Nom :
Prénom :
Groupe :

25/10/2021

Test – Automatique

Tout document autorisé
Durée : 1h30

Le système électrique à commander est constitué d'un générateur et d'un récepteur :

- Le générateur fournit une tension $u(t)$ alimentant le récepteur,
- Le récepteur est décrit par la mise en série d'une résistance R = 0.2 Ω et d'une inductance L = 0.01 H,

L'objectif de cette étude est de contrôler le courant $i(t)$ traversant le générateur et le récepteur, en agissant sur la tension $u(t)$.

Rappels : la tension aux bornes d'une inductance est proportionnelle à la dérivée du courant qui la traverse. Par ailleurs, le gain statique d'une fonction de transfert quelconque $H(p)$ vaut $H(0)$.

Remarque : Les parties **A**, **B**, **C** sont très largement indépendantes. Barème : (½) = 0.5pt, etc.

A. Modélisation du système à commander (/6)

A1. (1). En veillant à utiliser la convention « récepteur » pour orienter le courant $i(t)$ traversant le récepteur (et la convention « générateur » pour le générateur), représenter le schéma électrique du système à commander.

A2. (1). Ecrire l'équation différentielle reliant le courant $i(t)$ à la tension $u(t)$ en fonction des paramètres R et L.

A3. (1). Montrer que cette équation différentielle peut être mise sous la forme

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k.u(t) \quad \text{où} \quad k = 1/R$$

En déduire l'expression de τ en fonction de R et de L.
Préciser à quelle grandeur physique correspond $y(t)$.

A4. (1). En notant $U(p)$ et $Y(p)$ les transformées de Laplace des signaux temporels $u(t)$ et $y(t)$, exprimer la transformée de Laplace de l'équation différentielle indiquée en **A3** en faisant intervenir explicitement la condition initiale y_0 sur le signal y(t) à l'instant $t = 0$ ($y(0) = y_0$).

A5. (1). En se plaçant à condition initiale nulle, en déduire la fonction de transfert $F(p) = Y(p)/U(p)$ du système à commander.

A6. (½). Evaluer numériquement k, τ puis $F(p)$.

A7. (½). Quel est l'ordre et le gain statique de $F(p)$?

B. Identification du système à commander (/4)

Afin d'identifier les paramètres du système à commander, l'allure temporelle du courant obtenu en réponse à un échelon de tension d'une amplitude de 2 V appliqué à l'instant initial $t = 0$ est enregistré puis reporté sur la Figure 1 ci-après :

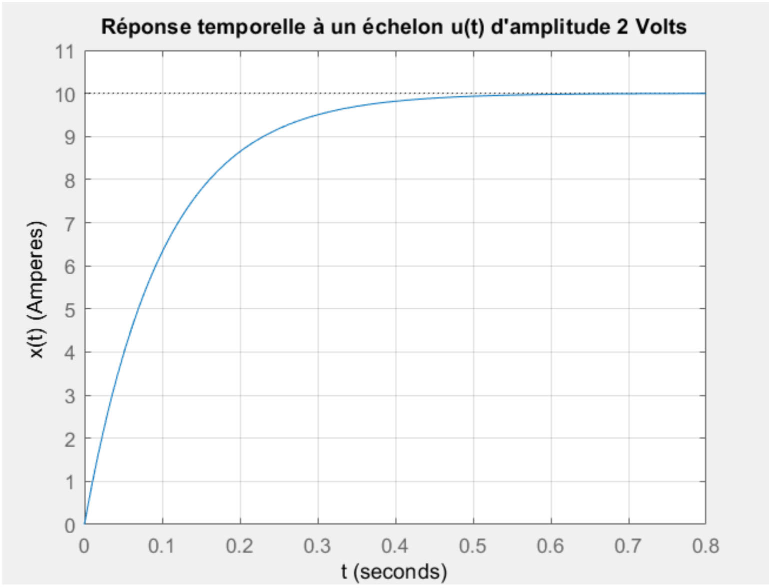


Figure 1

B1. (1). En s'appuyant sur la Figure 1, on se propose d'identifier $G(p) = X(p)/U(p)$ sous la forme d'une fonction de transfert du 1er ordre. Justifier ce choix.

B2. (2). Expliquer alors comment déterminer le gain statique g et la constante de temps T de $G(p)$. Après avoir évalué numériquement g et T, donner l'expression correspondante de $G(p)$.

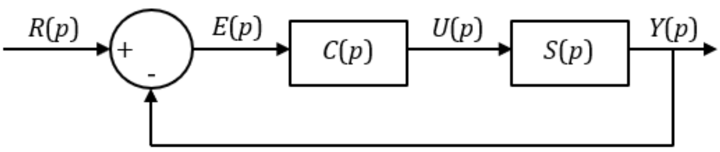
B3. (1). En comparant avec les résultats obtenus en A6, obtenez-vous $F(p)$=$G(p)$? Si tel n'est pas le cas, faut-il modifier L ou R pour que $F(p)$ coïncide avec $G(p)$? Le cas échéant, préciser la nouvelle valeur du paramètre.

C. Contrôle en boucle fermée (/12)

Dans toute cette partie, le système à commander est modélisé par :

$$S(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{100}{p + 20}$$

Soit $C(p) = \frac{\beta}{p}$ la fonction de transfert d'un correcteur où β est un paramètre de réglage. Dans le domaine temporel, ce correcteur a comme entrée un terme d'erreur $e(t)$=$r(t)$-$y(t)$ entre une consigne (ou référence) de courant $r(t)$ et une mesure $y(t)$. Le correcteur fournit alors en sortie une action $u(t)$. Dans ce contexte, un schéma-bloc décrivant l'asservissement du courant de sortie du système à commander est donné par :



C1. (1). Calculer en fonction de β la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \mathrm{Y}(p)/\mathrm{R}(p)$ où $R(p)$ désigne la transformée de Laplace de la consigne $r(t)$.

C2. (2). Après avoir vérifié que $H_{BF}(p)$ soit une fonction de transfert du second ordre, exprimer sa pulsation naturelle ω_n et son coefficient d'amortissement z en fonction de β.

C3. (1). Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = C(p)S(p)$ peut se mettre sous la forme $H_{BO}(p) = \frac{\alpha}{p}.\frac{1}{1+\tau.p}$ en donnant la valeur de τ et l'expression de α en fonction de β.

C4. (2). Pour $\beta = 4$, exprimer numériquement la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ puis reporter le tracé asymptotique de son diagramme de Bode (gain et phase) sur papier à échelle semi-log avec l'axe des abscisses gradué en pulsation (rad/s) et non en fréquence (Hz). Préciser l'ensemble des valeurs caractéristiques sur les tracés à reporter sur la Figure 2 ci-après.

C5. (1). Sans effectuer de nouveau tracé, expliquer précisément comment le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) de $H_{BO}(p)$ pour $\beta = 0.4$ peut se déduire de celui obtenu en **C4**.

C6a. (1). Pour $\beta = 4$, la fonction transfert $H_{BF}(p)$ présente-t-elle oui ou non une résonnance ? présente-t-elle 2 pôles réels ou bien 2 pôles complexes conjugués ? Justifier vos réponses, par exemple en vous appuyant sur **C2**.
C6b. (1). Si $H_{BF}(p)$ présente une résonance, préciser à quelle valeur de pulsation ω_r ainsi que le gain en dB de H_{BF} à cette pulsation.

C7. (½). Quelle condition doivent satisfaire les pôles d'une fonction de transfert continue pour que cette dernière décrive un système stable ?

C8. (1). Pour $\beta = 4$, calculer les pôles de $H_{BF}(p)$ et conclure sur la stabilité de la boucle fermée.

C9. (1). Reprendre les questions **C6** pour $\beta = 1.5$ et $\beta = 0.25$.

C10. (½). Conclure quant à l'influence du coef. β associé au terme intégral dans le correcteur C(p) sur le caractère plus ou moins oscillant voire résonnant du système en boucle fermée.

Remarques :

- *Figure 2* : Voir page suivante.
- Les questions **C3**, **C4**, **C5** sont indépendantes de **C1** et **C2**.
- **C6b** et **C9** sont des questions bonus.

Nom :
Prénom :
Groupe :

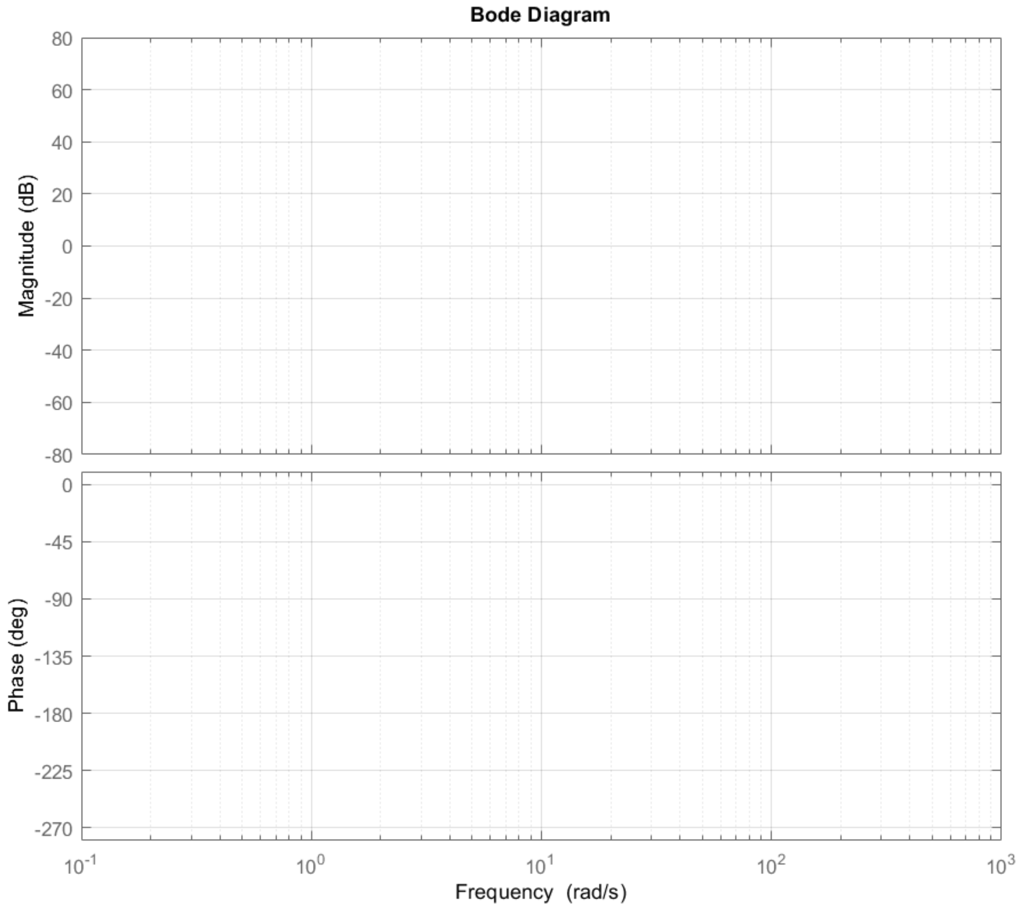


Figure 2