

Filtre RLC

*Nous nous proposons d'étudier le circuit RLC série en régime fréquentiel et temporel en utilisant l'outil de simulation ISIS.*

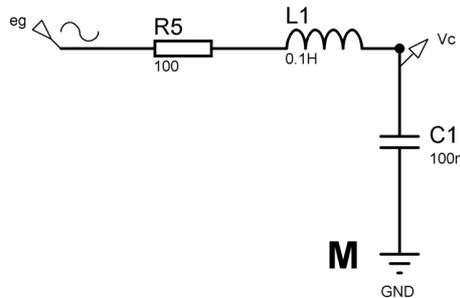


Figure 1. Circuit RLC à l'étude

**CALCULS PRELIMINAIRES**

- 1) Calculer tout d'abord la pulsation de résonance  $\omega_0$  du circuit de la figure 1 en considérant qu'à cette pulsation particulière, la partie imaginaire de l'impédance totale du circuit est nulle. Donner la valeur numérique de la fréquence de résonance  $f_0$  en utilisant les valeurs des composants donnés en figure 1.
- 2) Calculer la fonction de transfert  $T(\omega) = \frac{V_c}{e_g}$  de ce circuit en faisant apparaître  $\omega_0$ .
- 3) Parmi les 4 fonctions élémentaires du 2<sup>ème</sup> ordre suivantes, laquelle est la bonne ? Déterminer  $H_0$  et  $Q$  par identification. Que vaut  $T(\omega_0)$  ?

$$T_1(\omega) = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

$$T_2(\omega) = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

$$T_3(\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0 Q} H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

$$T_4(\omega) = \frac{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

## SIMULATIONS ISIS – Partie Fréquentielle

4) Dessiner le circuit RLC de la figure 1 sous le logiciel ISIS.

- Les composants : Choisir les composants R, L et C génériques en tapant « RES » pour R ; « CAP » pour C ; « INDUCTORS » (*sous-catégorie : Generic → generic inductor*) pour L. Introduire une masse.  $R=100\Omega$  ;  $C=100nF$  ;  $L=100mH$ .

- La tension d'entrée : Placer un générateur sinusoïdal (*Mode générateur → Sine*) en entrée. Renommer le générateur : *eg* ; *Amplitude → 1V*, *Offset → 0V*.

- La tension de sortie : Placer une sonde de tension entre la capacité et l'inductance (*Mode sonde de tension*). Renommer la sonde : *Vc*.

- Le graphe de Bode : Positionner un graphe (*Mode graphes → FREQUENCY*). Double cliquer sur le graphe et sélectionner les éléments suivants :

*Référence → eg*

*Fréquence début → 10 Hz*

*Fréquence fin → 100kHz*

*Intervalle → DECADES*

*N° pas/intervalle → 100*

Sélectionner une première fois la sonde de tension *Vc* et faire glisser jusqu'au coin supérieur gauche du graphe (module) puis répéter cette opération avec le coin inférieur droit du graphe (phase). → Barre espace pour lancer la simulation (et après chaque nouvelle modification).

5) A la fréquence de résonance  $\omega_0$ , relever la valeur du module et de l'argument de la fonction de transfert et comparer ces données aux valeurs théoriques précédemment calculées.

6) Par une analyse asymptotique, déterminer le type de filtre étudié. Quelles sont les principales différences entre un filtre du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre ?

7) Faire varier la valeur de R entre 10 et 5000 $\Omega$ . Que constate-t-on ?

8) Trouver la valeur de R pour laquelle  $|T(\omega_0)|_{dB} = -3dB$ . Retrouver la valeur de R par le Calcul.

## SIMULATIONS ISIS – Partie Temporelle

9) Modification du montage précédent pour une analyse temporelle :

- Les composants :  $R=100\Omega$  ;  $C=100nF$  ;  $L=100mH$ .

- La tension d'entrée : Modifier le générateur sinusoïdal en double-cliquant sur *eg* :

*Types analogiques* → *Pulse*

*Pulsed (High) Voltage* → *1V*

*Temps montée et Temps descente* → *0*

*Largeur (S)* → *500m*

*Période (S)* → *1*

- Le graphe de temporel : Positionner un second graphe (*Mode graphes* → *ANALOGUE*). Double cliquer sur le graphe et indiquer une gamme temporelle d'analyse de 0 à 5ms.

Sélectionner la sonde  $V_C$  et la positionner dans le graphe temporel. → Barre espace pour lancer la simulation.

10) Quelle est la réponse du système à un échelon ?

11) Mesurer la valeur maximale de la tension aux bornes de la capacité ainsi que la période de la pseudo-oscillation. Quels liens peut-on faire avec l'analyse fréquentielle ?

12) Faire varier la valeur de  $R$  entre 10 et  $5000\Omega$ . En déduire les différents régimes rencontrés en fonction de la valeur de  $Q$ .

## SIMULATIONS ISIS pour les plus rapides

13) En mode d'analyse fréquentielle, retrouver la bonne configuration des trois éléments R, L, C séries qui permette d'obtenir les quatre fonctions principales que sont le passe-bas, le passe-haut, le passe-bande et le réjecteur.

14) Associer à chaque fonction principale, sa fonction de transfert propre  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  ou  $T_4$  décrite précédemment.



21 Etude d'un montage à amplificateur opérationnel réel

- 1) On considère le montage de la figure 1. Déterminer la fonction de transfert idéale du montage  $H_i = \frac{V_s}{V_e}$  et représenter l'allure son diagramme de Bode, si l'on suppose que l'amplificateur opérationnel est parfait.

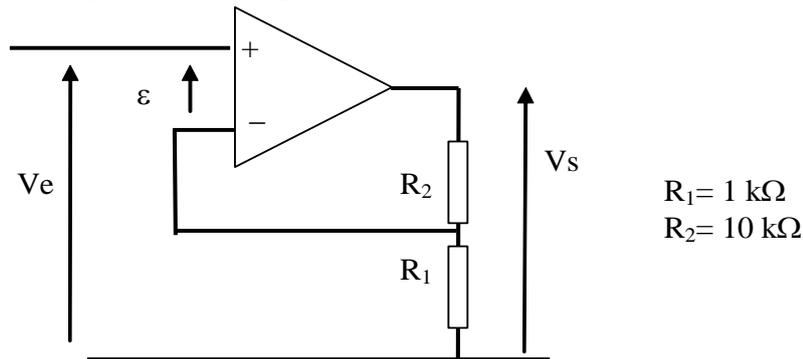


Figure 1 : montage étudié

- 2) En réalité, le diagramme de Bode (en gain) expérimental est donné par la figure 2 ; Déterminer graphiquement la fréquence de coupure  $f_c$  et l'amplification statique H.
- 3) Ce résultat expérimental provient de ce que le gain complexe de l'amplificateur opérationnel réel en régime sinusoïdal forcé

$$A_v = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } A_0 = 10^6 \text{ et } \omega_0 = 200 \text{ rad.s}^{-1}$$

- 4) Calculer la fréquence de coupure et la fréquence de transition de cet amplificateur opérationnel.
- 5) Exprimer  $\varepsilon$  en fonction  $V_s$  et  $V_e$  et, en tenant compte de la valeur numérique de  $A_0$ , montrer que la fonction de transfert sinusoïdale du montage étudié peut se mettre sous la forme :
- $$\frac{V_s}{V_e} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$
- où  $\omega_c$  et  $H_0$  sont des constantes que l'on déterminera.
- 6) Représenter sur le graphe de la figure 2 le graphe asymptotique de Bode correspondant au module du gain déterminé dans la question précédente.

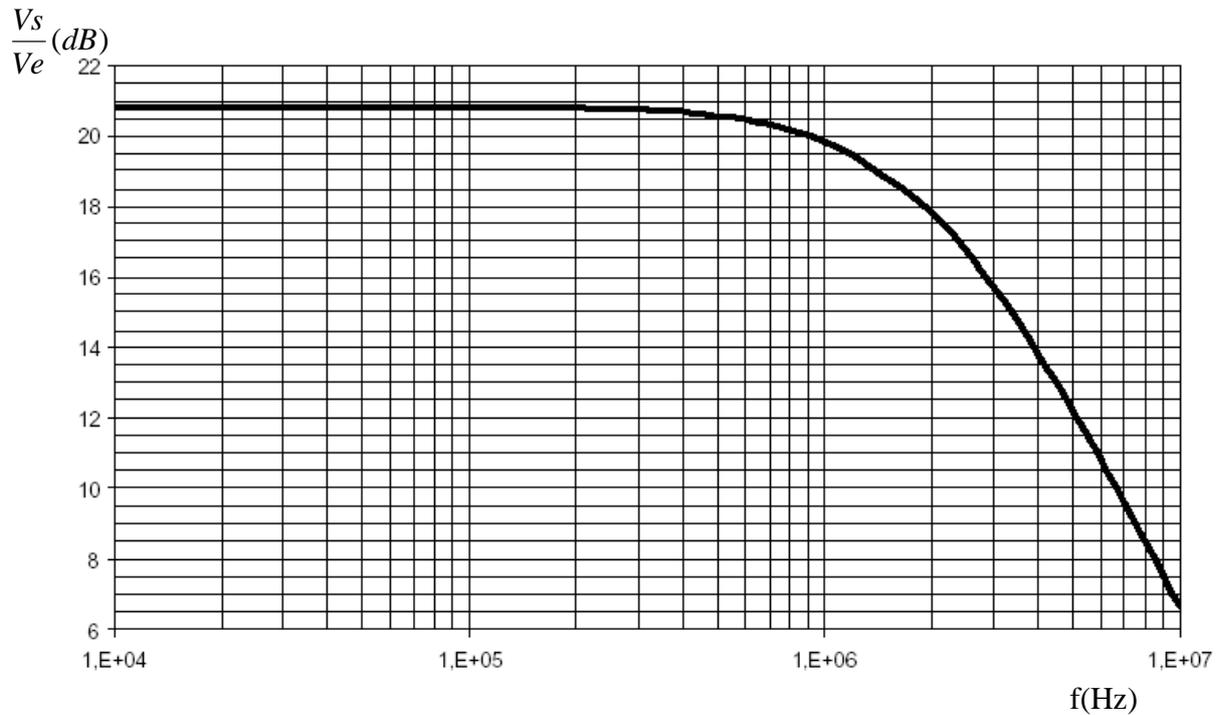


Figure 2 : Courbe de réponse du montage réel

### Exercice 2 : Montage amplificateur : rôle du slew rate

On souhaite réaliser un montage inverseur de gain  $-100$  avec un seul amplificateur opérationnel. Le signal d'entrée a une amplitude de  $0,1V$  et sa fréquence  $f$  peut varier de  $0$  à  $25$  kHz.

- 1) Exprimer  $V_e(t)$  en fonction de la pulsation  $\omega$
- 2) Exprimer alors  $V_s(t)$
- 3) Proposer un schéma en indiquant les valeurs données aux composants, en considérant que l'AoP est parfait.

*Pour réaliser le montage, on dispose au laboratoire de 4 types d'AoP dont les caractéristiques principales sont données dans le tableau 1.*

	AOP1	AOP2	AOP3	AOP4
<b><i>I<sub>b</sub></i></b>	500pA	50nA	40pA	80pA
<b><i>SR</i></b>	5V/ms	3V/μs	2V/μs	1V/μs
<b><i>GBW</i></b>	500KHz	500KHz	3MHz	3,5MHz
<b><i>V<sub>os</sub></i></b>	5mV	15mV	150μV	50μV
<b><i>ΔV<sub>os</sub>/ΔT</i></b>	10μV/°C	15μV/°C	3μV/°C	0.5μV/°C

*I<sub>b</sub>* : Courant de polarisation

*SR* : Slew Rate

*GBW* : Produit gain.Bande

*V<sub>os</sub>* : Tension d'offset à l'entrée

*ΔV<sub>os</sub>/ΔT* : Dérive thermique d'offset.

Tableau 1: Choix possibles pour le montage

4) Quel est le produit gain-bande passante du montage souhaité ?

5) On rappelle que le slew-rate d'un amplificateur est défini par la formule suivante :

$$SR = \left( \frac{dV_s}{dt} \right)_{max}$$

Calculer  $\left( \frac{dV_s}{dt} \right)$  puis en déduire le slew-rate nécessaire.

6) En justifiant votre choix, indiquer quel AoP utiliser.



22 Amplificateur différentiel

**Enoncé du problème (Trouvé sur un forum d'électronique)**

« Hello,

Je veux amplifier un tout petit signal issu d'un capteur de température pour faire une régulation pour la température du bassin de mes poissons clowns. Ce sont des poissons exotiques, il faut que la température soit régulée super précisément. Je voulais donc me bidouiller un ampli différentiel à gain variable, j'ai trouvé une note d'application sur le web. Je vous copie le schéma proposé ci-dessous (figure1). Je n'ai pas trouvé d'INA 115, donc je me suis fabriqué cet ampli diff à partir d'amplis ops. Mon problème est le suivant : quand je teste ma sortie en ayant branché  $V_{in+} = 100\text{ mV}$  et  $V_{in-} = 101\text{ mV}$ , (1 degré d'écart dans le bassin), je mesure en sortie plus du double de ce que je devrais avoir.

Je n'y comprends rien ... »

Quelqu'un peut-il m'aider ?

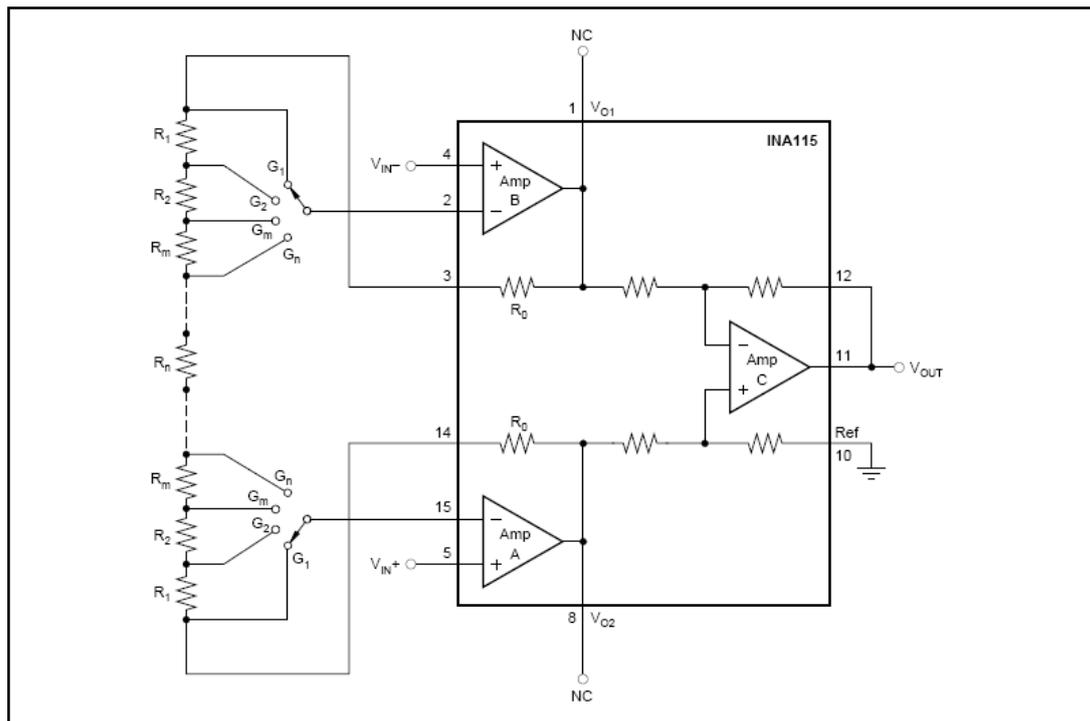


FIGURE 2. Programmable-Gain Instrumentation Amplifier with n Gain Steps and Lowest Gain  $> 1V/V$ . This circuit uses the  $25k\Omega$  feedback resistor in the INA115 for  $R_0$  of Figure 1.

Figure 1. Schéma de l'ampli trouvé sur le web.

## Résolution du problème

- 1) Dessiner le schéma du montage réalisé par l'internaute, en ne gardant que les résistances « utiles ». On appellera  $V_e$  la différence de potentiel entre les entrées  $V_{IN}^+$  et  $V_{IN}^-$ . On notera  $V_A$  la tension de sortie de l'ampli A, et  $V_B$  celle de l'ampli B. On appellera  $R_G$  la résistance connectée entre les bornes – de ces deux amplis. Finalement, les résistances montées autour de l'ampli C seront numérotées de 1 à 4.
- 2) On s'intéresse à l'amplificateur C, « attaqué » par les tensions  $V_A$  et  $V_B$ . Refaites alors le schéma. Quel montage déjà étudié reconnaissez-vous ?
- 3) Exprimer  $V_{out}$  en fonction de  $V_A$  et  $V_B$  et des résistances. Dans un premier temps, on écrira le résultat sous la forme suivante :

$$V_{out} = a V_A - b V_B$$

où l'on exprimera a et b en fonction des résistances.

- 4) Afin de résoudre le problème posé par l'internaute, on mettra le résultat sous la forme suivante dans laquelle  $A_d$  et  $A_c$  seront des fonctions des résistances :

$$V_{out} = A_d (V_A - V_B) + A_c \left( \frac{V_A + V_B}{2} \right)$$

(Méthode : identifier les deux expressions, résoudre le système donnant  $A_d$  et  $A_c$  en fonction de a et b, puis en déduire  $A_c$ , puis  $A_d$  en fonction des résistances)

- 5) Exprimer le rapport de réjection en mode commun  $R_m$  de cet amplificateur différentiel.
- 6) On suppose dans un premier temps que  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ . Que deviennent alors  $A_d$ ,  $A_c$  et  $R_m$  ?
- 7) AN :  $V_A = 101$  mV ;  $V_B = 100$  mV Calculer alors  $A_d$ ,  $A_c$ ,  $R_m$  et surtout la tension de sortie attendue.
- 8) En fait, l'internaute a pris des résistances de valeur nominale 25 kΩ de grande précision, 1%, mais il n'a pas eu de chance, et ses valeurs sont les suivantes :

$$R_2 = R_3 = 24,750 \text{ k}\Omega ;$$

$$R_1 = R_4 = 25,250 \text{ k}\Omega$$

Refaire l'application numérique, et calculer l'erreur relative sur la tension de sortie. Que peut-on en conclure sur les différents éléments du montage, et sur le rôle du rapport de réjection en mode commun ? *En réalité, ce sont les tensions d'entrées  $V_{IN}^+$  et  $V_{IN}^-$  du montage complet qui sont de 100 et 101 mV.*

- 9) Reprendre le schéma complet dessiné question 1, et exprimer la différence de potentiel  $V_A - V_B$  en fonction de  $V_e$  de  $R_G$  et de  $R_0$ .
- 10) Que pensez-vous du courant qui circule dans chacune des résistances  $R_0$  ? En l'exprimant sur chacun des deux amplis, déterminer  $V_A + V_B$  en fonction de  $V_{IN}^+$  et  $V_{IN}^-$
- 11) AN : On donne  $R_G = 100\Omega$ ,  $R_0 = 25 \text{ k}\Omega$  calculer alors  $V_{out}$  dans le cas idéal et dans le montage de l'internaute. Conclure.

23 Amplificateur passe bande du 2° ordre

On veut réaliser un filtre passe-bande du deuxième ordre utilisant un amplificateur opérationnel. On exploite à cet effet les propriétés de sélectivité du circuit résonant série. Le schéma du montage est donné en figure 1 où la tension d'excitation  $v_e$  est sinusoïdale avec une amplitude fixe et une fréquence  $f$  variable. L'amplificateur opérationnel est supposé parfait.

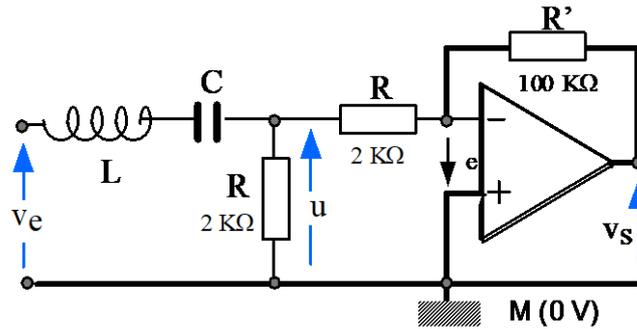


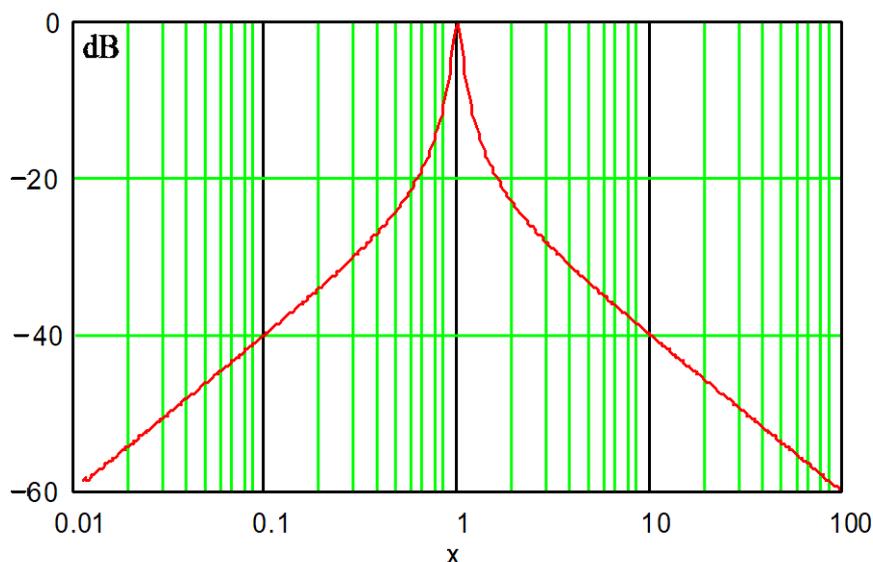
Figure 1

1) Montrer que le rapport des tensions  $u / v_e$  peut se mettre sous la forme :

$$\frac{u}{v_e} = \frac{j 2 m x}{1 - x^2 + j 2 m x} \quad (1)$$

avec :  $L C \omega_0^2 = 1$ ,  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  fréquence réduite et  $m = \frac{1}{2 Q}$  coefficient d'amortissement

2) Calculer pour  $x \rightarrow 0^+$  et  $x \rightarrow +\infty$ , les asymptotes à la courbe de réponse du module de l'équation (1) donnée ci-dessous pour un coefficient d'amortissement :  $m = 1/20$



3) En conservant la forme de la relation (1), déterminer l'expression du gain en tension  $A_1(x)$  du montage complet.

Quel est le gain maximal  $A_{1 \max}$  et comment obtenir simplement la courbe de réponse ?

4) Application : on désire obtenir un amplificateur passe-bande (ou sélectif) accordé sur la fréquence  $f_0 = 160$  Hz avec une bande passante  $\Delta f = 16$  Hz. Calculer la valeur de la self  $L$  et de la capacité  $C$ . Que pensez-vous du résultat ?

*Compte tenu de la valeur excessive de la self inductance, l'amplificateur passe-bande peut être réalisé sans utiliser de self comme indiqué en figure 2 (structure de Rauch).*

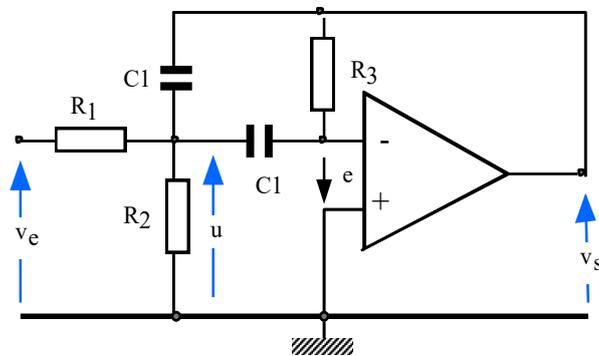


Figure 2

5) Déterminer l'expression du gain en tension  $A_2(\omega)$  du montage en utilisant de préférence les conductances  $G_1$  et  $G_2$  et  $G_3$  associées aux résistances correspondantes.

Organiser votre calcul pour donner à  $A_2(\omega)$  une configuration semblable à celle du gain  $A_1(x)$ .

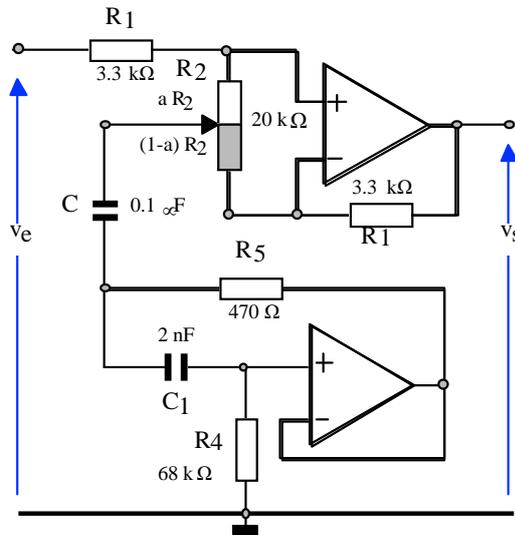
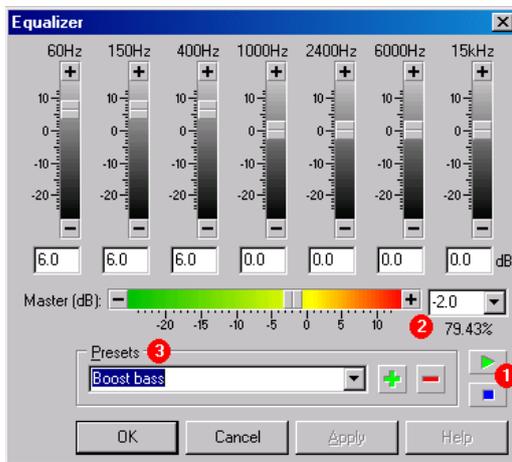
6) Sachant que les montages donnés en figures 1 et 2 doivent posséder les mêmes propriétés, calculer par identification entre  $A_1(x)$  et  $A_2(\omega)$ , l'expression des trois résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  en fonction de  $A_{1 \max}$ ,  $\omega_0$ ,  $m$  et  $C_1$ .

Faire l'application numérique pour  $C_1 = 0,1 \mu\text{F}$ .

24 Etude d'une cellule « EQUALIZER »

De nombreux appareils audio (auto-radios, baladeurs, amplis HI-FI) sont munis d'un étage de correction nommé "equalizer". Celui-ci permet à l'utilisateur de contrôler sur un certain nombre d'octaves (ex : 32, 64, 125, 500 Hz... 16 kHz) la courbe de réponse du système audio afin de compenser certains défauts dus aux haut-parleurs, à la salle d'écoute.

On se limitera ici à l'étude d'une cellule de correction située dans la bande des fréquences médium. Tous les montages proposés utilisent un amplificateur opérationnel idéal.



1° PARTIE : AMPLIFICATEUR A GAIN VARIABLE

On utilise le montage représenté en figure 1 où  $R_2$  est un potentiomètre tel que :

$$R_{AB} = R_2, R_{AC} = aR_2 \text{ et } R_{BC} = (1-a)R_2 \text{ avec } 0 \leq a \leq 1.$$

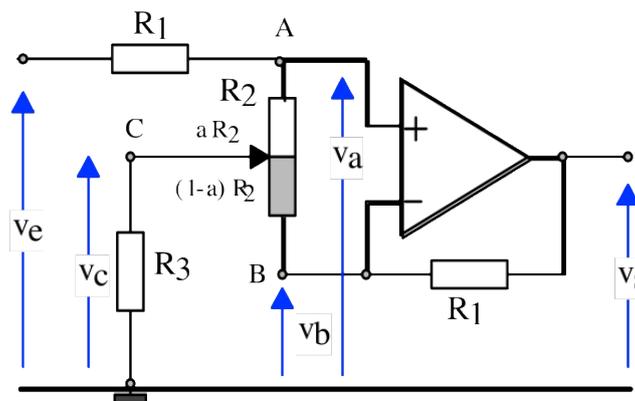


Figure 1

1.1) Montrer que  $v_a=v_b = k v_c$  en écrivant l'équation au nœud C en utilisant les conductances :

$$G_A = \frac{I}{aR_2} \quad G_B = \frac{I}{(1-a)R_2} \quad G_3 = \frac{I}{R_3}$$

Exprimer le coefficient k en fonction de ces conductances.

1.2) Déterminer l'expression du gain en tension  $A = v_s/v_e$  en fonction de : k,  $G_A$ ,  $G_B$  et  $G_3$ .

1.3) *Etant donné qu'en pratique, on utilise des résistances, il est nécessaire de calculer leur valeur.*

a) Donner l'expression de k et de (k - 1) en fonction de a,  $R_2$  et  $R_3$ .

b) En déduire l'expression du gain A en fonction de a,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .

c) Montrer que cette expression peut se mettre sous la forme :

$$A = \frac{R_3 + a(R_1 + (1-a)R_2)}{R_3 + (1-a)(R_1 + aR_2)}$$

1.4) *On choisit un potentiomètre  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ . Déterminer le gain en tension A pour les positions extrêmes et milieu de  $R_2$ .*

1.5) *On fixe  $R_3 = 470 \Omega$  et l'on désire que la variation du gain A du montage par rapport à la position milieu du potentiomètre soit de  $\pm 18 \text{ dB}$ . Calculer la valeur normalisée de la résistance  $R_1$ .*

1.6) Calculer le gain A en dB lorsque le coefficient a varie de 0 à 1 avec un pas de 0,1.

- Tracer le graphe  $A \text{ (dB)} = f(a)$ .
- Un potentiomètre à variation linéaire convient-il à ce montage ?

## 2° PARTIE : ETUDE DE LA CELLULE " EQUALIZER "

Pour favoriser ou atténuer un intervalle de fréquences autour d'une fréquence  $f_0$ , la résistance  $R_3$  du montage précédent est remplacée (figure 2) par un circuit oscillant série L R C accordé sur  $f_0$ .

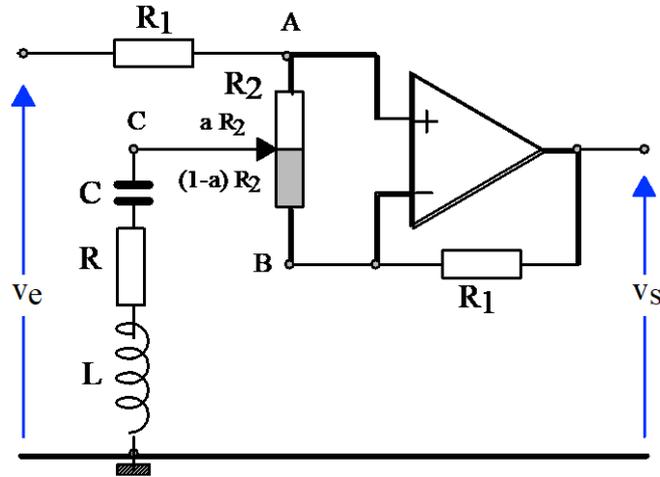


Figure 2

2.1) Donner l'expression de l'impédance  $Z$  de ce circuit en fonction de son coefficient de qualité  $Q$ , de la résistance  $R$  et de la fréquence réduite :  $x = f / f_0$ .

2.2) On donne  $f_0 = 2 \text{ kHz}$  et  $C = 0,1 \mu\text{F}$ . Calculer la valeur à donner à la self  $L$  et à la résistance  $R$  pour qu'à la fréquence  $f_0$ , la variation de gain soit identique à celle donnée en question 1.5.

2.3) En utilisant les résultats de la question 1.4, donner l'expression du gain  $A$  pour les positions extrêmes du potentiomètre  $R_2$  en fonction de  $R_1$ ,  $R$ ,  $Q$  et  $x$ .

2.4) Déterminer le gain  $A$  du montage en décibels en fonction de la fréquence réduite  $x = f/f_0$ , pour les positions extrêmes du potentiomètre.

Les courbes de réponse correspondantes sont esquissées en fin de texte. Les compléter par quelques applications numériques.

### 3° PARTIE : REALISATION DE LA SELF-INDUCTANCE

Le montage « equalizer » fait intervenir une self  $L$  de valeur trop élevée pour utiliser un bobinage habituel. Pour gagner de la place, on réalise donc la simulation de cette self à l'aide d'un montage à amplificateur opérationnel donné en figure 3.

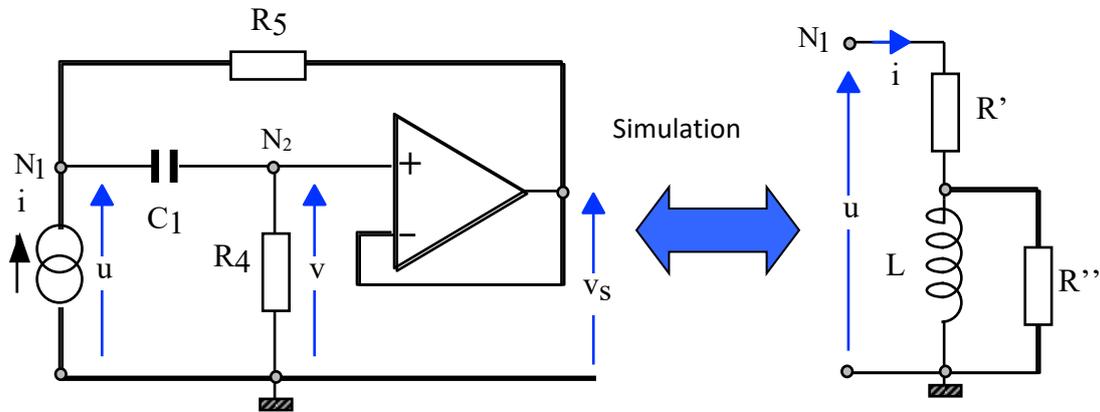


Figure 3

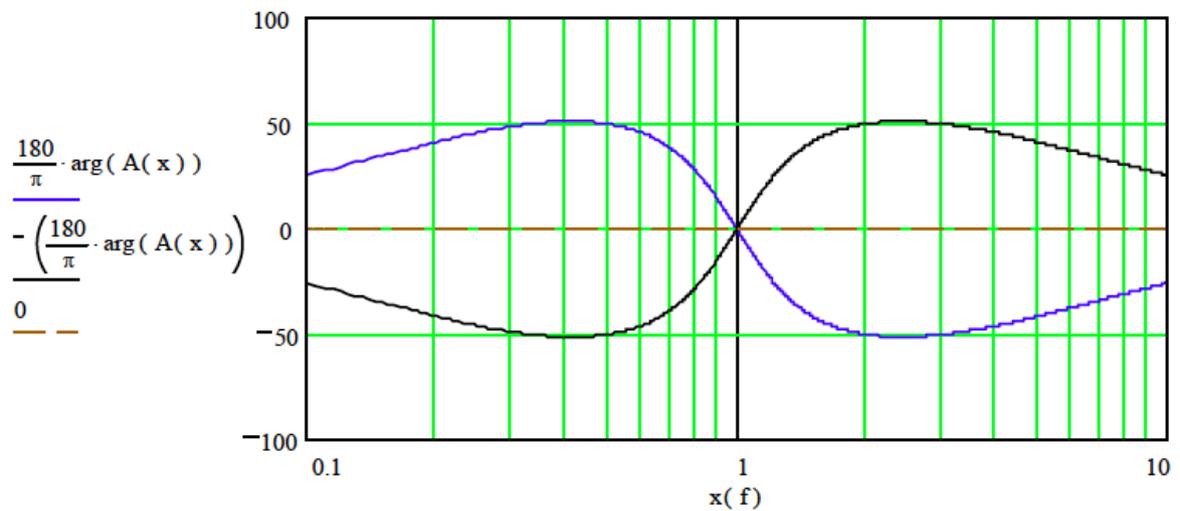
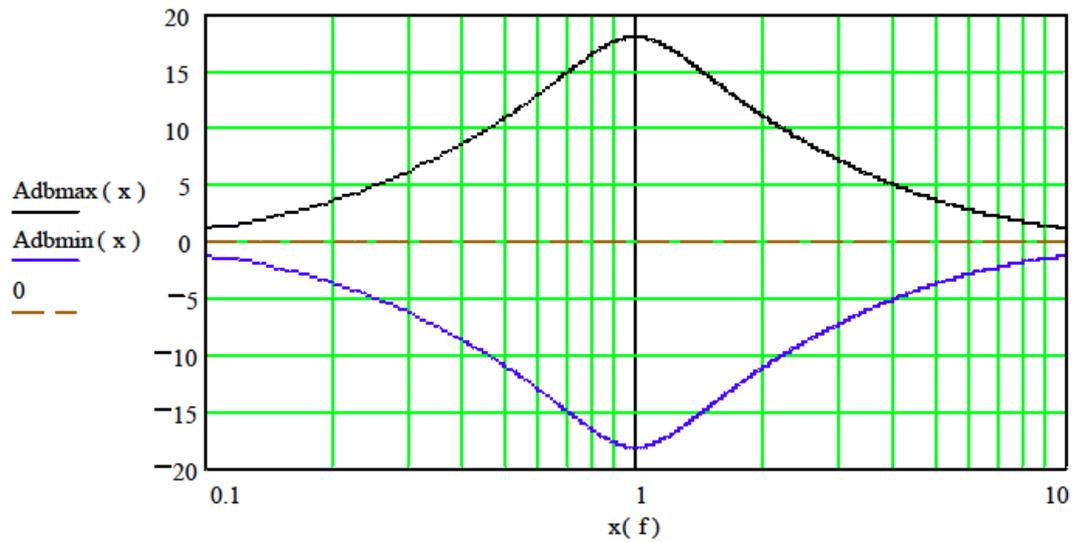
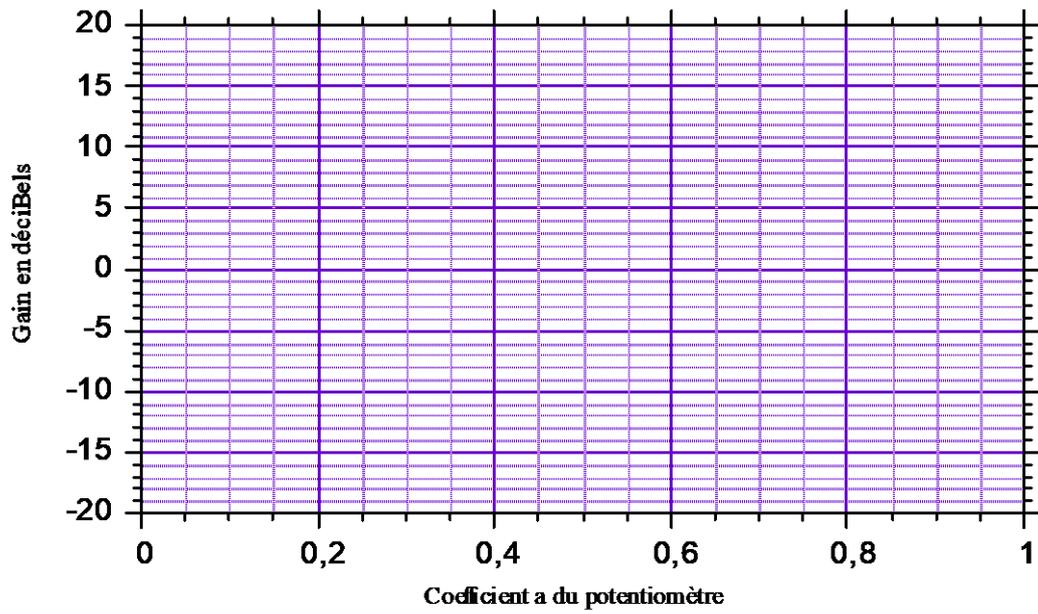
3.1) Déterminer l'impédance d'entrée  $Z_e = u/i$  du montage de la figure 3. Donner son expression en faisant intervenir les constantes de temps :  $\tau_1 = R_4 C_1$  et  $\tau_2 = R_5 C_1$

3.2) Déterminer l'impédance  $Z'_e$  du montage représenté en figure 4 et la mettre sous une forme semblable à celle de  $Z_e$  précédente.

3.3) Par identification terme à terme des expressions de  $Z_e$  et  $Z'_e$ , déterminer  $R'$ ,  $R''$  et  $L$  en fonction de  $C_1$ ,  $R_4$  et  $R_5$ .

3.4) On choisit  $R_4 = 68 \text{ k}\Omega$ , déterminer la valeur à donner à  $R_5$  et  $C_1$  pour réaliser la cellule « equalizer » proposée en supposant que l'image  $R''_s$  de  $R''$  ramenée en série avec  $L$  est négligeable devant la résistance  $R'$ .

3.5) Vérifier l'hypothèse utilisée dans la question précédente.



Évolution du module du gain en tension exprimé en dB et de son argument en fonction de la fréquence réduite  $x$ .

