Exercice 2.3

1. Exprimer, en fonction de la constante de Rydberg (R_H), l'énergie d'ionisation de l'hydrogène et celle de la transition de $n = 2$ à $n = \infty$. En déduire l'expression de l'énergie de la première raie de Lyman en fonction de R_H.

   L'ionisation de l'hydrogène ($H \to H^+ + e^-$) correspond à la transition de l'électron du niveau $n = 1$ vers le niveau $n = \infty$. D'après la formule de Balmer, la longueur d'onde associée à la transition est donnée par :

$$\frac{1}{\lambda_{1\to\infty}} = R_H$$

   L'énergie correspondante est donc :

$$\Delta E_{1\to\infty} = \frac{hc}{\lambda_{1\to\infty}} = hcR_H = -E_1$$

   Transition de $n = 2$ à $n = \infty$:

$$\frac{1}{\lambda_{2\to\infty}} = \frac{R_H}{4}$$

$$\Delta E_{2\to\infty} = \frac{hcR_H}{4} = -E_2$$

   On en déduit l'expression de l'énergie de la première raie de Lyman ($n = 2 \to n = 1$) en fonction de R_H :

$$\Delta E_{1\to 2} = E_2 - E_1 = \frac{3hcR_H}{4}$$

2. Dans le cas de l'ion Li^{2+}, calculer :

   (a) L'énergie nécessaire pour passer de l'état fondamental au 3ème état excité.
   Energie de transition de l'état fondamental ($n = 1$) au 3ème état excité ($n = 4$) pour Li^{2+} (Z = 3) :

$$\Delta E_{1\to 4} = E_4 - E_1 = 13,6 \times 3^2 \times \left|1 - \frac{1}{16}\right| = 114,75 \text{ eV}$$

   (b) L'énergie nécessaire pour ioniser l'atome à partir du 3ème état excité

$$\Delta E_{4\to\infty} = E_4 - E_\infty = 13,6 \times 3^2 \times \frac{1}{16} = 7,65 \text{ eV}$$

   (c) La fréquence de la radiation émise quand l'atome passe du 3ème au 2ème état excité.

$$\Delta E_{4\to 3} = E_4 - E_3 = 13,6 \times 3^2 \times \left|\frac{1}{16} - \frac{1}{9}\right| = 5,95 \text{ eV}$$