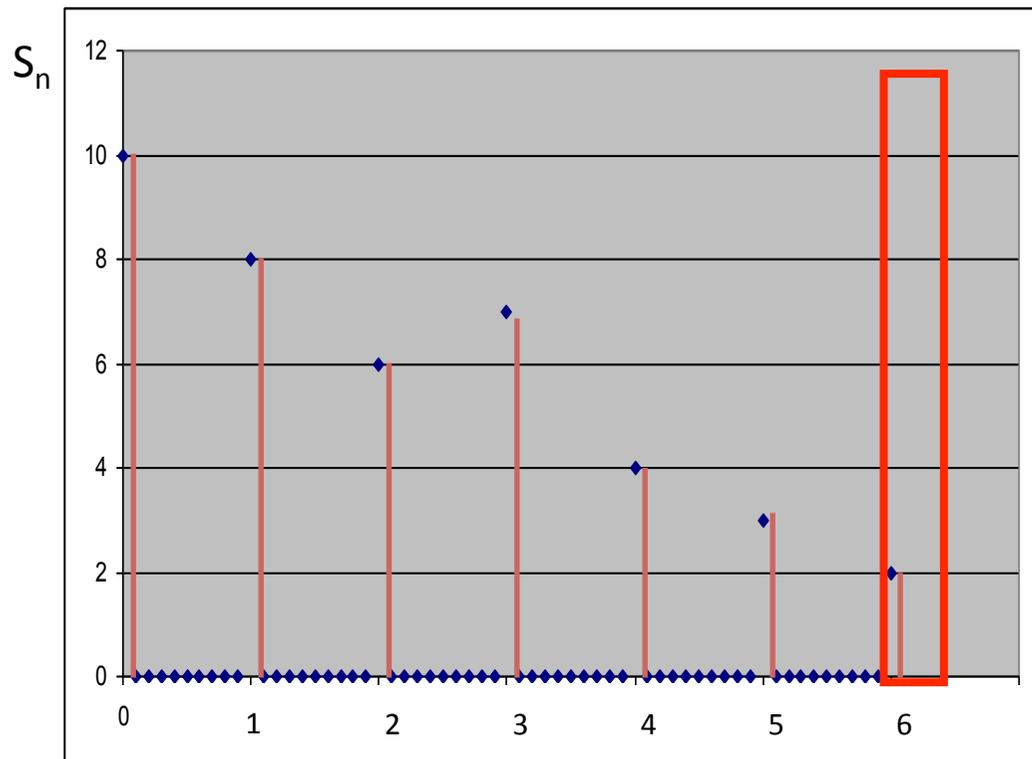
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



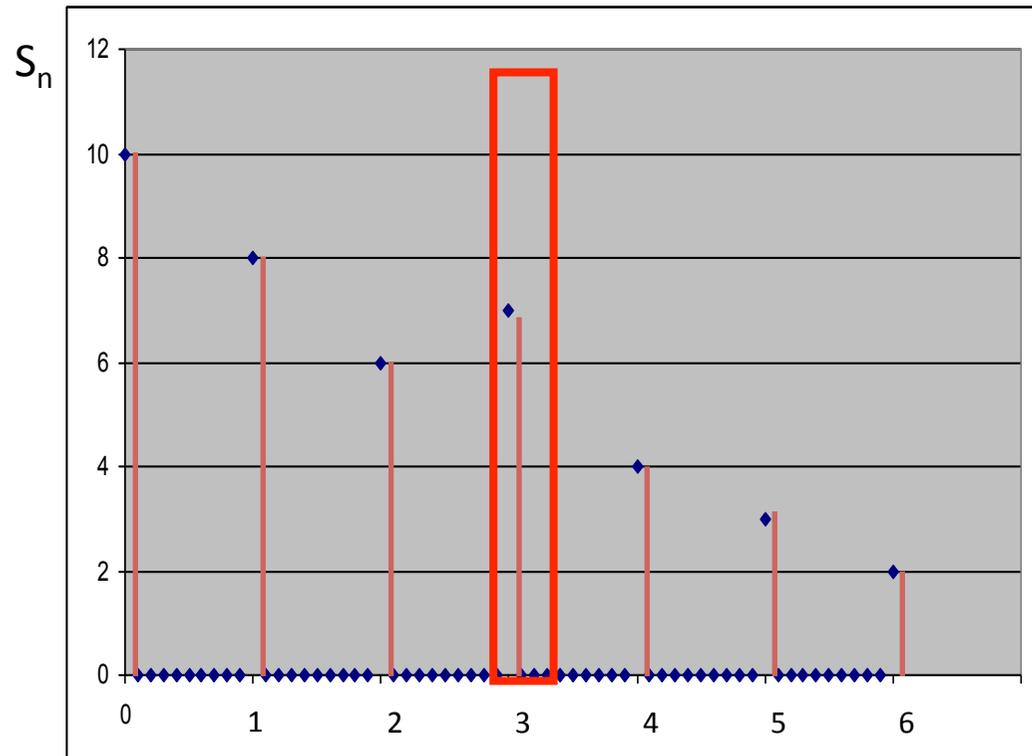
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



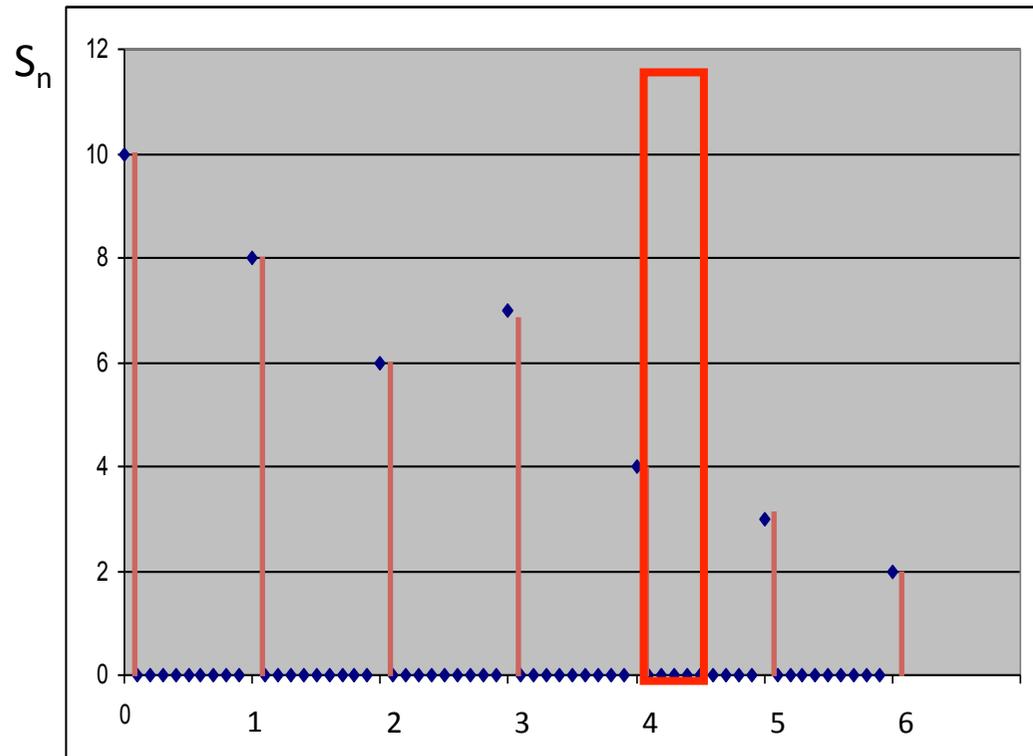
Fonctionnement d'un analyseur de spectre analogique



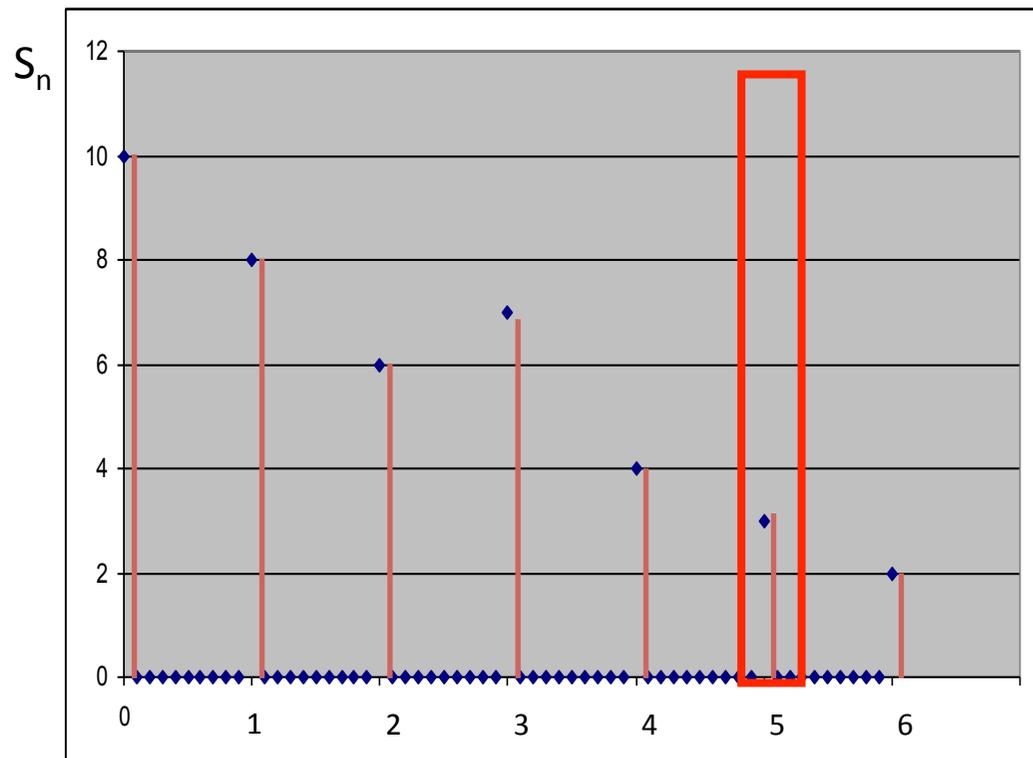
On ne sait pas réaliser une filtre glissant.
Il est beaucoup plus simple de faire glisser
le spectre devant un filtre fixe.



On ne sait pas réaliser une filtre glissant.
Il est beaucoup plus simple de faire glisser
le spectre devant un filtre fixe.



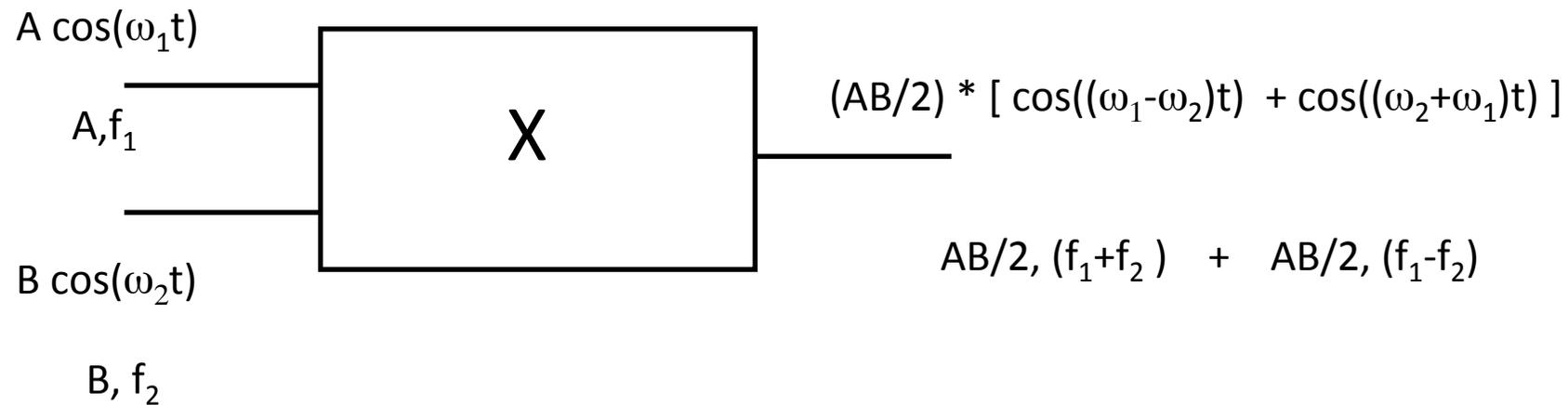
On ne sait pas réaliser une filtre glissant.
Il est beaucoup plus simple de faire glisser
le spectre devant un filtre fixe.



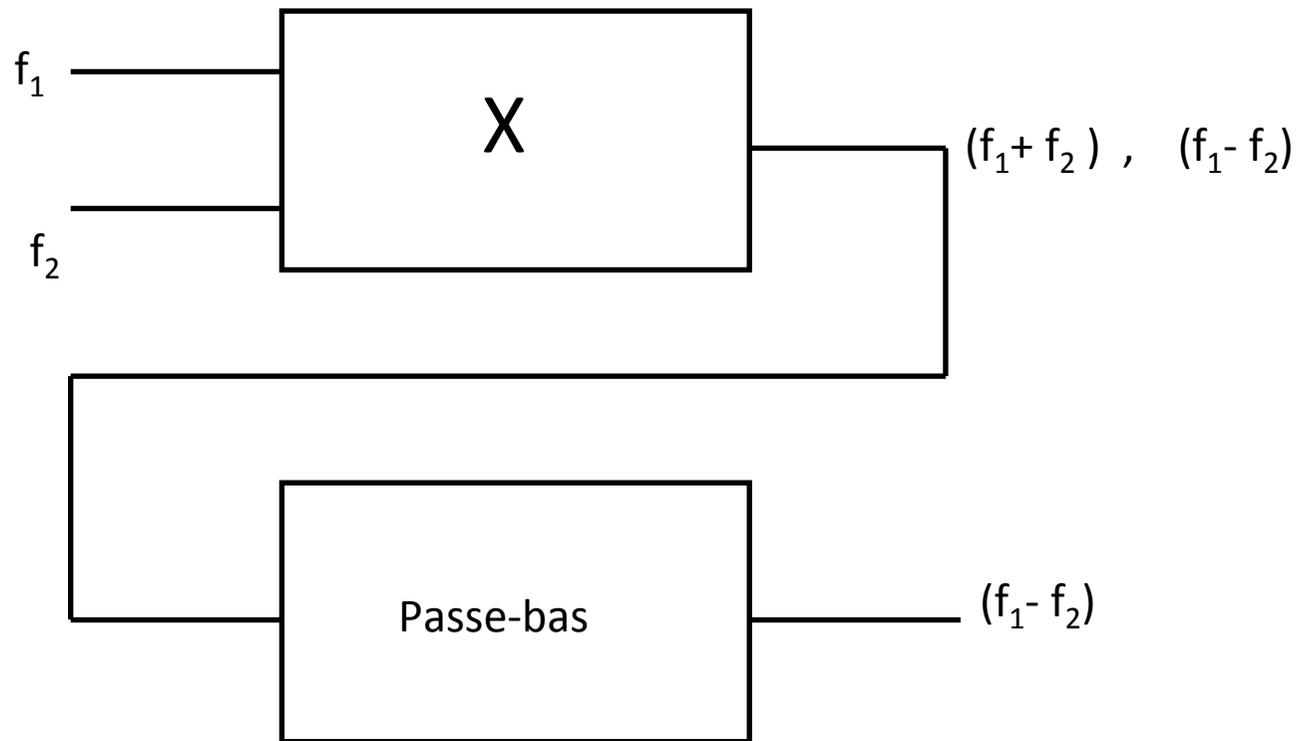
Changement de fréquence

C'est une technique très largement utilisée en électronique, notamment en télécommunication ou pour réaliser des modulations

Il existe plusieurs façons pour le réaliser , la plus simple est sans doute l'utilisation d'un multiplieur



Changement de fréquence



A f_1 fixe (10 kHz), si f_2 varie de 0 à 10 kHz, $f_1 - f_2$ variera de 10 kHz à 0 Hz

Changement de fréquence

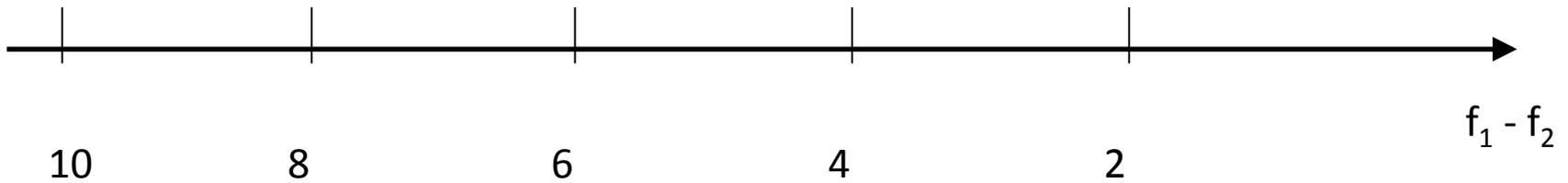
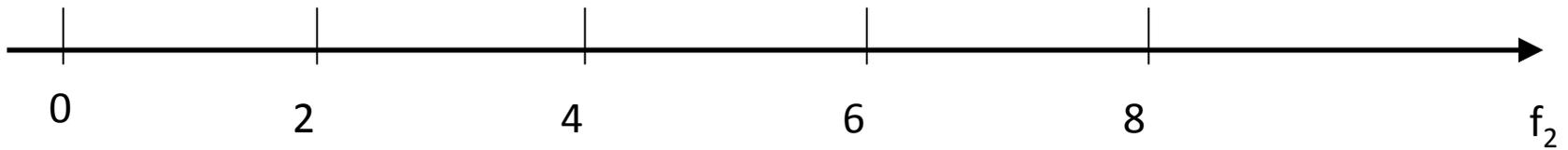
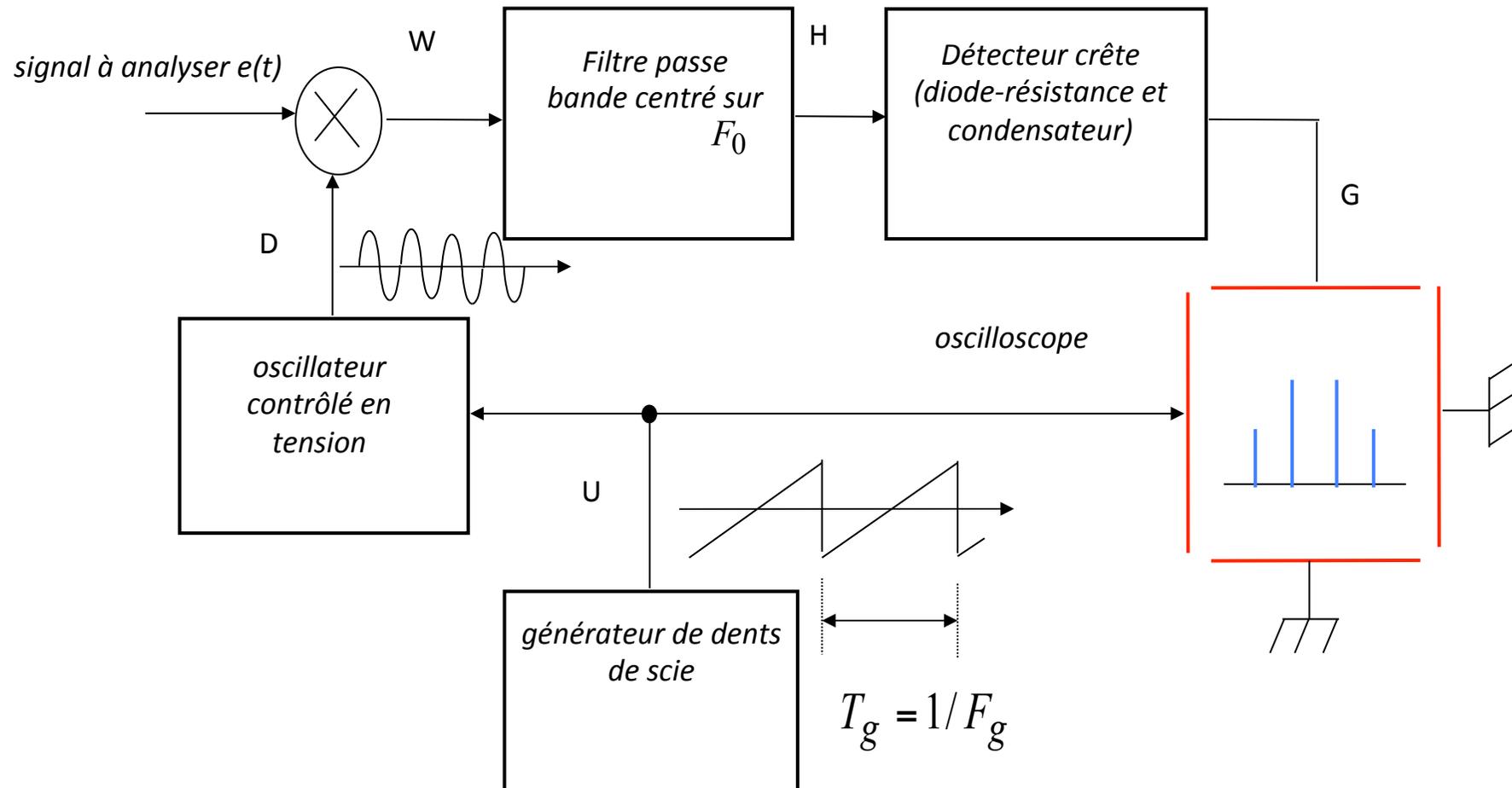


Schéma d'un analyseur de spectre



Principaux réglages

Gamme de fréquence (Span)

Sensibilité verticale (généralement en dB)

résolution (RBW : Resolution BandWidth)

la vitesse de balayage

Vous verrez les détails en TP

Quelques sites

- Wikipedia
- <http://lumimath.univ-mrs.fr/~jlm/cours/fourier/fouriersos.htm>
- <http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Fourier/fourier1.html>
- http://www.iut-bethune.univ-artois.fr/sokol/cours/ser_four/fourier.html
- <http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Analyse/Fourier.htm>
-