

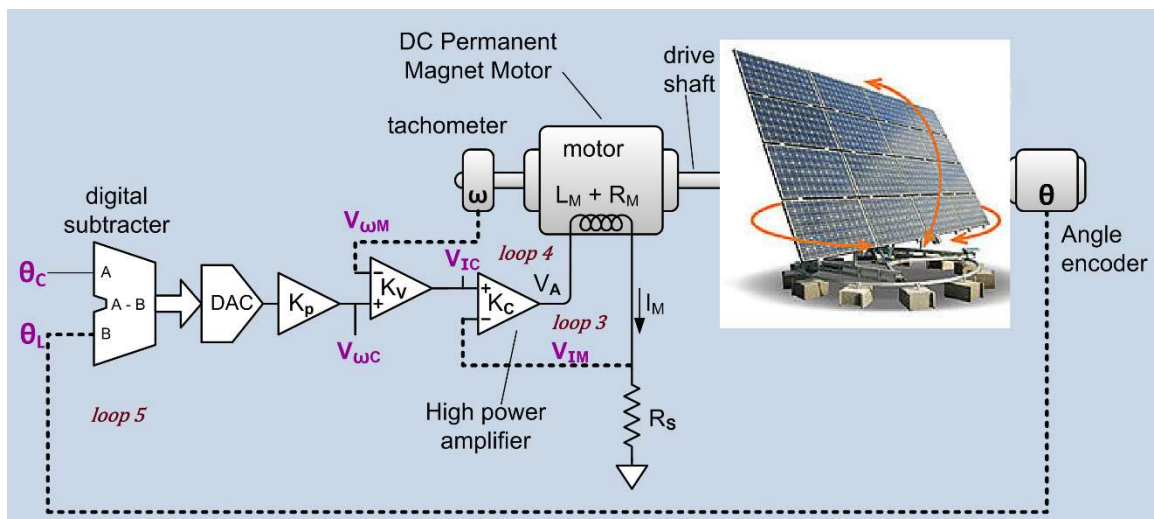


GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Semestre 3

AUTOMATIQUE

Travaux dirigés



2022 – 2023

Sommaire et durée recommandée pour chaque TD

TD1 – (1 heures) Mise en équation et modélisation

TD2 – (2.5 heures) Calcul de transmittances et schémas fonctionnels

TD3 – (3.5 heures) Etude fréquentielle des systèmes

TD4 – (2 heures) Analyse transitoire des systèmes et stabilité

TD5 – (3 heures) Caractérisation et identification par réponse temporelle ou fréquentielle

TD1 – Mise en équation et modélisation

Exercice 1.1 – Mise en équation d'un système thermique

On considère l'enceinte climatique de la figure 1.1. On suppose que la capacité thermique de l'enceinte (et de ce qui est chauffé à l'intérieur) est notée C_{th} . Un système de chauffe/refroidissement produit une puissance thermique proportionnelle à la tension de commande $u(t)$ de la forme :

$$P_{act}(t) = Gu(t). \quad (1)$$

Les échanges thermiques entre l'enceinte et l'extérieur sont caractérisés par une résistance thermique R_{th} . La puissance thermique perdue par le biais de ces échanges sera notée $P_{fuite}(t)$.

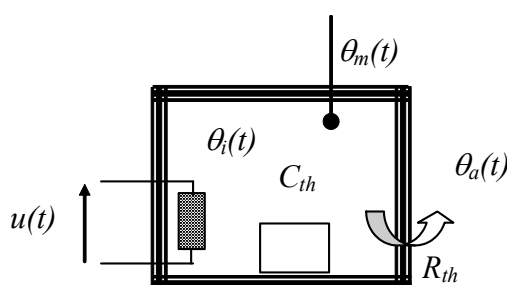


Figure 1.1 – Schéma de l'enceinte thermique

La température $\theta_i(t)$ à l'intérieur de l'enceinte thermique est mesurée à partir d'une sonde PT100. La capsule de verre qui protège la sonde fait que la température à l'intérieur de l'enceinte est connue avec un retard T soit :

$$\theta_m(t) = \theta_i(t - T). \quad (2)$$

Un bilan thermique permet alors d'écrire que la puissance thermique qui participe activement à une modification de la température à l'intérieur de l'enceinte thermique correspond à la puissance apportée moins la puissance perdue, soit :

$$P_{th}(t) = P_{act}(t) - P_{fuite}(t). \quad (3)$$

Question 1.1 - Ecrire

- l'équation algébrique liant la puissance thermique perdue par fuite $P_{fuite}(t)$ à la température ambiante $\theta_a(t)$ et à la température à l'intérieur de l'enceinte $\theta_i(t)$,
- l'équation différentielle liant l'accroissement de la température dans l'enceinte et la puissance thermique apportée $P_{th}(t)$

Exercice 1.2 – Mise en équation d'un système électromécanique : moteur à courant continu commandé par l'induit

Un moteur électrique à courant continu est constitué d'un enroulement fixe, appelé inducteur, et d'un enroulement mobile, appelé induit.

L'induit est donc soumis à une tension $v(t)$, qui constitue la commande du moteur. Le courant qui en résulte est noté $i(t)$. La résistance de l'induit est notée r , l'inductance l .

Lorsque l'inducteur est parcouru par un courant constant, le circuit électrique équivalent est donné par la figure 1.5. $e(t)$ représente une force contre-électromotrice proportionnelle à la vitesse de rotation $\omega(t)$ de l'induit : $e(t) = k_e \omega(t)$

Question 1.2 - Ecrire l'équation différentielle liant la tension de commande, le courant d'induit et la vitesse de rotation de l'induit.

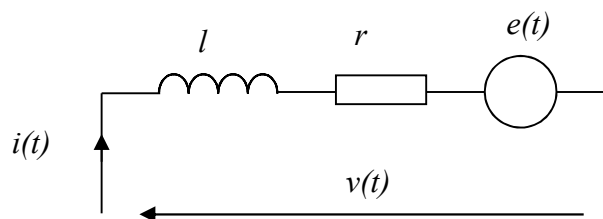


Figure 1.2 – Circuit électrique

La partie mécanique est constituée du rotor du moteur entraînant une charge, le moment d'inertie de l'ensemble étant noté J . Ce système est représenté par le schéma de la figure 1.3. Le couple de réaction est dû à un frottement visqueux de coefficient μ . Le couple moteur $C_m(t)$ est produit par effet électromagnétique, il est donc proportionnel au courant $i(t)$ qui traverse l'induit: $C_m(t) = k_c i(t)$

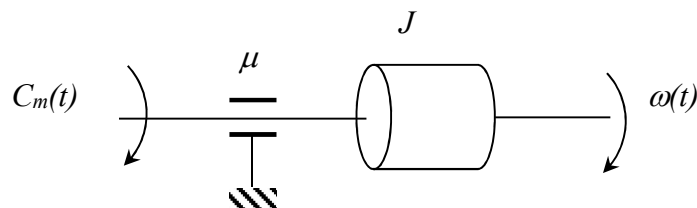


Figure 1.3 – Partie mécanique

Question 1.3 - En appliquant le principe fondamental de la dynamique des corps en rotation, écrire l'équation différentielle liant la position angulaire instantanée $\theta(t)$ de l'arbre d'induit, et le couple moteur.

Exercice 1.3 (si le temps le permet en TD sinon comme exercice de révision) – Moteur couple

Un moteur à courant continu est commandé par l'induit selon le schéma de la figure 1.4.

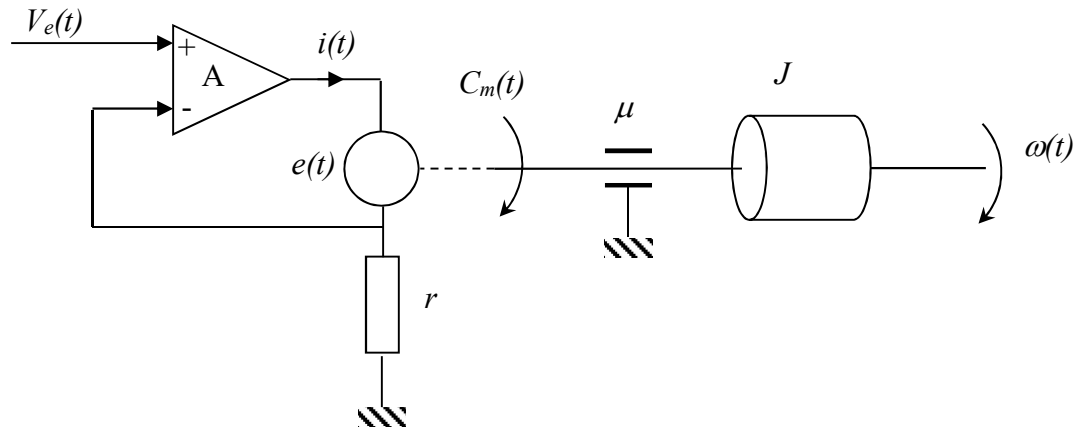


Figure 1.4 – Moteur couple

L'amplificateur opérationnel de puissance utilisé est un composant de la société ST Microelectronics de référence L165. Le diagramme de Bode de cet amplificateur en boucle ouverte est donné par la figure 1.5.

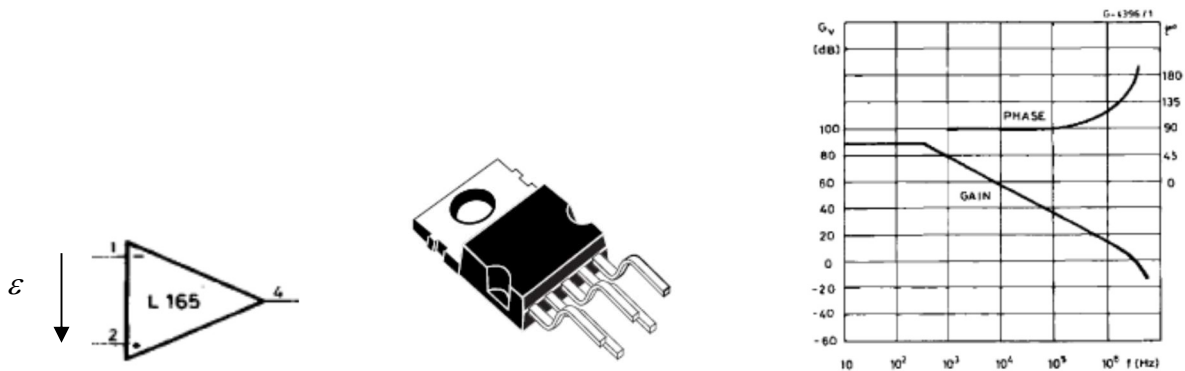


Figure 1.5 – Amplificateur L165 et diagramme de Bode associé

Question 1.4 - A partir du diagramme de Bode de la figure ci-dessus, vérifier que la fonction de transfert de l'amplificateur en boucle ouverte peut être approchée par :

$$H(p) = \frac{A}{\frac{p}{\omega_c} + 1}$$

Donner les valeurs de A et de ω_c

Question 1.5 – Ecrire l'ensemble des équations dynamiques permettant de caractériser le système de la figure 1.4.

TD2 – Calcul de transmittances et schémas fonctionnels

Exercice 2.1 – Enceinte climatique

On considère à nouveau l'enceinte climatique analysée à l'exercice 1.1, pour laquelle un modèle dynamique a été établi.

Question 2.1 – Donner les transformées de Laplace des 5 relations décrivant l'enceinte climatique, en tenant compte des conditions initiales.

Question 2.2 – A partir des relations précédentes, proposer un schéma fonctionnel du système. Les conditions initiales seront considérées nulles.

Question 2.3 – Donner la transmittance liant les transformées de Laplace de la température mesurée $\theta_m(p)$ et de la commande $u(p)$, puis donner la transmittance liant les transformées de Laplace de la température mesurée $\theta_m(p)$ et de la température ambiante $\theta_a(p)$.

Exercice 2.2 – Système électromécanique

On considère à nouveau le système électromécanique analysé à l'exercice 1.2, pour lequel un modèle dynamique a été établi.

Question 2.4 – Donner les transformées de Laplace des équations différentielles obtenues à l'exercice 1.2.

Question 2.5 – A partir des relations précédentes, proposer un schéma fonctionnel du système. Les conditions initiales seront considérées nulles. Donner l'expression littérale de la fonction de transfert $G(p) = \omega(p)/v(p)$. On rappelle que $\omega(p)$ et $v(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de la vitesse de rotation du moteur exprimée en rd/s et de la tension d'induit exprimée en Volts.

Question 2.6 – L'objectif est à présent d'obtenir un modèle dont les paramètres numériques permettent de représenter le banc qui sera utilisé en TP, constitué d'un moteur accouplé à une génératrice (voir figure 2.1).



Figure 2.1 – Type de platine utilisée en TP

Reprendre le schéma fonctionnel obtenu à la question 2.5 et le modifier (rajouter les blocs nécessaires éventuellement) pour que la sortie du système soit la vitesse de rotation du moteur exprimée en tr/mn, et que son entrée soit le rapport cyclique α (de 0 à 100%) du signal PWM qui contrôle le pont en H qui alimente le moteur. Faire également apparaître sur le schéma le couple de frottement sec qui sera noté C_f .

Question 2.7 – A partir des caractéristiques du moteur figurant dans la tableau 2.1, affecter des valeurs numériques aux paramètres qui apparaissent dans le schéma fonctionnel obtenu à la question précédente. Faire l’inventaire de valeurs numériques manquantes. Attention aux unités ! A ce propos, montrer que $k_c \approx k_e$ si on utilise les bonnes unités, coefficient que l’on notera k par la suite.

Tension nom.	Caractéristiques à vide		Caractéristiques au meilleur rendement				Caractéristiques au démarrage		Puiss. pic	Rés. totale	Inductance	Constante du couple	FEM
Vcc	mA	Rpm	g-cm	Rpm	mA	%	g-cm	mA	Watts	Ohms	mH	Kg-Cm/A	V/1000 trs
24	105	3750	392	3272	736	74.6	3073	5050	29.6	4.75	3.93	0.6214	6.28

Tableau 2.1 – Caractéristiques du moteur à courant continu.

Question 2.8 – Pour obtenir les coefficients manquants, on va réaliser plusieurs essais. Le premier consiste à appliquer un échelon de tension et mesurer la pente de la vitesse de l’arbre moteur qui évolue linéairement, pour en déterminer l’inertie entraînée des masses en rotation. Pour cela, expliquer pourquoi en phase de démarrage la relation suivante est valide :

$$p\omega(p) = \frac{k}{J} (I_d - I_{C_f})$$

où I_d correspond au courant de démarrage et I_{C_f} est le courant nécessaire pour vaincre le couple de frottement sec évalué à 0.16A. A partir de cette relation on a dans le domaine temporel

$$\omega(t) = \frac{k}{J} (I_d - I_{C_f}) t.$$

En utilisant cette relation et la mesure de la figure 2.2, déterminer l’inertie J . Déterminer également la valeur du couple de frottement sec C_f exprimé en N.m.

Question 2.9 – Pour les autres paramètres, on effectue un essai de lâcher, c’est-à-dire qu’on coupe l’alimentation du moteur lorsque sa vitesse permanente est atteinte, et on mesure alors l’évolution de la vitesse (qui décroît). On obtient alors la courbe de la figure 2.3. Dans une telle situation, montrer que la relation qui régit le fonctionnement du moteur est de la forme :

$$-C_f = J \frac{d\omega(t)}{dt} + \mu\omega(t).$$

Cette équation différentielle a pour solution :

$$\omega(t) = \left(\omega_0 + \frac{c_f}{\mu} \right) e^{-\frac{\mu t}{J}} - \frac{c_f}{\mu}.$$

En considérant que $e^{-x} \approx 1 - x$, montrer que :

$$\omega(t) \approx \omega_0 - \frac{(\mu\omega_0 + c_f)}{J} t$$

Puis en déduire la valeur de μ à l'aide de la figure 2.4.

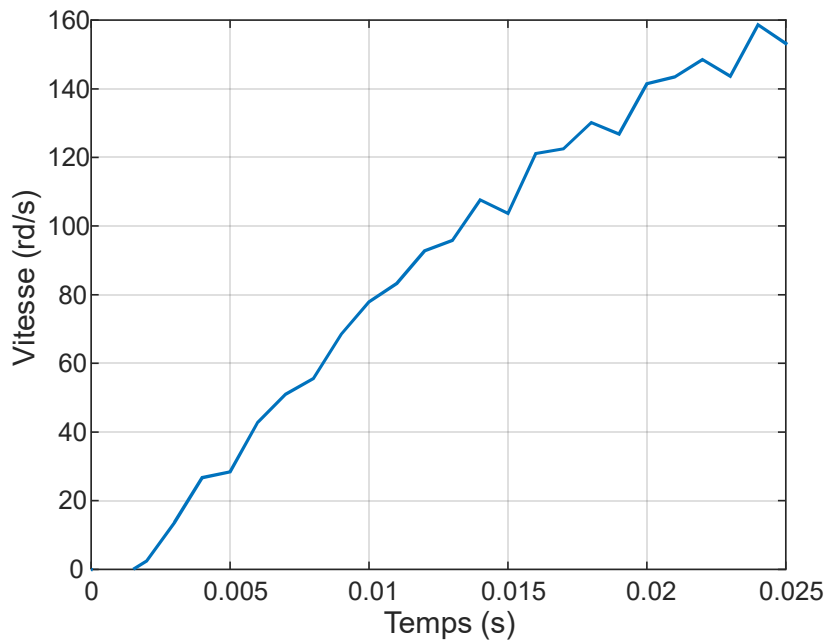


Figure 2.2– Evolution de la vitesse du démarrage du banc

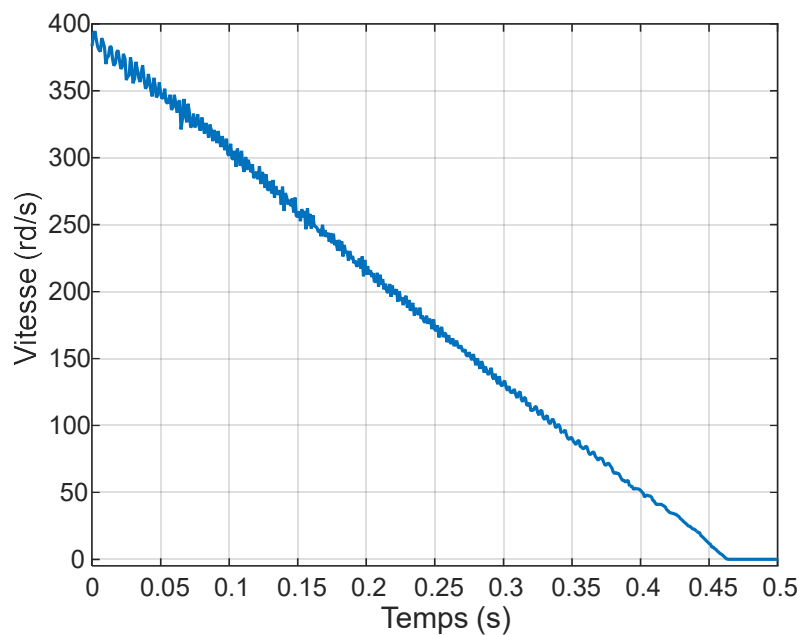


Figure 2.3– Evolution de la vitesse du banc lors de l'essai de lâcher

Question 2.10 – La fonction de transfert $G(p)$ obtenue à la question 2.5 peut s'écrire sous la forme :

$$G(p) = \frac{G_0}{1 + (\tau_{em} + f\tau_{el})p + \tau_{em}\tau_{el}p^2}$$

avec :

$$\tau_{el} = \frac{L}{R} \text{ constante de temps électrique}$$

$$\tau_{em} = \frac{RJ}{R\mu + K^2} \text{ constante de temps électromécanique}$$

$$G_0 = \frac{K}{R\mu + K^2},$$

$$f = \frac{R\mu}{R\mu + K^2}.$$

Avec les valeurs numérique trouvées précédemment, le coefficient f est très faible et $\tau_{el} \ll \tau_{em}$, et donc l'approximation suivante est justifiée :

$$G(p) \approx \frac{G_0}{(1 + \tau_{el}p)(1 + \tau_{em}p)}.$$

En calculant la réponse indicielle de $G(p)$ en utilisant les tables de transformées de Laplace données en annexe, justifier que l'impact de la constante de temps électrique τ_{el} sera très faible sur cette réponse ce qui justifie l'approximation d'un comportement de type premier ordre.

Exercice 2.3 – Transmittances de systèmes bouclés

Soit le système décrit par le schéma fonctionnel de la figure 2.4.

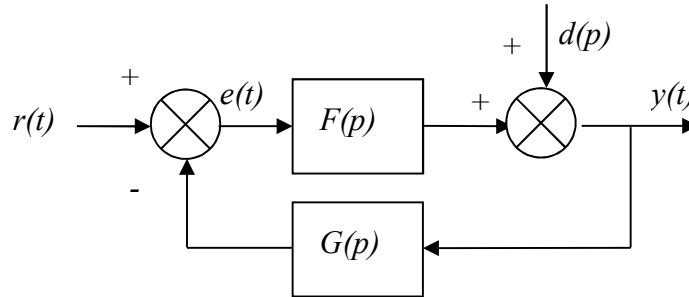


Figure 2.4– Schéma fonctionnel étudié

Question 2.11 – Calculer les fonctions de transfert entre $R(p)$ et $Y(p)$ puis entre $D(p)$ et $Y(p)$. Vérifier en appliquant la règle de Mason.

Comme l'indique la figure 2.5, dans certains cas, le calcul est facilité en déplaçant le point de départ de la chaîne de retour en conservant inchangées les relations entre les différentes grandeurs. Par exemple, sur la figure 2.5, les fonctions de transfert sont égales.

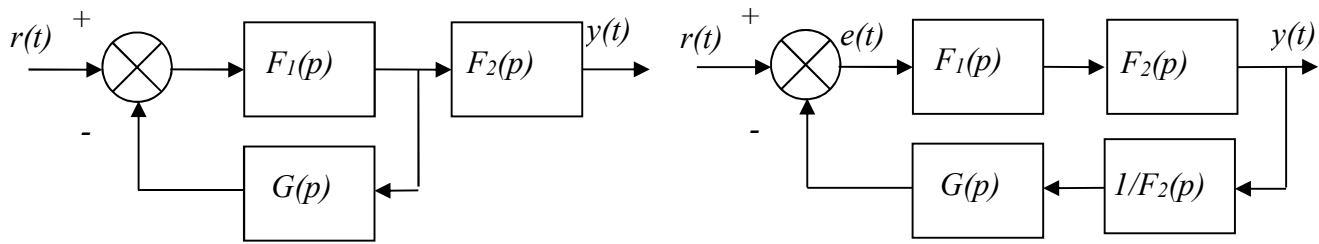


Figure 2.4 – Schéma fonctionnel étudié

Question 2.12 – En donnant les valeurs numériques suivantes aux coefficients des fonctions de transfert $F_1(p)$, $F_2(p)$ et $G(p)$ pour le système bouclé de la figure 2.5,

$$F_1(p) = \frac{1}{p^3+p} \quad F_2(p) = \frac{p+8}{p^2+5p+1} \quad G(p) = \frac{3p}{p+4}$$

calculer le plus simplement possible la fonction de transfert $y(p)/r(p)$.

Question 2.13 – Modifiez le schéma fonctionnel de la figure 2.6 pour calculer la transmittance S/E .

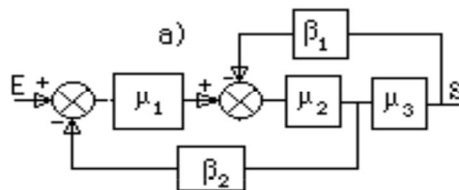


Figure 2.6 – Schéma fonctionnel à transformer

Exercice 2.4 – (si le temps le permet en TD sinon comme exercice de révision) - Moteur couple

Question 2.14 – Donner les transformées de Laplace des équations différentielles obtenues à l'exercice 1.4.

Question 2.15 – Donner un schéma fonctionnel du montage et calculer la fonction de transfert entre la tension d'entrée et le couple moteur, puis entre la tension d'entrée et la vitesse de rotation.

Question 2.16 – Que devient cette fonction de transfert de l'asservissement si on suppose que le gain A est très grand (tend vers l'infini) ?

TD3 – Etude fréquentielle des systèmes

Exercice 3.1 – Diagrammes de Bode

Question 3.1 – Tracer les diagrammes de Bode des systèmes décrits par les transmittances $F_1(p)$, $F_2(p)$, $F_3(p)$ et $F_4(p)$ données à la suite. Pour cela :

- tracer d'abord les asymptotes (de gain et de phase) en utilisant les feuilles de papier semilog disponibles aux pages suivantes,
- donner les expressions littérales du gain et de la phase,
- calculer quelques valeurs du gain et de la phase (à regrouper dans les tableaux qui suivent) et reporter ces points sur le tracé,
- tracer finalement les courbes de gain et de phase.

Pour le calcul des valeurs du gain et de la phase de certaines fonctions de transfert, ainsi que pour le tracé des courbes de leur gain et phase, on pourra utiliser Matlab (ou d'autres outils numériques comme Octave ou Labview Mathscript).

$$F_1(p) = \frac{10}{p(1+5p)}$$

$$F_2(p) = \frac{30(p+10)}{p(p+1)(p+200)}$$

$$F_3(p) = \frac{p}{(1+20p)(1+5p)}$$

$$F_4(p) = \frac{10}{(1+0.01p) \left(1 + \frac{2\zeta p}{10} + \frac{p^2}{100} \right)} \quad \text{pour } \zeta = 2, \zeta = 0.7 \text{ et } \zeta = 0.1$$

ω (rd/s)										
$ F_1(j\omega) _{dB}$										
$\phi(F_1(j\omega))^\circ$										

ω (rd/s)										
$ F_2(j\omega) _{dB}$										
$\phi(F_2(j\omega))^\circ$										

$\omega \text{ (rd/s)}$										
$ F_3(j\omega) _{dB}$										
$\phi(F_3(j\omega))^\circ$										

$$\zeta = 2$$

$\omega \text{ (rd/s)}$										
$ F_4(j\omega) _{dB}$										
$\phi(F_4(j\omega))^\circ$										

$$\zeta = 0.7$$

$\omega \text{ (rd/s)}$										
$ F_4(j\omega) _{dB}$										
$\phi(F_4(j\omega))^\circ$										

$$\zeta = 0.1$$

$\omega \text{ (rd/s)}$										
$ F_4(j\omega) _{dB}$										
$\phi(F_4(j\omega))^\circ$										

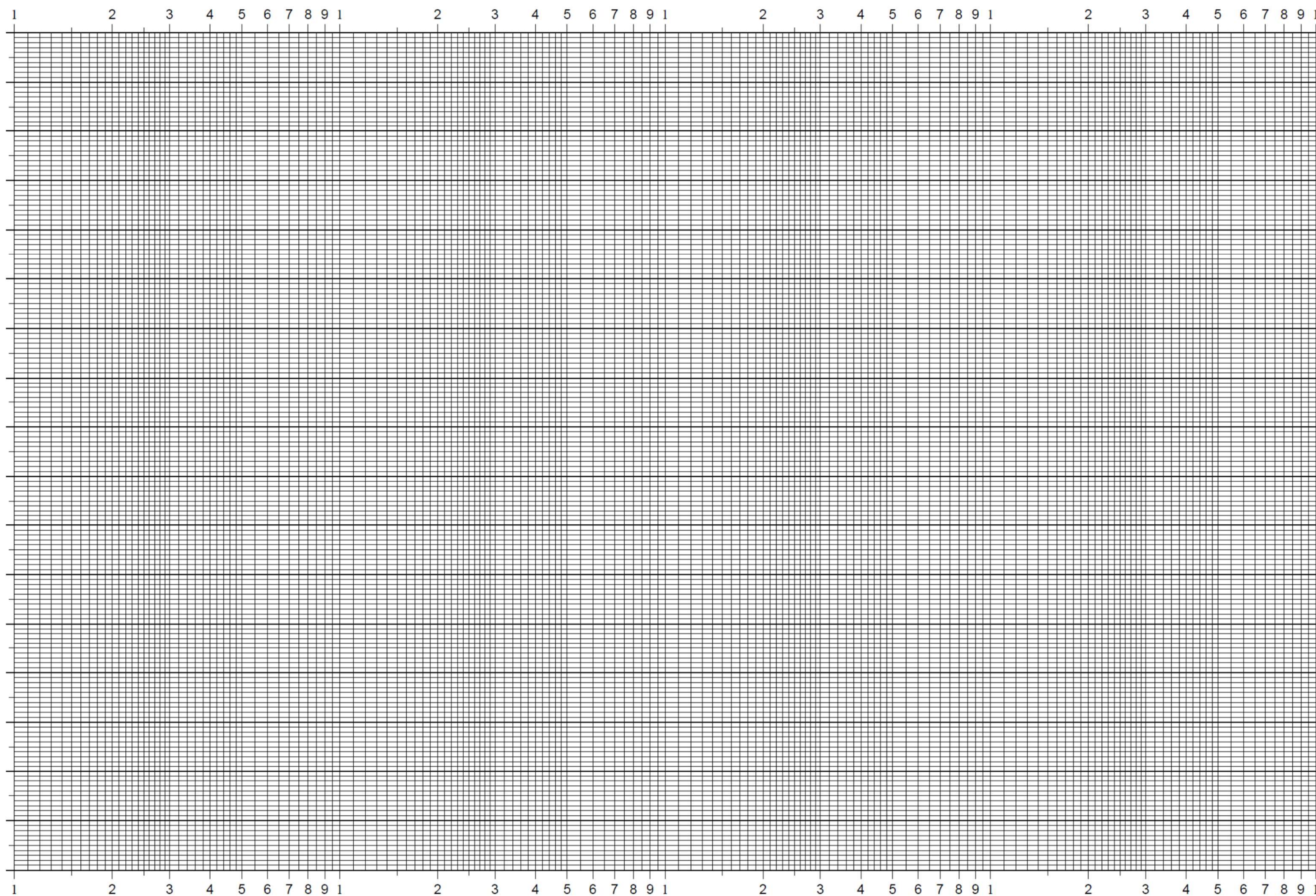
Exercice 3.2 – Diagrammes de Black

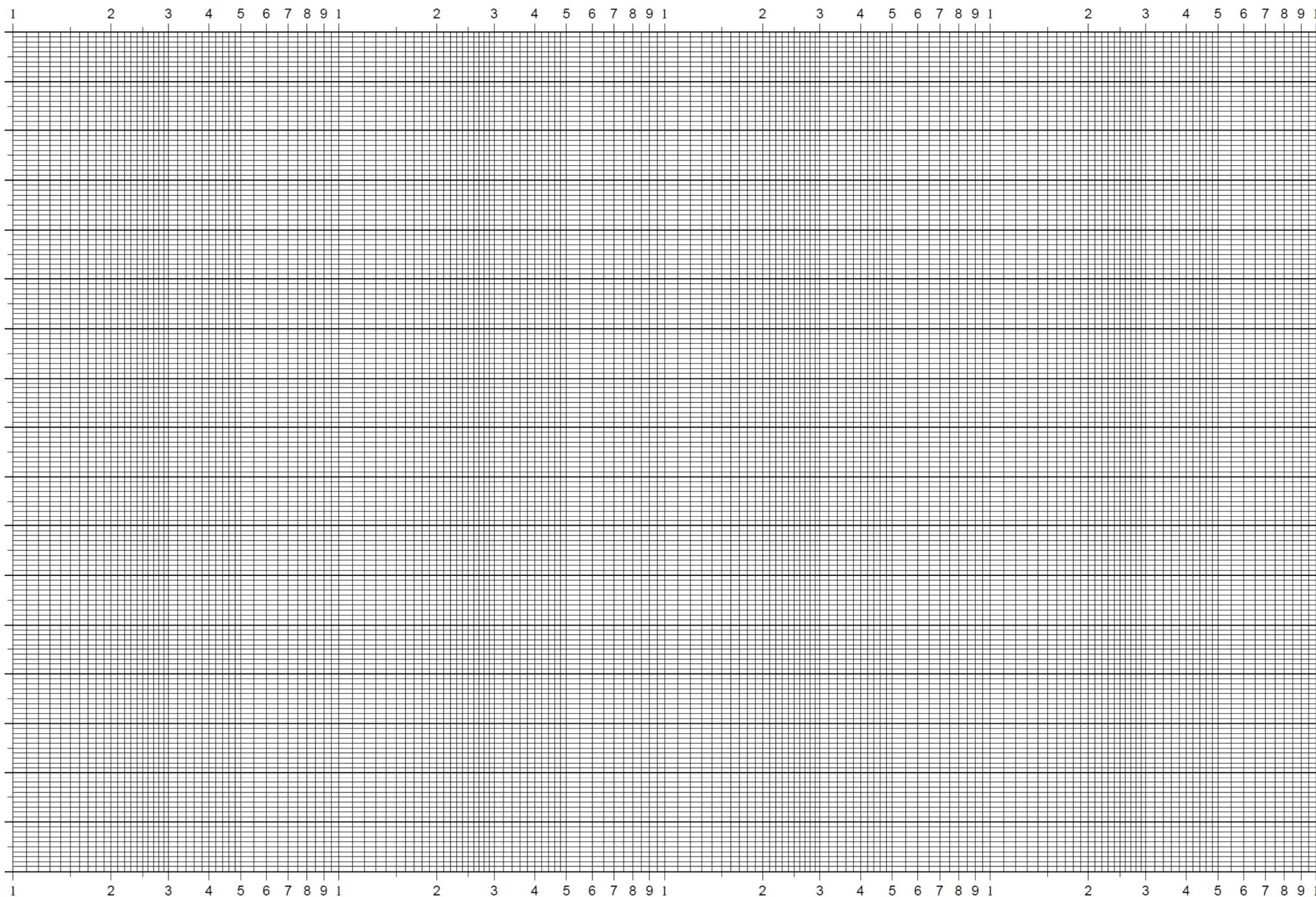
Question 3.2 – En utilisant les diagrammes de Bode obtenus à la question 3.1 (et/ou en utilisant Matlab), dessiner les diagrammes de Black de :

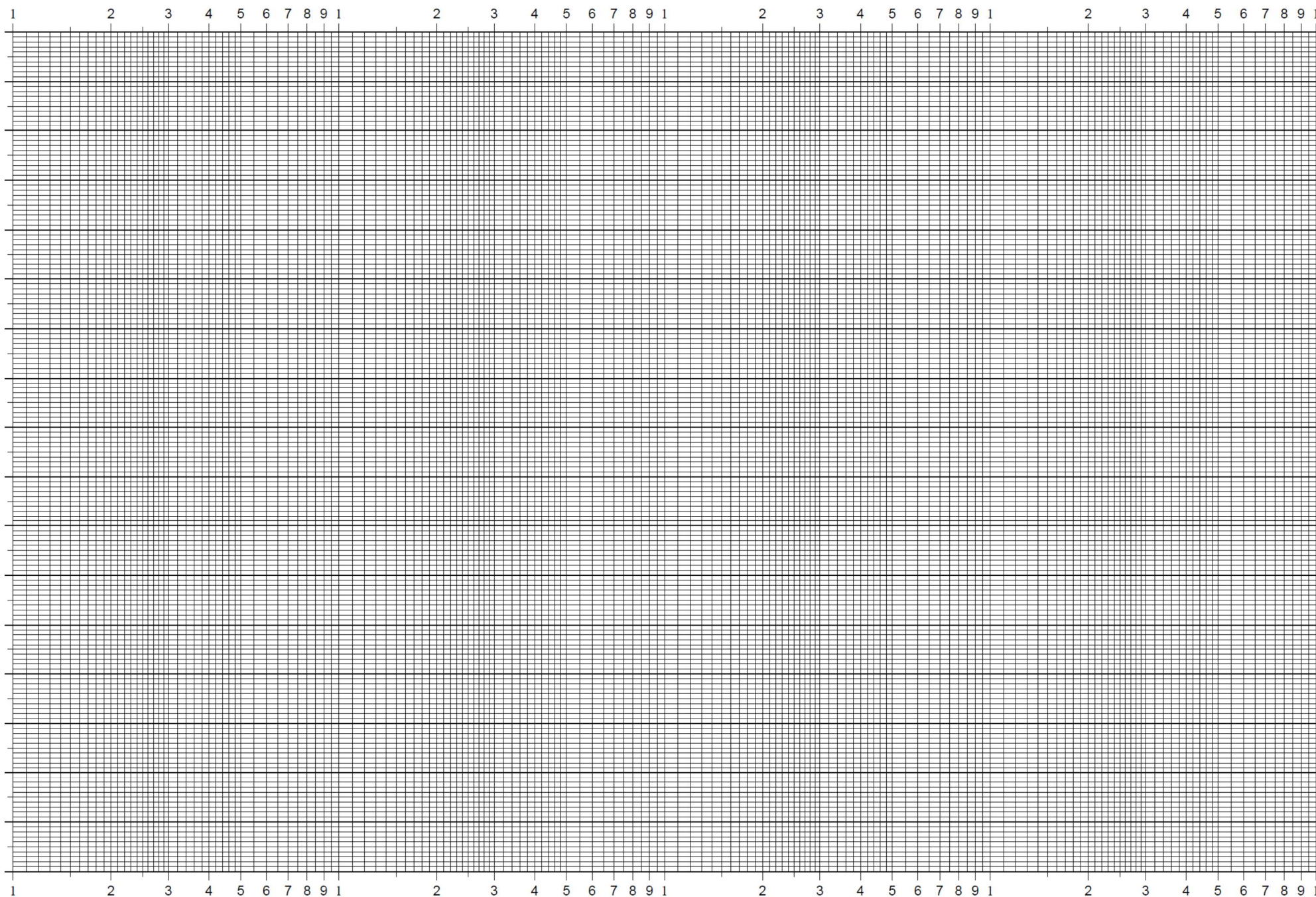
$$F_1(p),$$

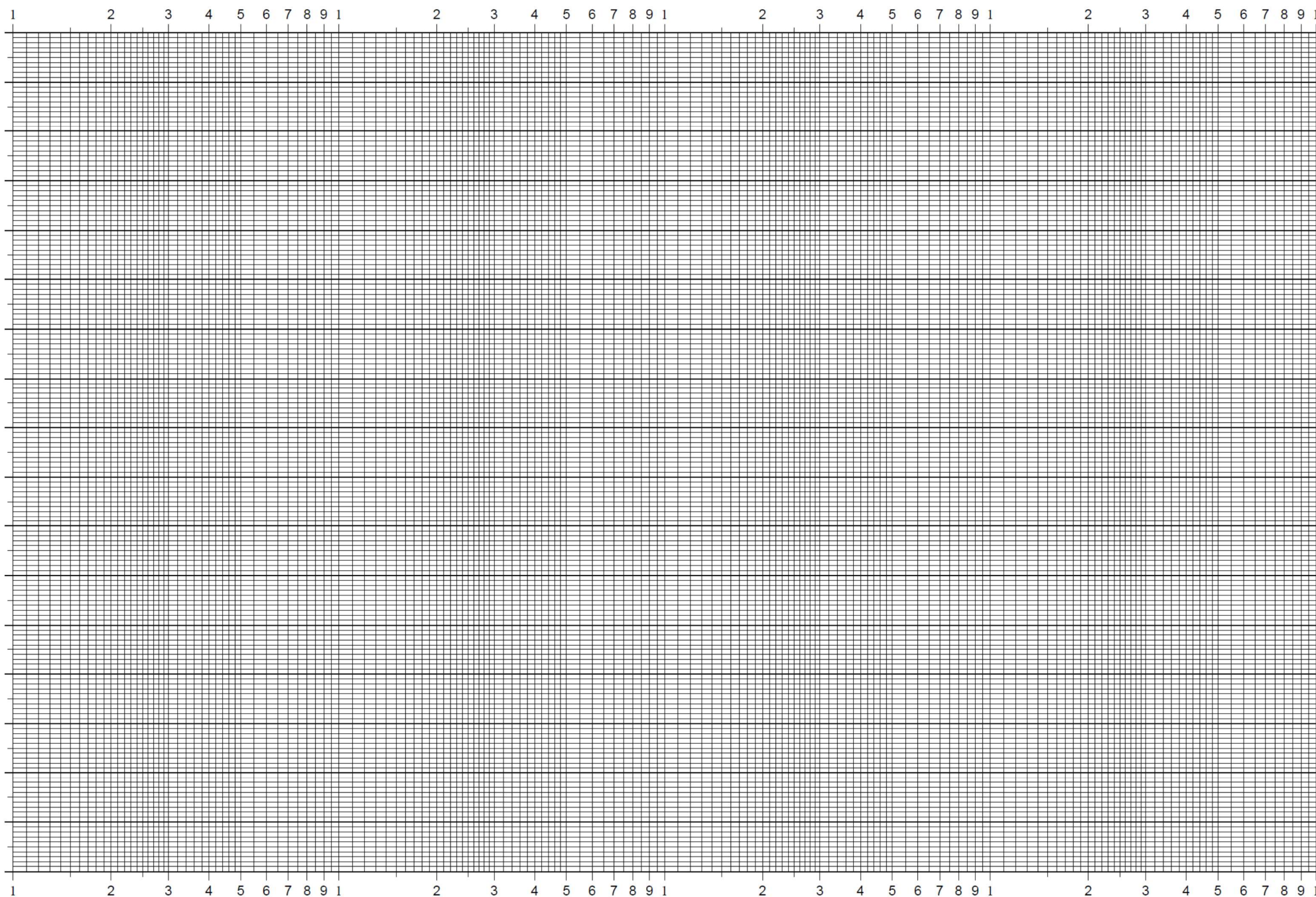
$$F_2(p)$$

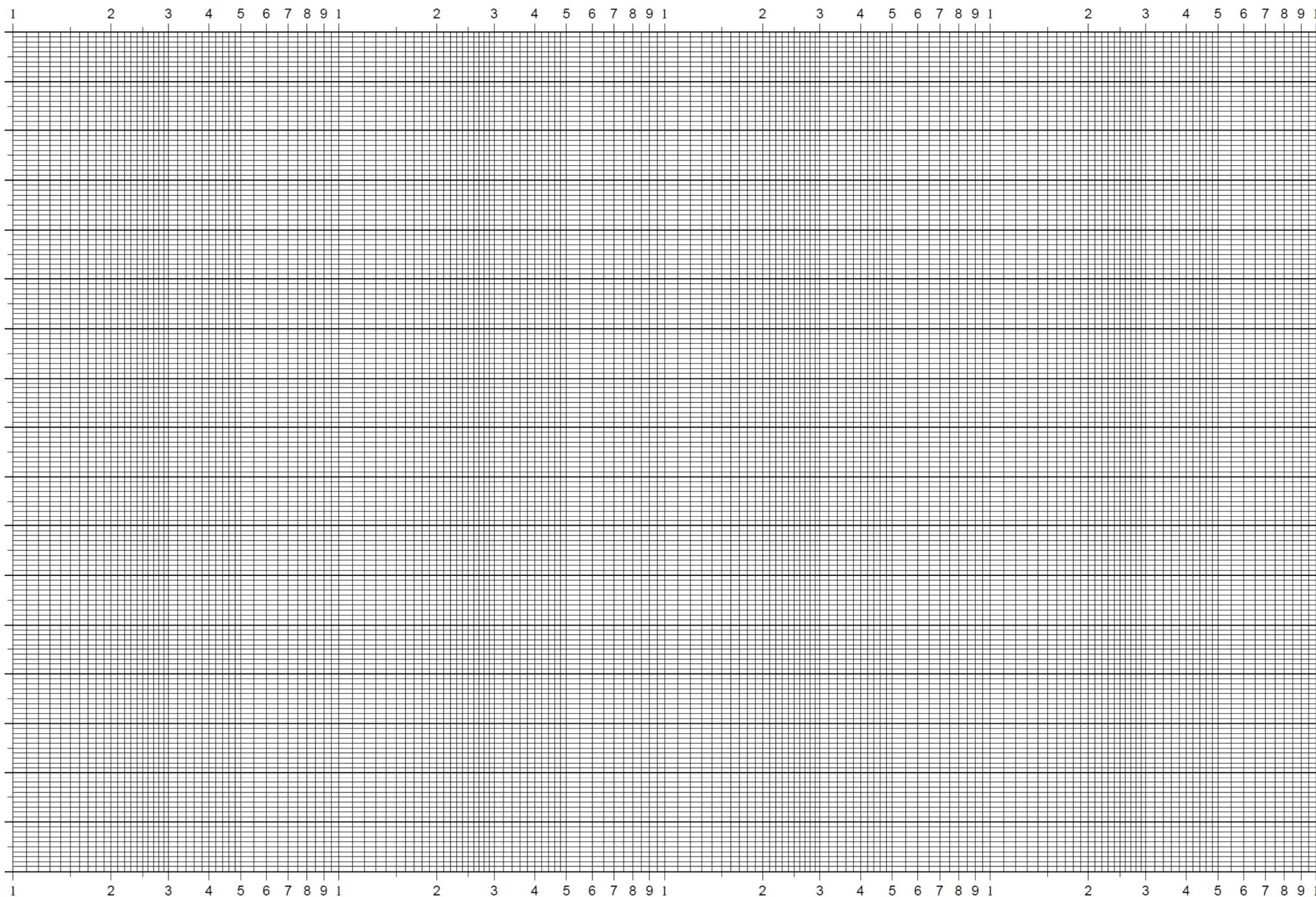
$$F_4(p) \text{ pour } \zeta = 2, \zeta = 0.7 \text{ et } \zeta = 0.1$$

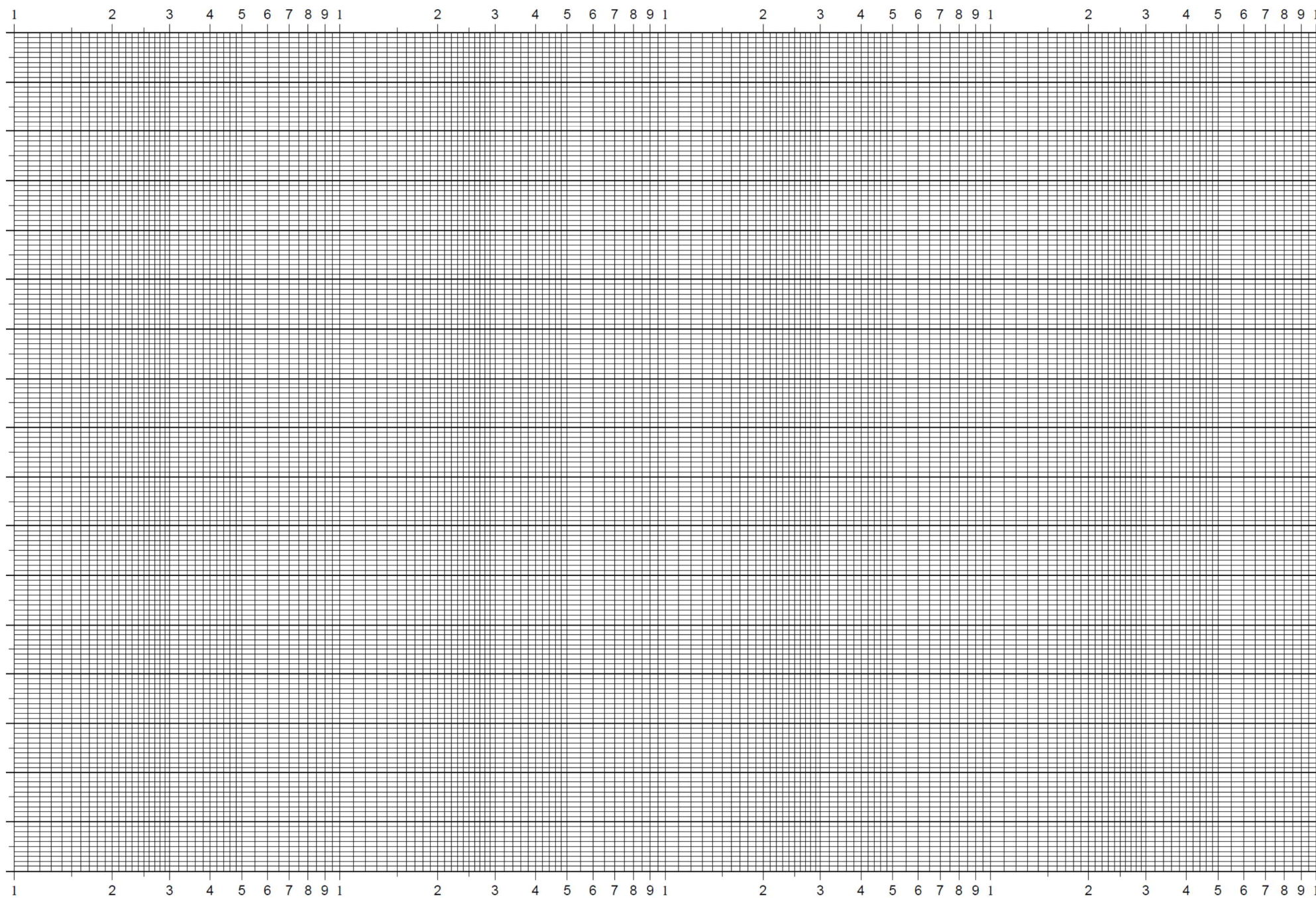


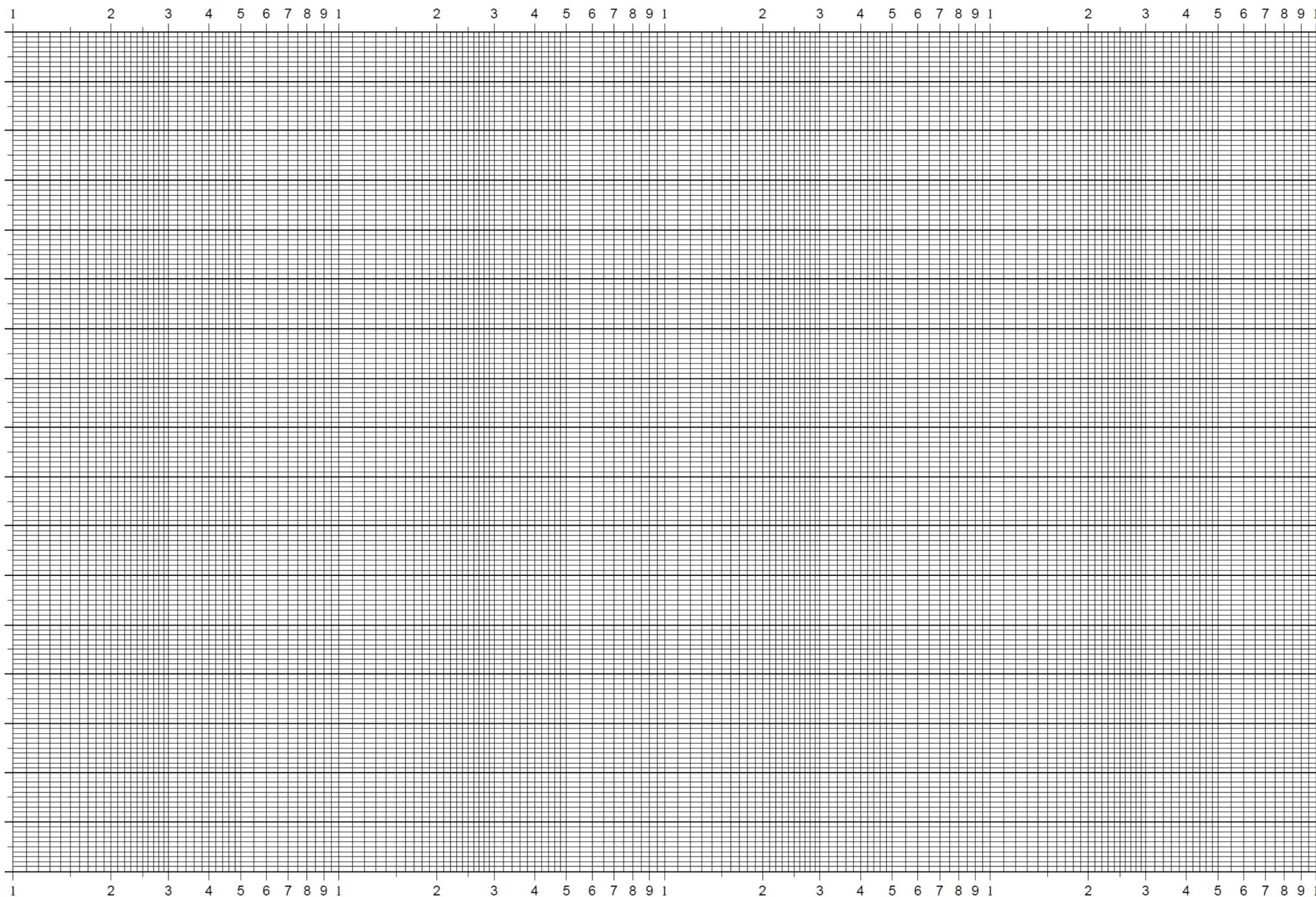


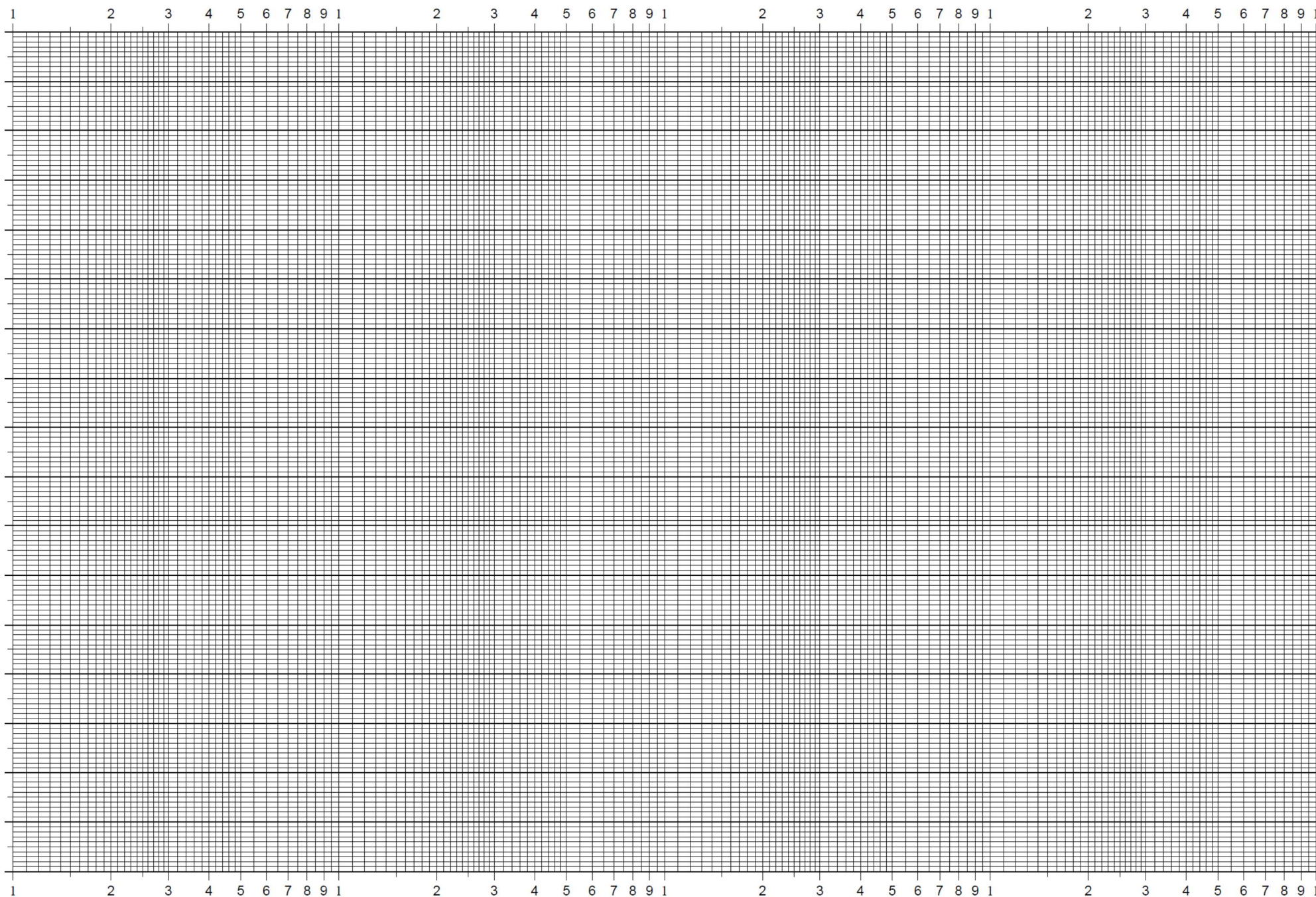


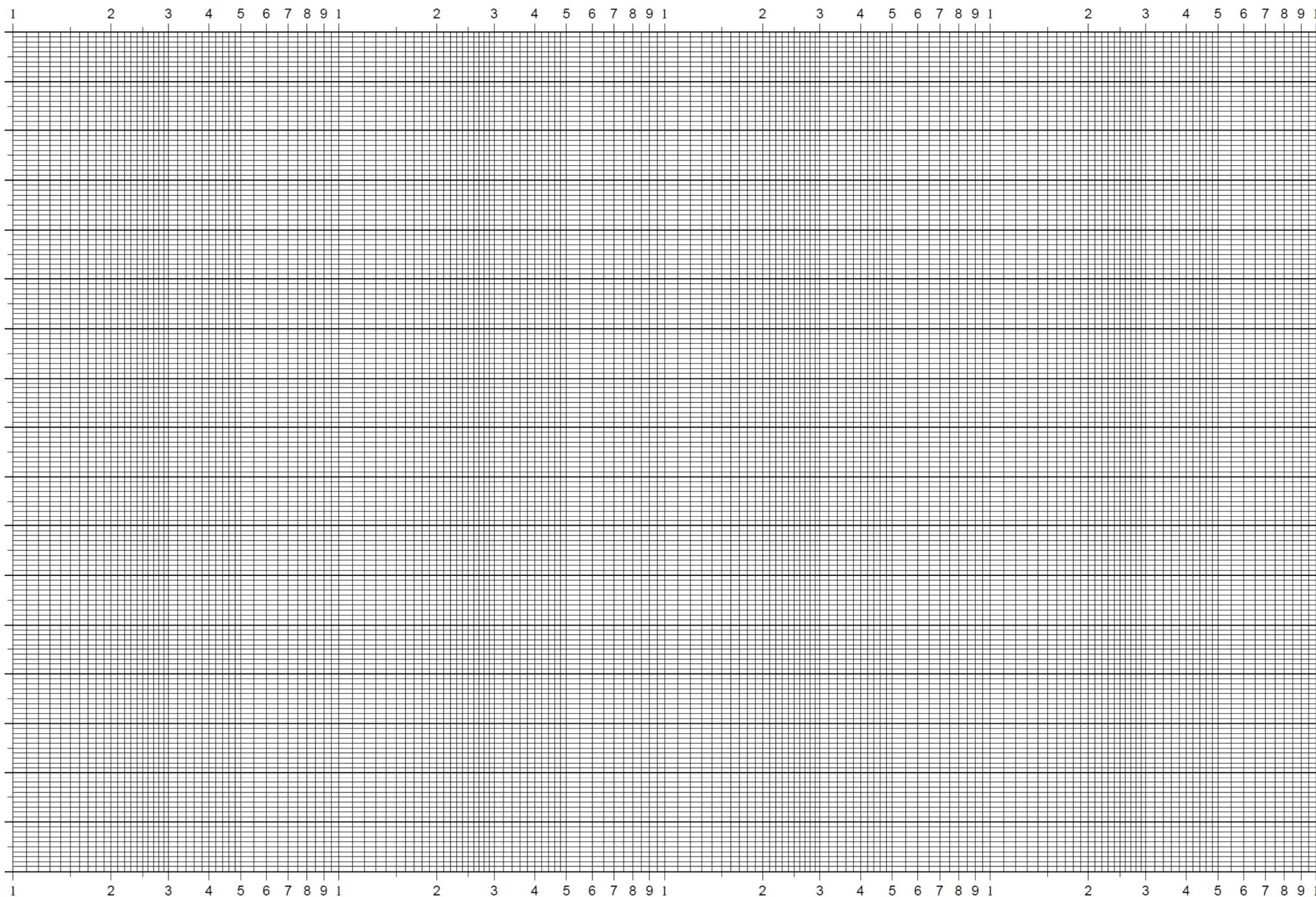


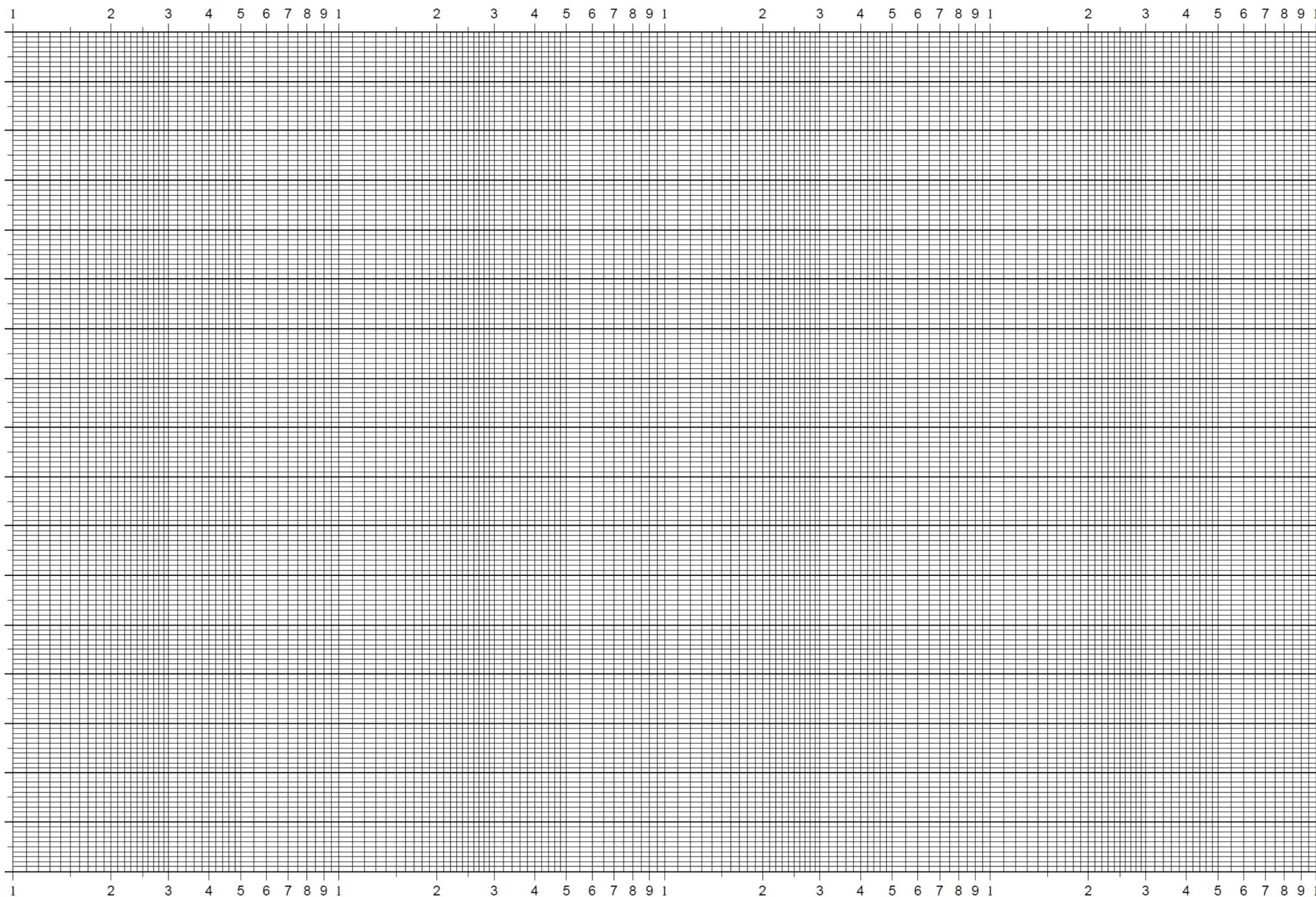


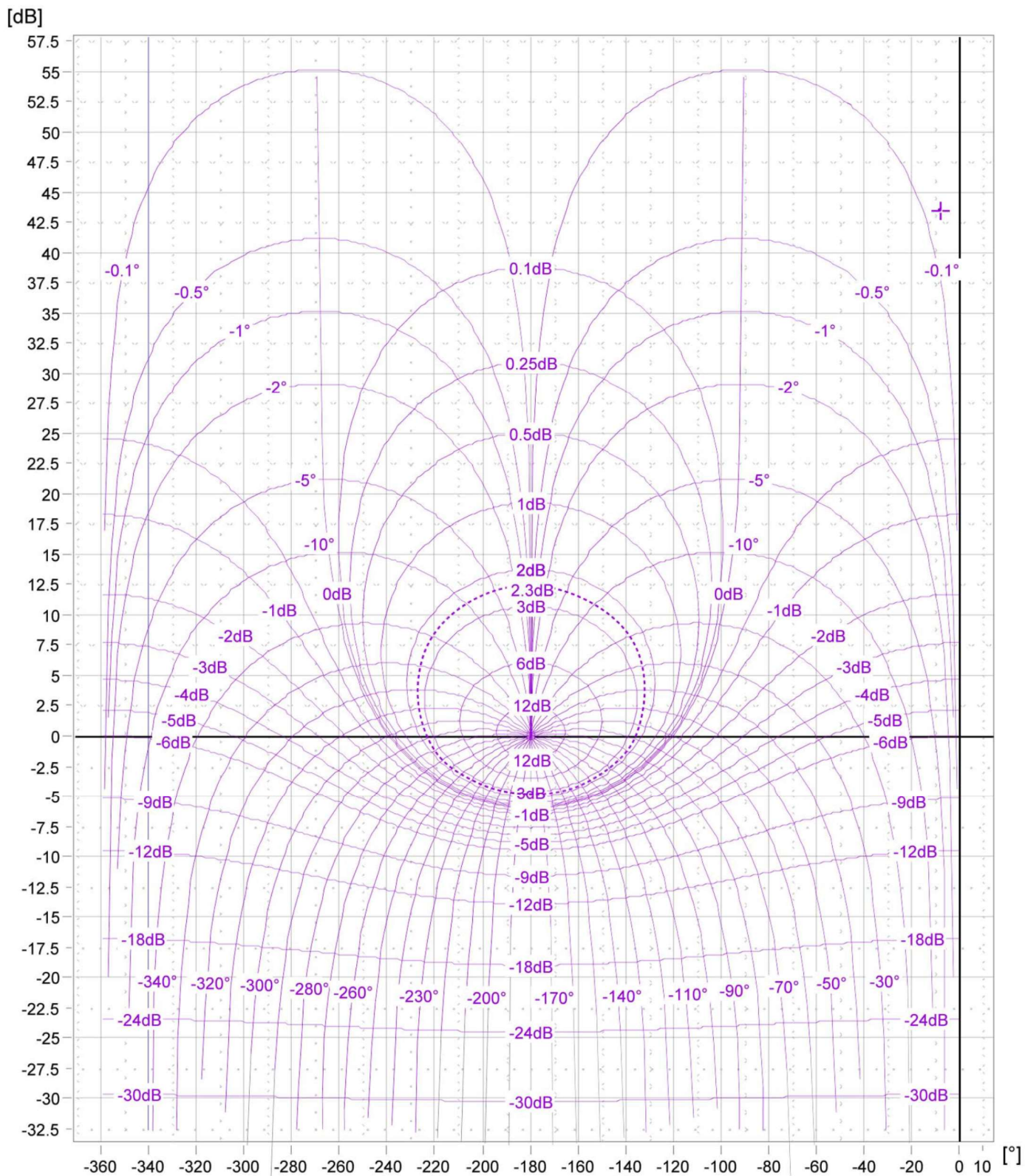




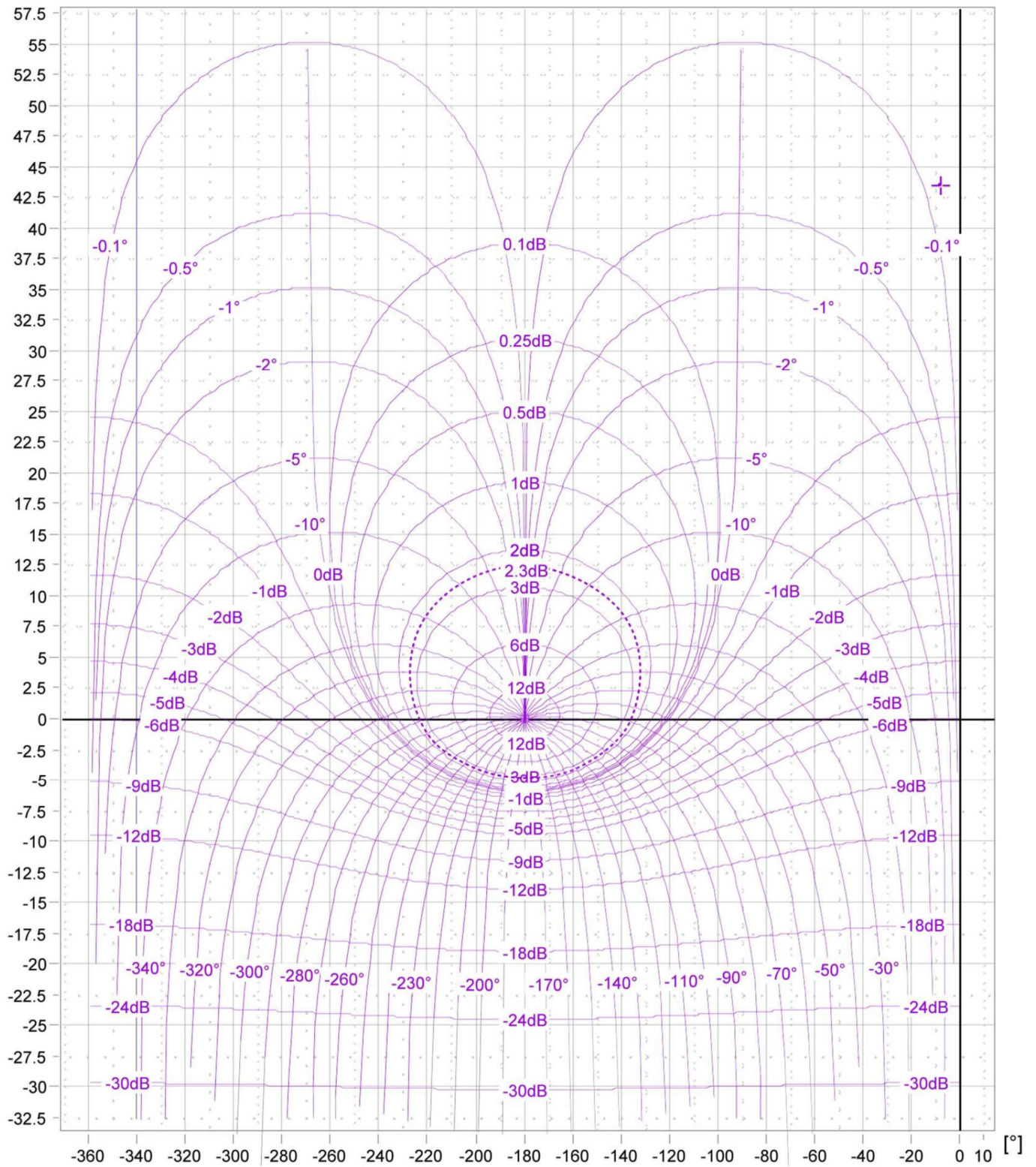




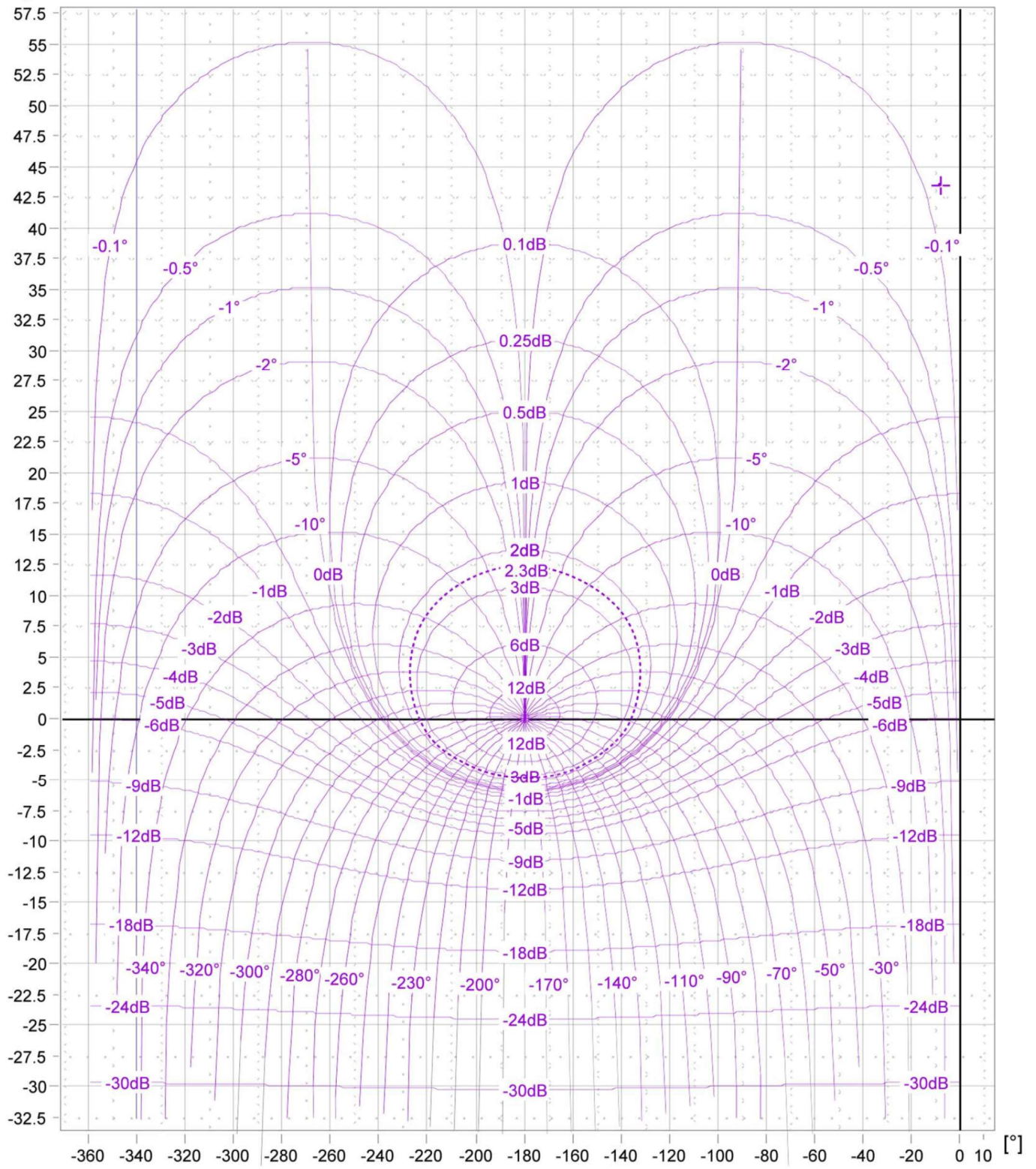




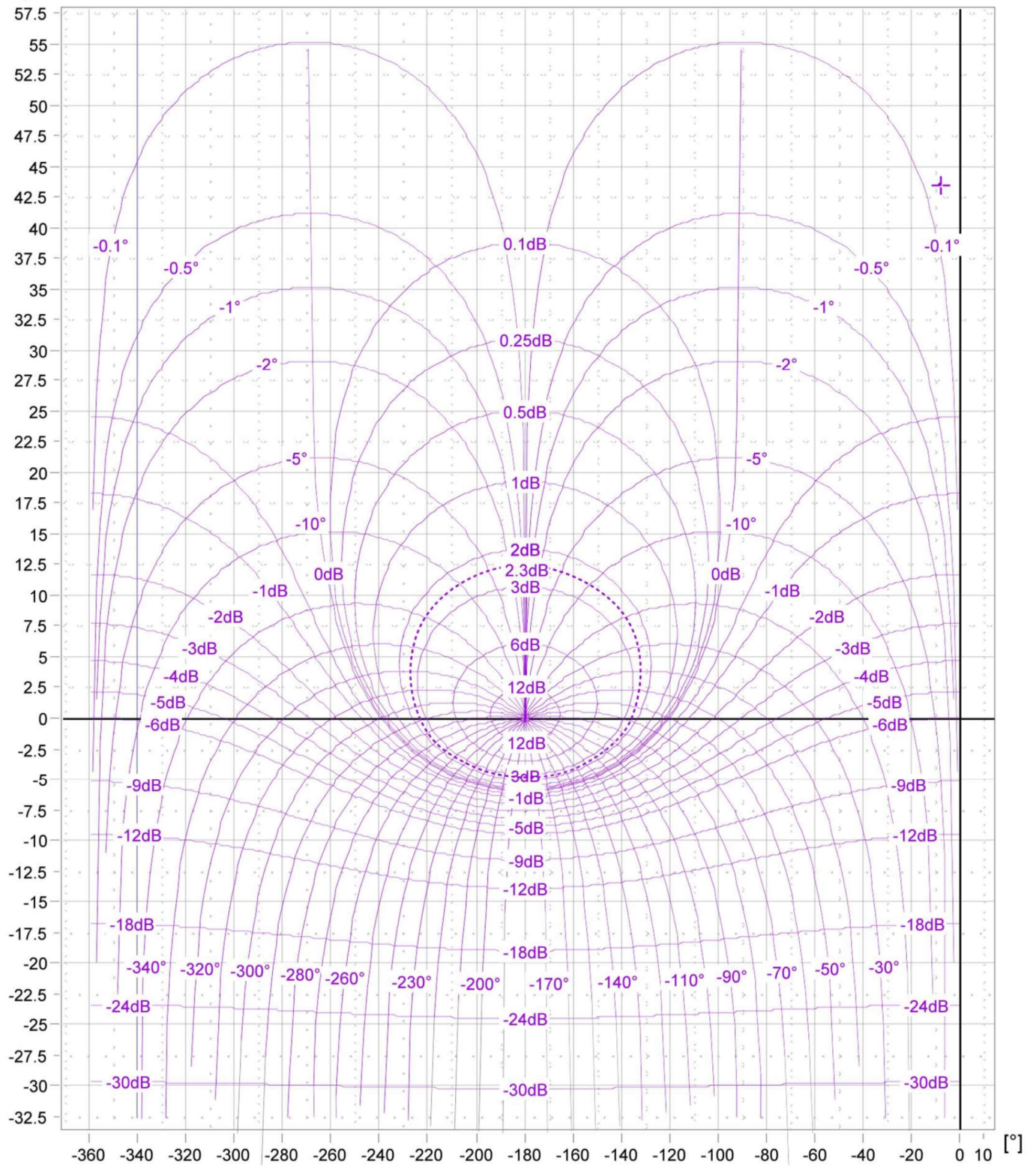
[dB]



[dB]



[dB]



Exercice 3.3 – Fonction de transfert (si le temps le permet en TD sinon comme exercice de révision)

On considère le diagramme asymptotique de gain de la figure 3.1.

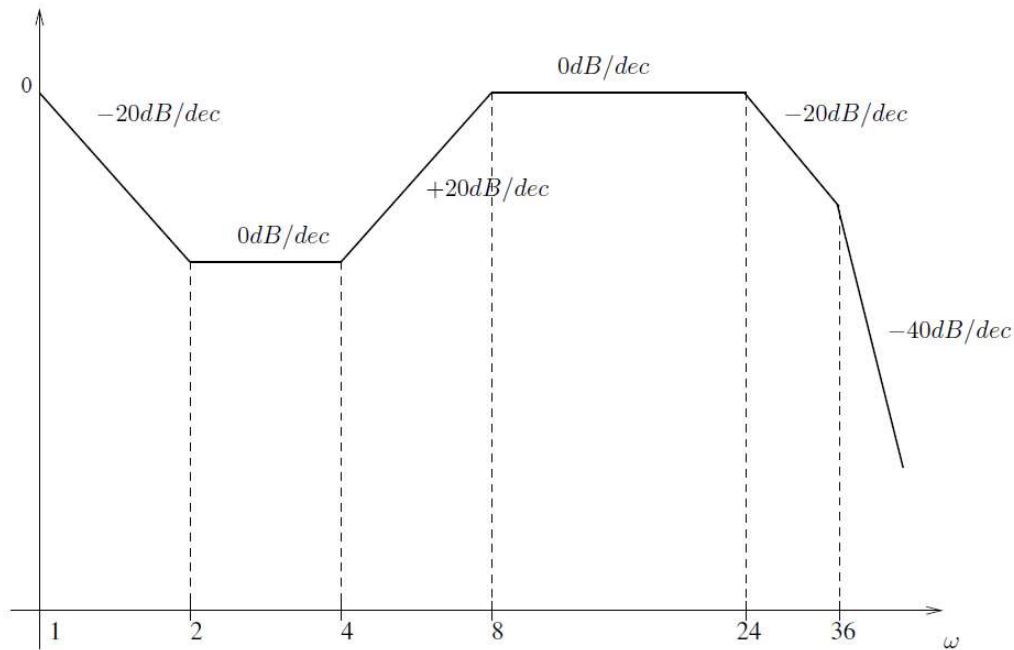


Figure 3.1 – Diagramme asymptotique de gain (dB) étudié

Question 3.3 – Proposer la fonction de transfert stable et à minimum de phase qui permet d'obtenir un tel diagramme asymptotique de gain (structure et valeurs numériques)

TD4 – Analyse transitoire des systèmes et stabilité

Exercice 4.1 – Réponse et stabilité d'un système du premier ordre.

Soit un système linéaire décrit par une transmittance du 1^{er} ordre:

$$G(p) = \frac{k}{1 + \tau p}.$$

Question 4.1 – Calculer le pôle de cette transmittance.

Question 4.2 – Représenter et donner les transformées de Laplace des fonctions suivantes :

- un échelon d'amplitude E : $e_1(t) = E \Gamma(t)$ ($\Gamma(t)$ désignant l'échelon d'Heaviside)
- une rampe de pente a : $e_2(t) = a t \Gamma(t)$

Question 4.3 – Pour $k = 0.9$ et $\tau > 0$, déterminer la réponse $s(t)$ de ce système successivement à :

- un échelon $e_1(t) = E \Gamma(t)$
- une rampe $e_2(t) = E t \Gamma(t)$

En utilisant Matlab si accessible et en fixant des valeurs numériques (par exemple 1 pour τ), donner l'allure de ces réponses en fonction du temps. Préciser dans chaque cas la valeur asymptotique du signal de sortie et son écart par rapport à la valeur asymptotique du signal d'entrée.

Question 4.4 – Pour $k = 0.9$ et $\tau < 0$, donner l'allure des réponses précédentes en fonction du temps. On pourra utiliser Matlab en fixant des valeurs numériques ((par exemple -1 pour τ) et en simulant sur un intervalle de temps limité (5τ par exemple). Conclure sur le lien entre la valeur du pôle et la stabilité du système.

Exercice 4.2 – Réponse et stabilité d'un système du second ordre.

Pour les systèmes du second ordre, dont la transmittance est du type :

$$G(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\zeta p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

on distingue 3 cas selon la valeur de ζ (voir cours p 30 et suivantes):

- si $|\zeta| < 1$, alors la réponse impulsionnelle est donnée par

$$s(t) = k \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin\left(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2}\right) \Gamma(t).$$

- si $|\zeta| > 1$, alors $G(p)$ admet une décomposition en éléments simples et la réponse impulsionnelle est la somme des réponses impulsionnelles de ces éléments.

- si $|\zeta| = 1$, alors la réponse impulsionnelle est donnée par

$$s(t) = k\omega_n^2 t e^{-\zeta\omega_n t} \Gamma(t).$$

Question 4.5 – La fonction de transfert $G(p)$ est supposée donnée par :

$$G(p) = \frac{1}{3 + 2p + p^2}.$$

Littéralement dans un premier temps, calculer ζ et ω_n et donner l'expression de la réponse impulsionnelle et sa valeur finale. Calculer les pôles, représenter leurs positions dans le plan complexe et conclure sur la stabilité. Conclure sur le lien entre la valeur des pôles et la stabilité du système (au travers de l'allure de la réponse impulsionnelle). Refaire ce travail en utilisant Matlab.

Question 4.6 – En utilisant Matlab si accessible, calculer les pôles et tracer l'allure de la réponse impulsionnelle du système caractérisé par la transmittance

$$G(p) = \frac{1}{3 - 2p + p^2}$$

Conclure sur la stabilité de ce système.

Exercice 4.3 – Stabilité (si le temps le permet en TD sinon comme exercice de révision)

Question 4.7 – Calculer les pôles et tracer l'allure de la réponse impulsionnelle des systèmes caractérisés par les transmittances suivantes :

$$F(p) = \frac{1}{2 + 3p + p^2}$$

$$F(p) = \frac{1}{1 + 2p + p^2}$$

$$F(p) = \frac{1}{2 - 3p + p^2}$$

$$F(p) = \frac{1}{1 - 2p + p^2}$$

Conclure sur la stabilité de ces systèmes.

Exercice 4.4 – Stabilité (si le temps le permet en TD sinon comme exercice de révision)

Le circuit RC de la figure 4.1 est étudié. Ce circuit est excité par une source de tension continue. On suppose que le circuit est relaxé (condensateur déchargé) et que l'on ferme l'interrupteur K à l'origine du temps ($t = 0$).

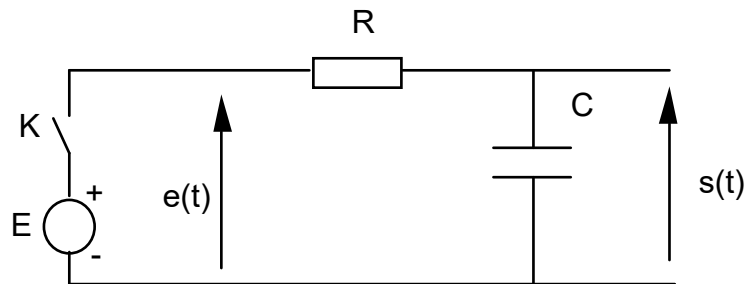


Figure 4.1 – Circuit RC étudié

Question 4.8 – Ecrire l'équation différentielle qui lie le signal de sortie $s(t)$ et l'entrée $e(t)$.

Question 4.9 – Appliquer, en justifiant, la transformation de Laplace à l'équation différentielle. En déduire la transmittance du circuit RC ($S(p)/E(p)$).

Question 4.10 – Compte tenu de la façon dont l'interrupteur est manipulé, tracer et donner l'expression du signal d'entrée $e(t)$. Donner sa transformée de Laplace.

Question 4.11 – Donner l'expression de la transformée de Laplace du signal de sortie et son expression temporelle.

TD5 – Caractérisation et identification par réponse temporelle ou fréquentielle

Exercice 5.1 - Transmittance d'un four

Question 5.1 - Identification de la transmittance d'un four à partir d'une réponse indicielle

Pour déterminer la transmittance d'un four électrique (entrée en Volts, sortie en °C) on enregistre la courbe de réponse à un échelon d'entrée d'amplitude 5V, et on obtient l'exponentielle retardée et bruitée de la figure 5.1.

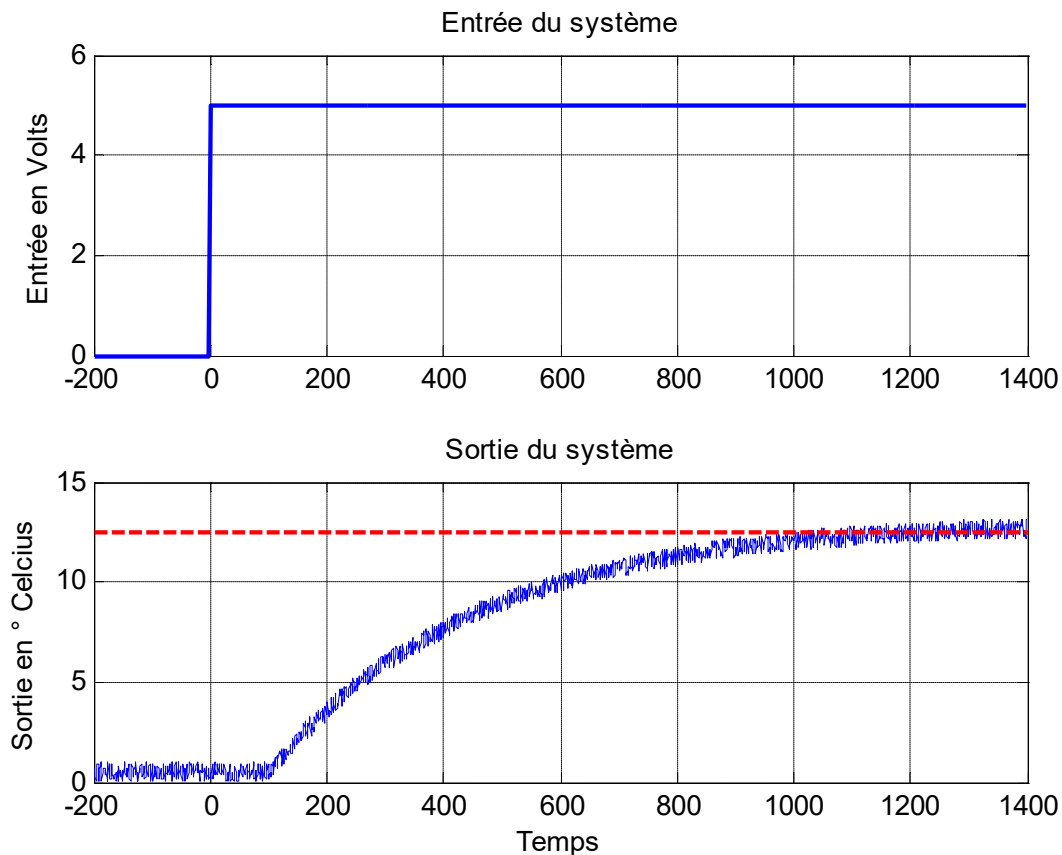


Figure 5.1 - Signaux d'entrée / sortie

Calculer la transmittance $\theta_s(p)/E(p)$ de ce four. Pour vérifier l'exactitude des résultats obtenue, tracer la réponse de la transmittance trouvée à un échelon d'amplitude 5, en utilisant Matlab.

Question 5.2 - Identification de la transmittance d'un four à partir d'une réponse harmonique

Sur ce même four, une étude harmonique est effectuée en injectant en entrée des sinusoïdes de pulsations différentes et d'une amplitude égale à 1V. Pour chaque fréquence, l'amplitude et le déphasage du signal de sortie sont mesurés (voir tableau ci-dessous).

$\omega \times 10^{-3}$ (rad/sec)	0.100	0.166	0.278	0.464	0.774	1.290	2.150	3.590	6.000	10.000
Module	2.50	2.50	2.49	2.47	2.41	2.28	2.00	1.56	1.08	0.69
Gain (dB)	7.95	7.95	7.92	7.85	7.65	7.15				-3.26
Déphasage (°)	-2	-4	-7	-12	-20	-31	-50	-72	-99	-131

Calculer l'amplitude en dB correspondant aux 3 fréquences manquantes.

Question 5.3 - Pour évaluer la réponse harmonique à la première fréquence ($\omega = 0,0001$ rad/s), évaluer le temps nécessaire à l'observation d'une période.

Question 5.4 - La réponse harmonique du tableau précédent est tracée sur la figure 5.2.

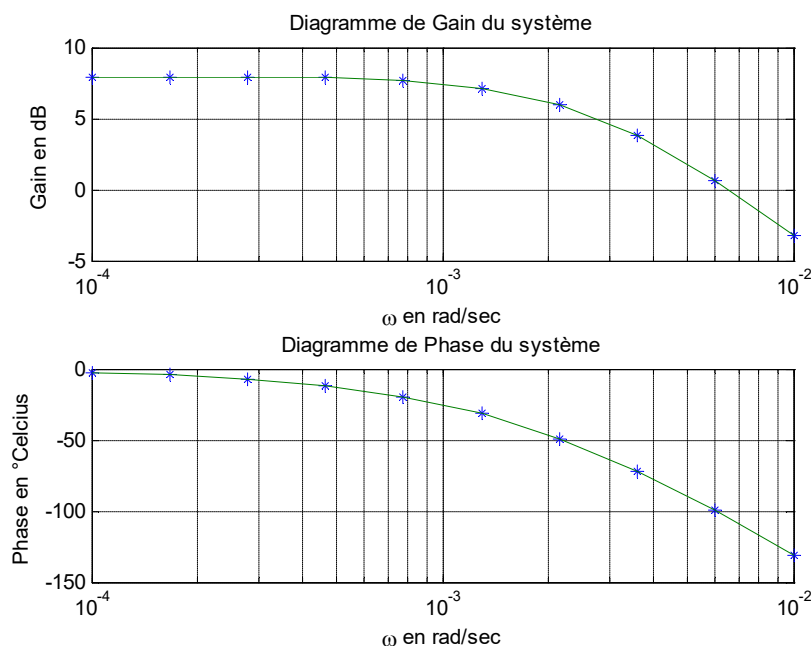


Figure 5.2 – Analyse harmonique

En supposant que la fonction de transfert du système s'écrit sous la forme d'un premier ordre retardé :

$$\frac{\theta_S(p)}{E(p)} = \frac{K e^{-Tp}}{1 + \tau p},$$

identifier à partir du diagramme de gain, le gain K du système ainsi que sa fréquence de coupure. Déduire τ .

Question 5.5 – En utilisant Matlab, superposer, le diagramme de phase du système non retardé défini par la transmittance $\frac{K}{1 + \tau p}$ et les points du tableau.

Question 5.6 - Evaluer le retard T , à partir de la phase mesurée à $\omega = 0.01$ rad/s et de la phase calculée à $\omega = 0.01$ rad/s pour un système non retardé. Valider les valeurs obtenues en traçant le diagramme de Bode de la fonction de transfert $\theta_S(p)/E(p)$ en utilisant Matlab.

Exercice 5.2 – Identifications d'un système du second ordre

On se propose de déterminer, à partir d'essais expérimentaux, des fonctions de transfert de la forme :

$$F(p) = \frac{K}{1 + 2z \frac{p}{\omega_n} + \left(\frac{p}{\omega_n}\right)^2}$$

des systèmes (a) à (f).

Question 5.7 - Tous ces systèmes ont d'abord été soumis à un **essai statique** faisant correspondre un déplacement de sortie de **10 cm** à des tensions d'entrée respectivement de **33V** pour (a), **50V** pour (b), **10V** pour (c), **2,5mV** pour (d), **0,02V** pour (e) et **10V** pour (f).

Question 5.8 – Le système (a) est ensuite soumis à un échelon de consigne d'amplitude 1. Cette réponse est représentée par la figure 5.2. En utilisant les informations des figures 5.5, déterminer la transmittance (forme et tous les paramètres) de ce système. Valider les résultats obtenus en utilisant Matlab si accessible.

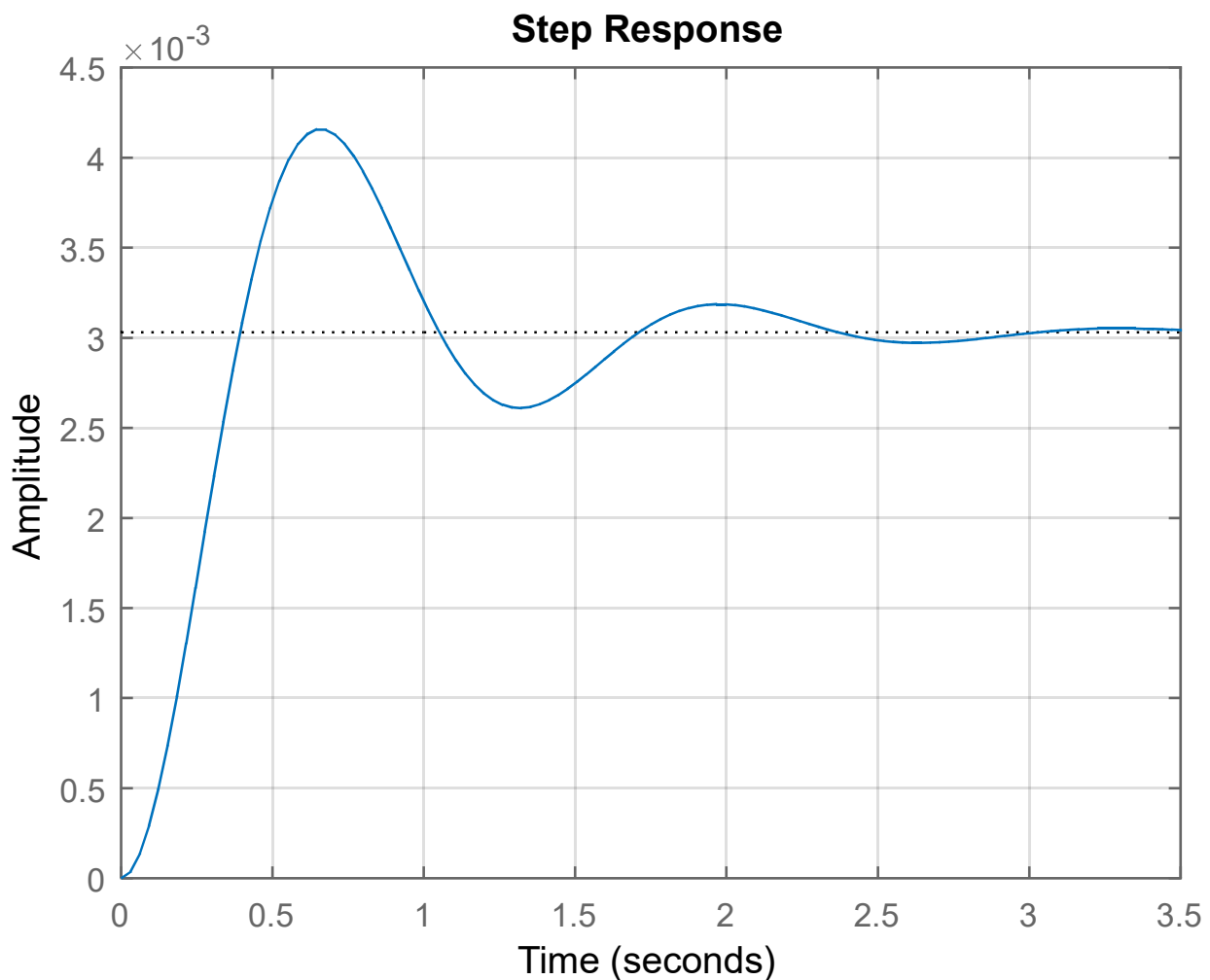


Figure 5.2 – Réponse temporelle du système (a)

Question 5.9 – Le diagrammes de Bode des systèmes (e) et (f) sont représentés par les figures 5.6 et 5.7. Déterminer les transmittance (forme et tous les paramètres) de ces systèmes. Valider les résultats obtenus en utilisant Matlab si accessible.

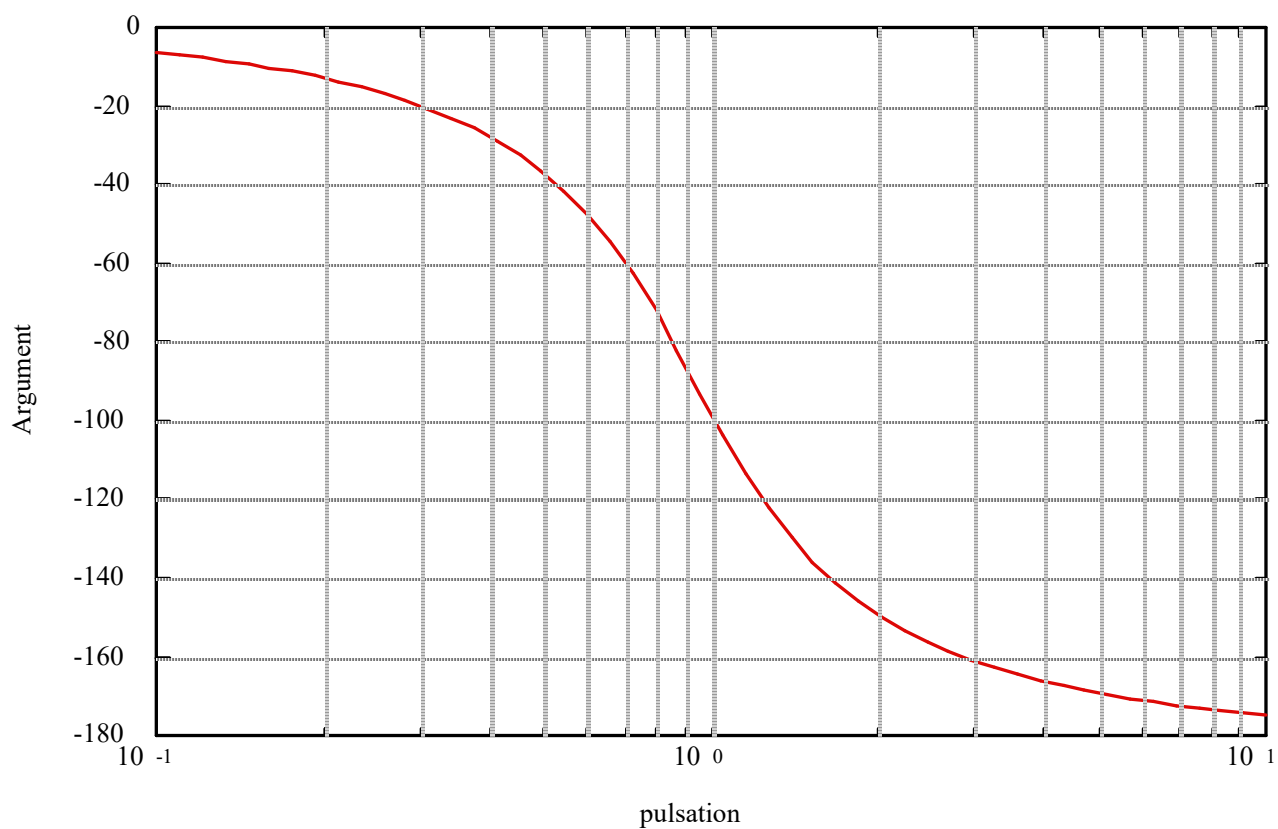
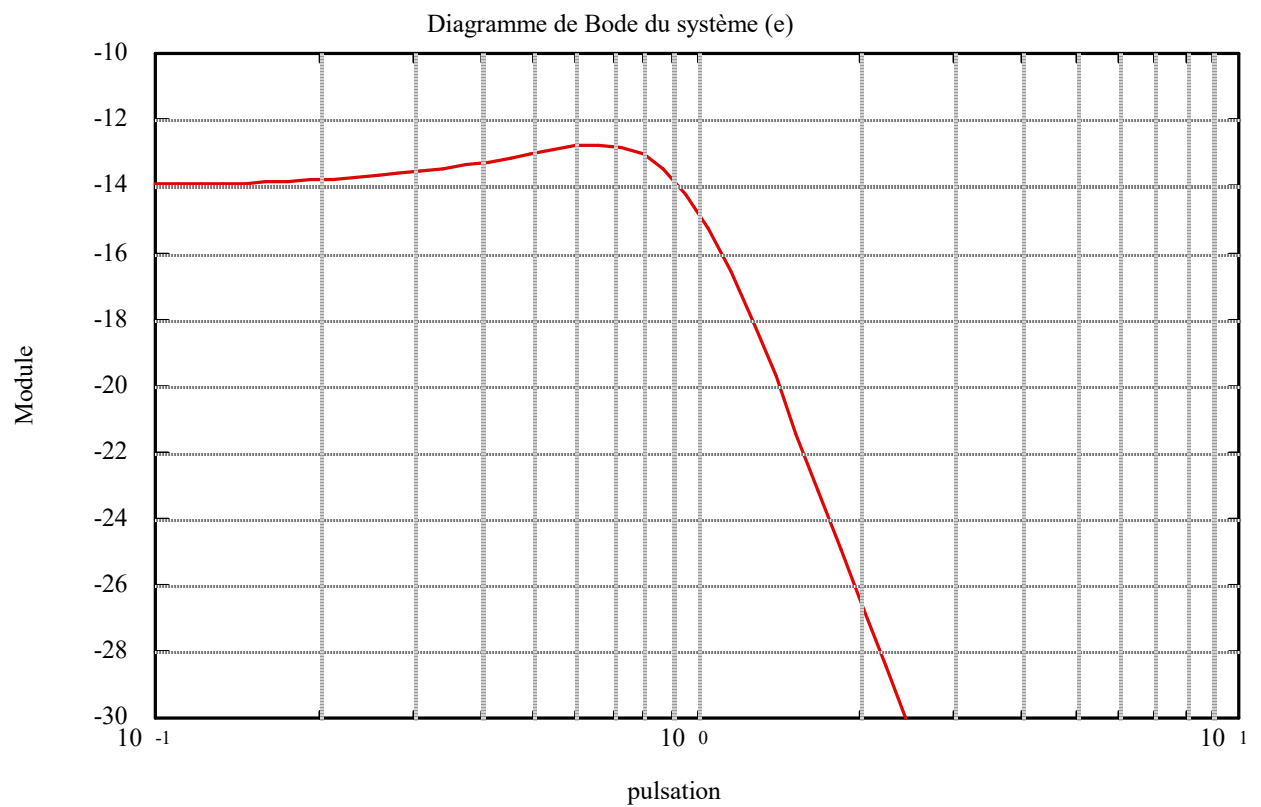


Figure 5.3 – Diagramme de Bode du système (e)

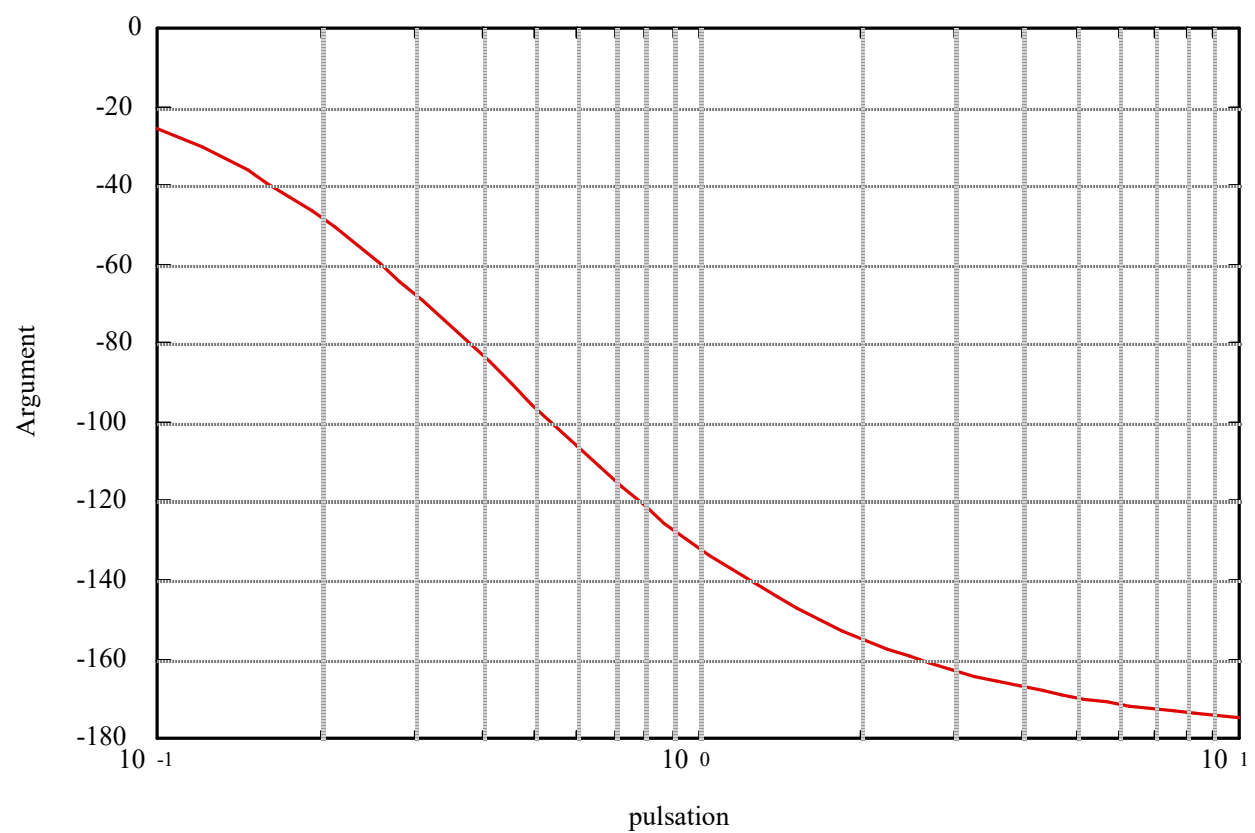
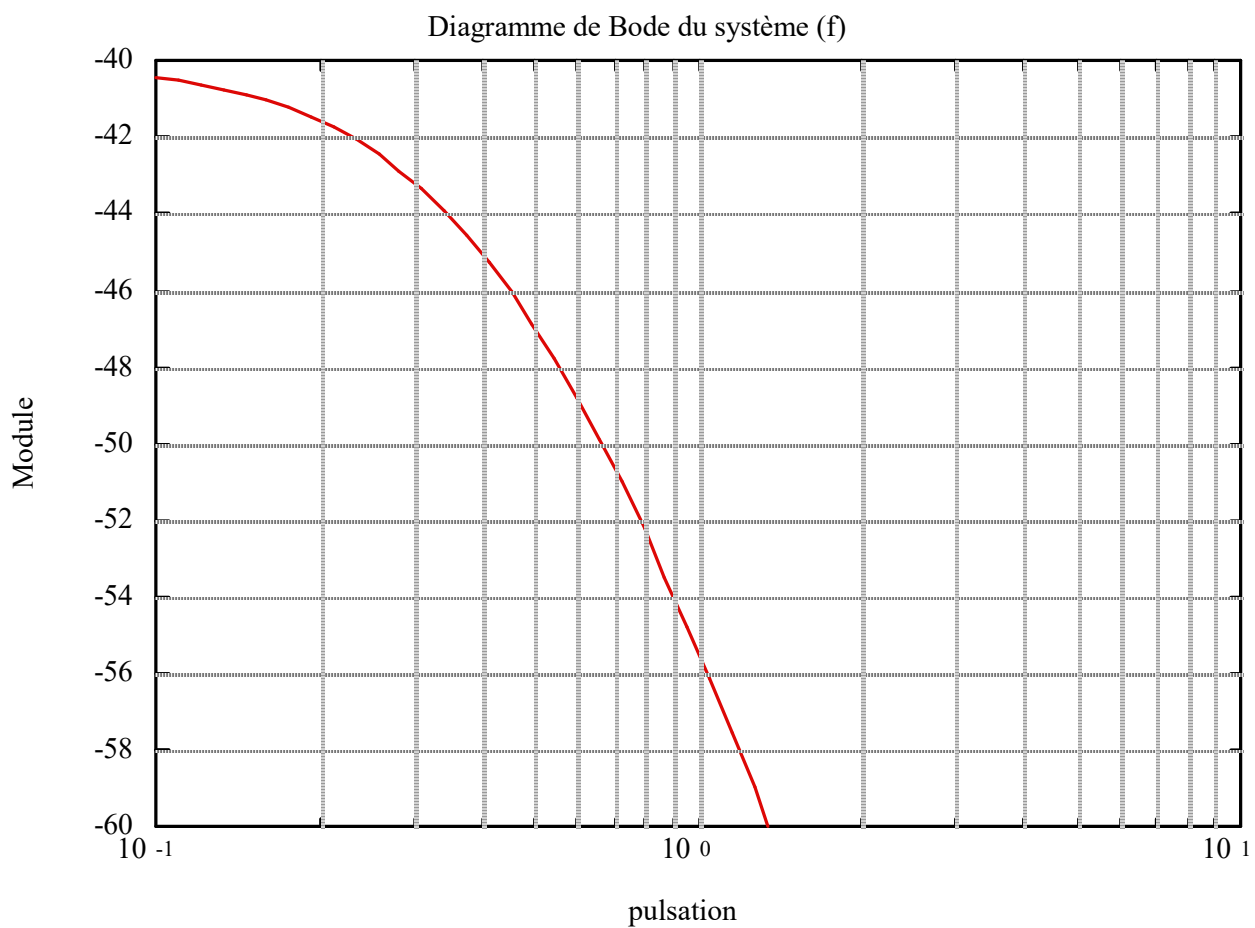
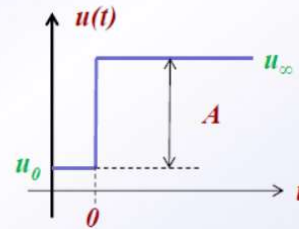
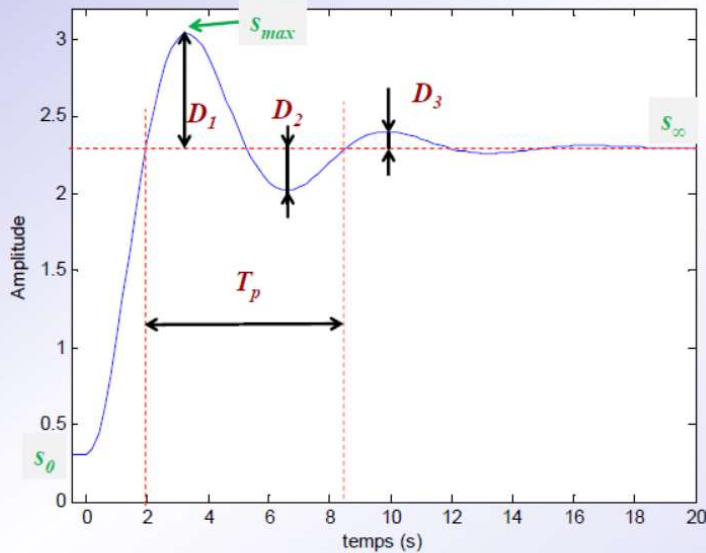


Figure 5.4 – Diagramme de Bode du système (f)

Systèmes du second ordre

Sur la réponse à l'échelon, les paramètres K , ξ et ω_0 se déterminent selon la méthode qui suit.

$$H(p) = \frac{K}{\left(\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + 1 \right)}$$



Gain $K = \frac{s_{\infty} - s_0}{u_{\infty} - u_0}$

Dépassements $D_k \% = e^{-\frac{\xi \pi k}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

avec

$$D_1 \% = 100 \frac{s_{\max} - (s_{\infty} - s_0)}{s_{\infty} - s_0}$$

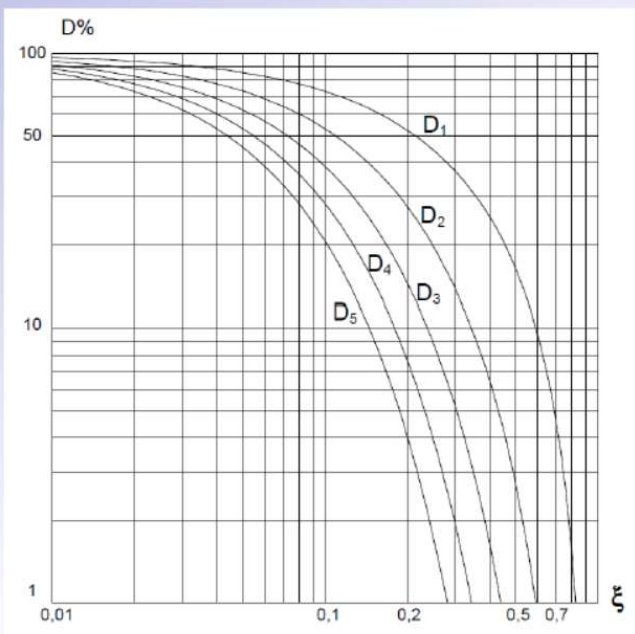
Pseudo-période

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$$

19

Systèmes du second ordre

Le paramètre ξ se détermine en utilisant l'abaque ci-dessous.



$$H(p) = \frac{K}{\left(\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + 1 \right)}$$

En utilisant la valeur de ξ trouvée et la mesure de la pseudo-période T_p , ω_0 se déduit de la relation

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_p \sqrt{1-\xi^2}}$$

20

Figure 5.5 – Méthode d'identification d'un système du second ordre

Exercice 5.4 – Identification fréquentielle (si le temps le permet en TD sinon comme exercice de révision)

Question 5.10 – L'analyse harmonique d'un système a permis d'obtenir le diagramme de Bode de la figure 5.13. Déterminer l'ordre du système puis déterminer, la transmittance (forme et tous les paramètres) de ce système.

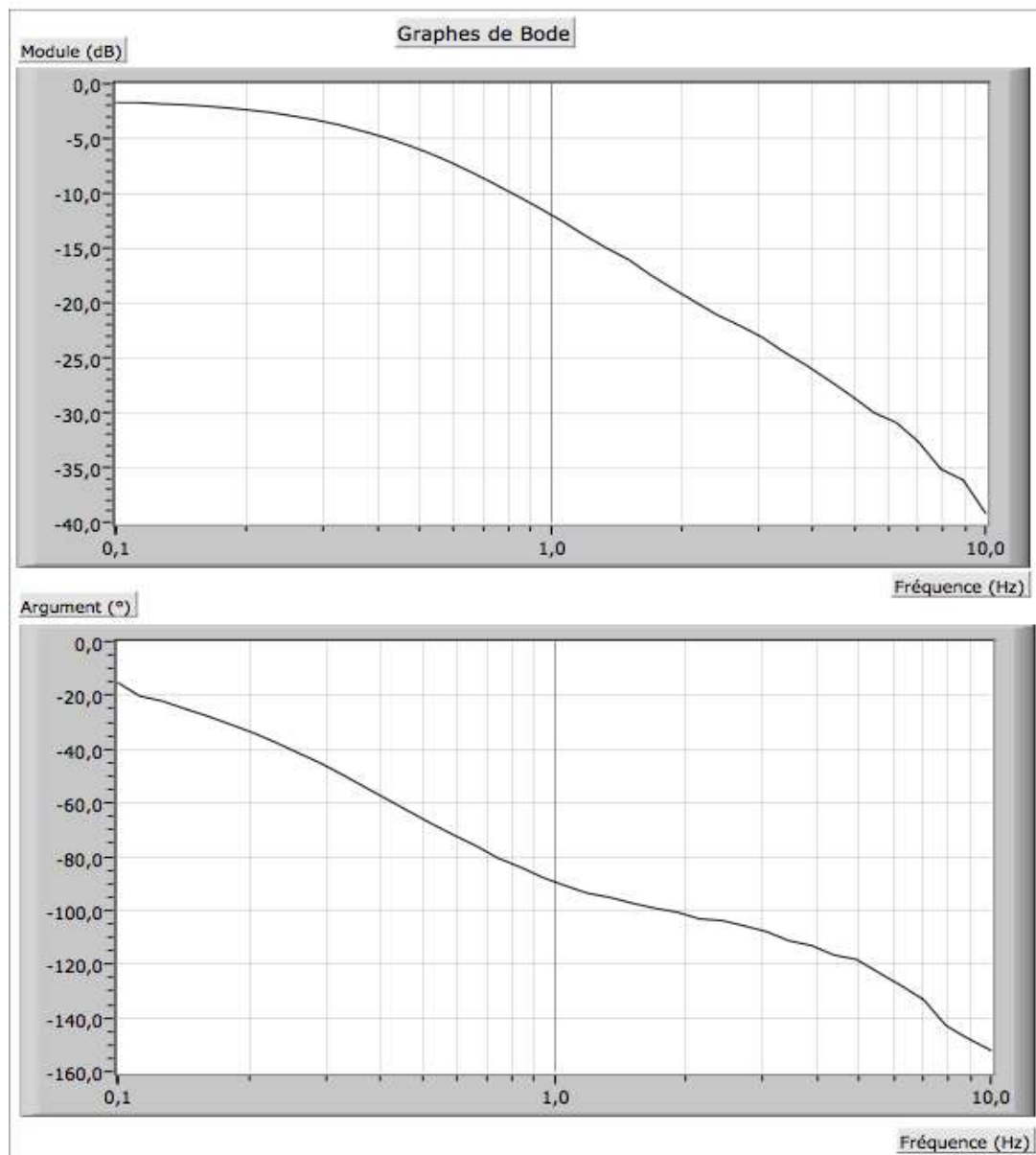


Figure 5.13 – Diagramme de Bode du système étudié

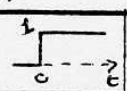
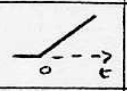
Annexe

TABLE DE TRANSFORMEES DE LAPLACE

$F(p)$	$f(t) \quad t > 0$
1	Impulsion unitaire $\delta(t)$ de durée t_0 et d'amplitude $1/t_0$
I	Impulsion $\delta(t)$ de durée $t_0 \rightarrow 0$, d'amplitude A et d'intensité $I = A.t_0$
$e^{-\tau p}$	Impulsion unitaire retardée $\delta(t-\tau)$
$\frac{1}{p}$	Echelon unitaire $u(t)$
$\frac{E}{p}$	Echelon d'amplitude $E.u(t)$
$\frac{1}{p} e^{-\tau p}$	Echelon unitaire retardé $u(t-\tau)$
$\frac{1}{p}(1 - e^{-\tau p})$	Impulsion rectangulaire $u(t) - u(t-\tau)$
$\frac{1}{p+a}$	$e^{-at}.u(t)$
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{e^{-t/\tau}}{\tau} u(t)$
$\frac{1}{p^2}$	Rampe unité : $t.u(t)$
$\frac{1}{p^n} \quad n \text{ entier positif}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t)$
$\frac{1}{p.(p+a)}$	$\frac{1 - e^{-at}}{a} u(t)$
$\frac{1}{p.(1+\tau p)}$	$(1 - e^{-t/\tau}).u(t)$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t.e^{-at}.u(t)$
$\frac{1}{(1+\tau p)^2}$	$\frac{t}{\tau^2} e^{-t/\tau}.u(t)$
$\frac{1}{(p+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}.e^{-at}.u(t) \quad n \in \mathbb{N}^*$
$\frac{1}{(1+\tau p)^n}$	$\frac{1}{\tau^n (n-1)!} t^{n-1}.e^{-t/\tau}.u(t) \quad n \in \mathbb{N}^*$

$$f(t) \cdot u(t) \quad] \quad F(p)$$

avec $u(t) \rightarrow$ fonction existence $\begin{matrix} 1 \\ \downarrow \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} t=0 \end{matrix}$

$f(t)$	$F(p)$
1 	$\frac{1}{p}$
t 	$\frac{1}{p^2}$
$e^{-a \cdot t}$	$\frac{1}{p+a}$
$1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1}{p(1+\tau \cdot p)}$
$\frac{t^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau^n (n-1)!}$	$\frac{1}{(1+\tau \cdot p)^n}$
$1 - \frac{(\tau+t)}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1}{p(1+\tau \cdot p)^2}$
$\tau (e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{t}{\tau} - 1)$	$\frac{1}{p^2(1+\tau \cdot p)}$

$f(t)$	$F(p)$
$\sin \omega \cdot t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega \cdot t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$1 - \cos \omega \cdot t$	$\frac{1}{p \left(1 + \frac{p^2}{\omega^2} \right)}$
$1 + \frac{a-\tau}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1+a \cdot p}{p(1+\tau \cdot p)}$
$1 + \left(\frac{a-\tau}{\tau^2} t - 1 \right) e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1+a \cdot p}{p(1+\tau \cdot p)^2}$
$(a-\tau) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + t$	$\frac{1+a \cdot p}{p^2(1+\tau \cdot p)}$

$F(p)$	$f(t)$
$\frac{1}{(1+\tau_1 \cdot p)(1+\tau_2 \cdot p)}$	$\frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)} \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$
$\frac{1}{p(1+\tau_1 \cdot p)(1+\tau_2 \cdot p)}$	$1 + \frac{1}{(\tau_2 - \tau_1)} \left(\tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$
$\frac{1}{1+2 \cdot z \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0} \right)^2}$ avec $z < 1$	$\frac{1}{\sqrt{1-z^2}} e^{-z \cdot \omega_0 \cdot t} \left(\sin \left(\omega_0 \sqrt{1-z^2} \cdot t \right) \right)$
$\frac{1}{p \left(1+2 \cdot z \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0} \right)^2 \right)}$ avec $z < 1$	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} e^{-z \cdot \omega_0 \cdot t} \left(\sin \left(\omega_0 \sqrt{1-z^2} \cdot t - \varphi \right) \right)$ avec $\varphi = \text{Arc tg } \frac{\sqrt{1-z^2}}{-z}$