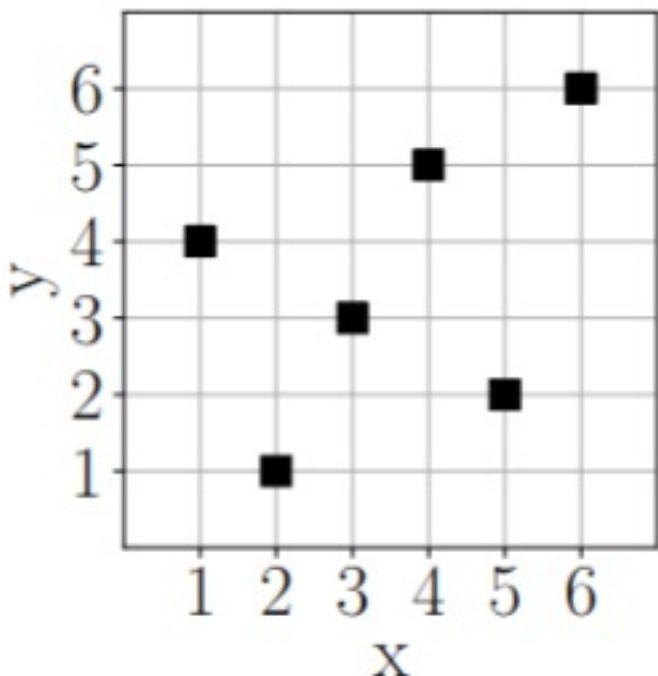


Titre : Généralisation des permutations planes en 3D

Encadrants: Nicolas Bonichon, Philippe Duchon (équipe **Combinatoire et Interactions**)

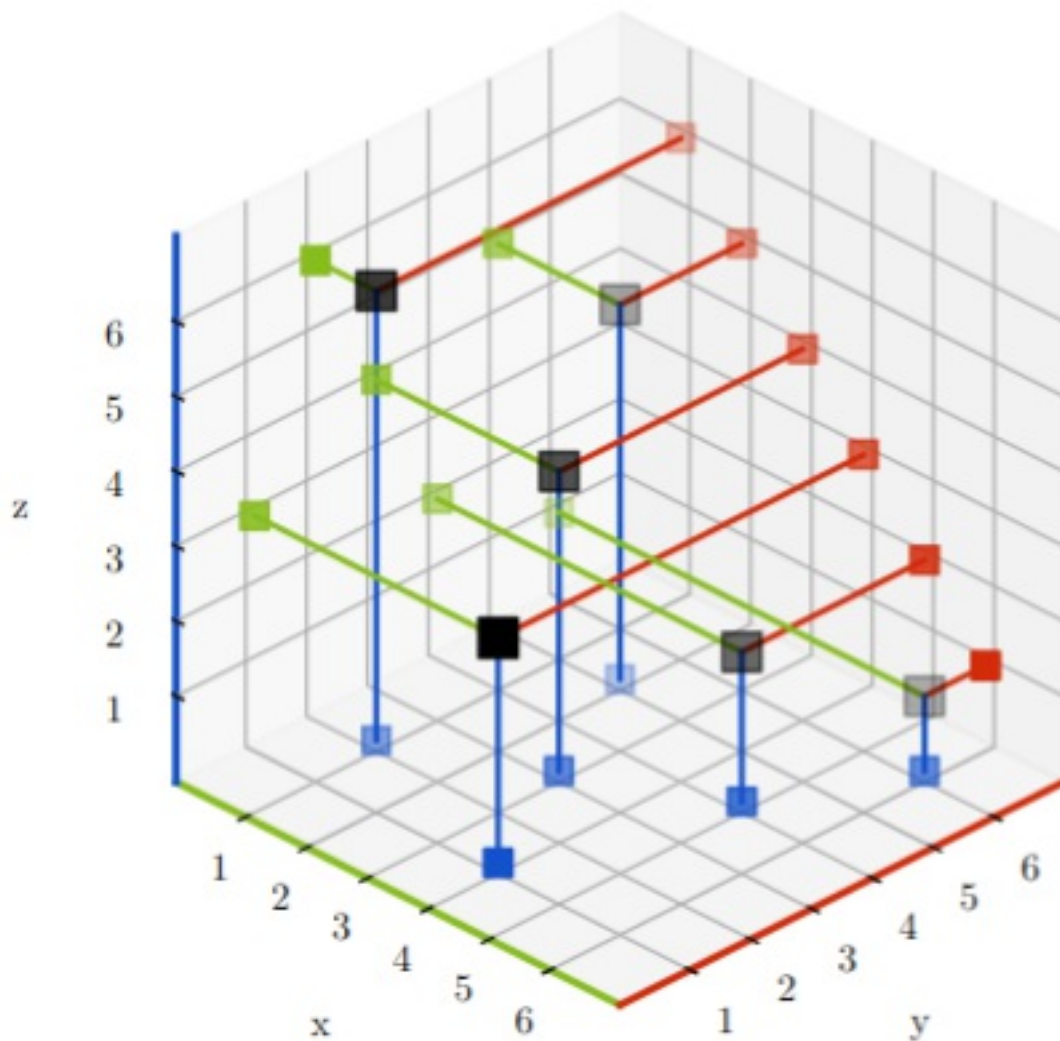
Contexte

Une permutation σ de taille n est une bijection de $1..n$ vers $1..n$. On la note habituellement pas la séquence de ses images : $(\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(n))$. Le diagramme d'une permutation est le nuage de points $\{(i, \sigma(i)), i \in 1..n\}$. Voici par exemple le diagramme de la permutation 413526.



Un *diagramme 3D* généralise cette notion en dimension supérieure : c'est un nuage de points sur la grille $(1..n)^3$ où il y a exactement un point par plan de la grille orthogonal à un axe. Ce nuage de points peut être encodé par un couple de permutations $(\sigma_y, \sigma_z) : \{(i, \sigma_x(i), \sigma_z(i)), i \in 1..n\}$. Une *permutation 3D* (ou *3-permutation*)[1] est simplement un couple de permutations.

Par exemple le diagramme de la 3-permutation $(253146, 654321)$ est donné ci-dessous.



Dans ce stage nous allons essayer de généraliser aux 3-permutations des résultats connus sur les permutations. Plus particulièrement, nous allons nous intéresser aux *permutations planes* [4].

Les objectifs du stage sont les suivants :

1. Proposer une généralisation des permutations planes en 3D
2. Enumérer expérimentalement ces permutations en utilisant la bibliothèque `multipermutation`[2].
3. Essayer de caractériser ces multipermutations par des motifs exclus.
4. Essayer de trouver un arbre de génération [3] pour ces multipermutations.
5. Trouver une formule d'énumération de ces 3-permutations
6. Etendre les résultats obtenus sur les plane 3-permutations anti-Baxter 3-permutations.
7. Généraliser les résultats obtenus en dimension supérieure.

Bibliographie :

- [1] [Nicolas Bonichon and Pierre-Jean Morel, "Baxter d-Permutations and Other Pattern-Avoiding Classes", Journal of Integer Sequences \(2022\)](https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/VOL25/Bonichon/bonichon3.pdf)
(<https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/VOL25/Bonichon/bonichon3.pdf>)
- [2] [Bibliothèque Python MutliPermutations](https://plmlab.math.cnrs.fr/bonichon/multipermutation)
(<https://plmlab.math.cnrs.fr/bonichon/multipermutation>)
- [3] [Bouvel, Mathilde, et al. "Semi-Baxter and strong-Baxter: two relatives of the Baxter sequence." SIAM Journal on Discrete Mathematics 32.4 \(2018\): 2795-2819.](https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/17M1126734)
(<https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/17M1126734>)
- [4] [Bousquet-Mélou, Mireille, and Steve Butler. "Forest-like permutations." Annals of Combinatorics 11.3 \(2007\): 335-354. \(https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s00026-007-0322-1.pdf\)](https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s00026-007-0322-1.pdf)