Nom du candidat : ....

Signature :

Prénoms : ....Partie 1- Chapitre 1..........

Exercice I-1

1°) $\psi(z,t)$ sera l'expression d'une onde si on peut la mettre sous la forme d'une fonction :

$$f(z \pm vt)$$

$+$ → prop. vers $-\hat{z}$

$-$ → prop. vers $+\hat{z}$

Ici, on a :

$$\psi(z,t) = e^{-(2z+3t)^2} = e^{-2^2(2z+\frac{3}{2}t)^2} = e^{-4(z+\frac{3}{2}t)^2}$$

qui est bien de la forme $f(z+vt)$ avec $v = \frac{3}{2}\, m.s^{-1}$. De plus, cette onde se propage vers $-\hat{z}$.

2°) On doit vérifier que : $\frac{d^2\psi(z,t)}{dz^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\psi(z,t)}{dt^2}$.

Calculons $\frac{d^2\psi(z,t)}{dt^2}$:

Rappel : $(e^f)' = f'e^f$

$(f^n)' = n f' f^{n-1}$

$$\frac{d\psi(z,t)}{dt} = -2.2(2z+3t)\,e^{-(2z+3t)^2}$$
$$= -4(2z+3t)\,e^{-(2z+3t)^2}$$

Rappel : $(uv)' = u'v + v'u$

$$\frac{d^2\psi(z,t)}{dt^2} = -4.\left\{2e^{-(2z+3t)^2} + (2z+3t).\left[-4(2z+3t)e^{-(2z+3t)^2}\right]\right\}$$
$$= -8\left\{1-2(2z+3t)\right\}e^{-(2z+3t)^2} \quad (*)$$

Calculons $\frac{d^2\psi(z,t)}{dt^2}$:

$$\frac{d\psi(z,t)}{dt} = -2.3.(2z+3t)e^{-(2z+3t)^2}$$
$$= -6(2z+3t)e^{-(2z+3t)^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{d^2\psi(z,t)}{dt^2} = -6\left\{3.(2z+3t)e^{-(2z+3t)^2} + (2z+3t).\left[-6(2z+3t)e^{-(2z+3t)^2}\right]\right\}$$
$$= -18\left\{1-2(2z+3t)\right\}e^{-(2z+3t)^2} \quad (**)$$

Avec (**) : $\left\{1-2(2z+3t)\right\}e^{-(2z+3t)^2} = \dfrac{\frac{d^2\psi(z,t)}{dz^2}}{-18}$

que l'on insère dans (*) :

$$\frac{d^2\psi(z,t)}{dz^2} = \underbrace{\frac{8}{18}}_{4/9}\frac{d^2\psi(z,t)}{dt^2}$$: OK si $\frac{1}{v^2} = \frac{4}{9}$.

Or $v = \frac{3}{2}\,m.s^{-1}$, soit $\frac{1}{v^2} = \frac{4}{9}$, c'est donc OK.

Exercice I-2

On doit vérifier : $\dfrac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{d^2\psi(x,t)}{dt^2}$.

Calculons $\dfrac{d^2\psi(x,t)}{dx^2}$:

Rapel : $(\cos f)' = -f'\sin f$
$(\sin f)' = f'\cos f$

$$\frac{d\psi(x,t)}{dx} = Ak\cos(kx-\omega t)$$

$$\hookrightarrow \frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} = Ak.(-k\sin(kx-\omega t)) = -\underbrace{Ak^2\sin(kx-\omega t)}_{\psi(x,t)}$$
$$= -k^2\psi(x,t) \quad (*)$$

Nom du candidat : ....

Signature :

Prénoms : ....

Calculons $\frac{d^2\psi(x,t)}{dt^2}$:

$$\frac{d\psi(x,t)}{dt} = A(-\omega)\cos(kx-\omega t)$$

$$\hookrightarrow \frac{d^2\psi(x,t)}{dt^2} = -A\omega.\left(-(-\omega)\sin(kx-\omega t)\right)$$

$$= -\omega^2 \underbrace{A\sin(kx-\omega t)}_{\psi(x,t)} = -\omega^2\psi(x,t) \quad (**)$$

Avec (**) : $\psi(x,t) = -\frac{1}{\omega^2}\frac{d^2\psi(x,t)}{dt^2}$ que l'on

insère dans (*) :

$$\frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{d^2\psi(x,t)}{dt^2}.$$

OK si $\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$

Or $v = \lambda\nu$

Mais $\begin{cases} k = \frac{2\pi}{\lambda} \longleftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \\ \omega = 2\pi\nu \longleftrightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} \end{cases}$

Soit $v = \frac{2\pi}{k}\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$.

On a donc bien $\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$, c'est OK.

Exercice I-3

Rappel : $\psi(\vec{r},t) = A \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix} (\underbrace{\vec{k}\cdot\vec{r} \pm \omega t + \varepsilon}_{\text{phase } \varphi(\vec{r},t)})$

A : amplitude

On procède par identification :

* amplitude $A = 10^3$ S.I
* $\vec{k}\cdot\vec{r} = 3\pi 10^6 x$. Or $\vec{k}\cdot\vec{r} = \begin{vmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = k_x x + k_y y + k_z z$.

On a alors $k_y = k_z = 0$ et $\vec{k} = \underbrace{k_x}_{k} \hat{x}$: l'onde se propage selon x. Sa direction est $+\hat{x}$ car on a la forme $-\omega t$.

Par déf. $k = \frac{2\pi}{\lambda} \leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-6}$ m $\in$ visible.

* $\omega = 9\pi 10^{14}$ rad.s^{-1}

Or $\omega = 2\pi\nu \leftrightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9}{2} \cdot 10^{14}$ Hz.

$\hookrightarrow T = \frac{1}{\nu} = \frac{2}{9} \cdot 10^{-14}$ s.

* vitesse $v = \lambda\nu = 3.10^8$ m.s^{-1} $= c$: prop. dans le vide
* phase initiale $\varphi(x=0, t=0) = 0$ donc $\varepsilon = 0$.

Exercice I-4

On procède encore par identification :

* amplitude $E_0 = 10^2$ V/m.

Nom du candidat : ....

Signature :

Prénoms : ....

* $\vec{k}\cdot\vec{r} = \pi\, 10^6 z$ soit $\vec{k} = k\hat{z}$ avec $k = \pi.10^6$ rad/m.
l'onde se propage donc selon l'axe $\hat{z}$, vers $+\hat{z}$ car de la forme $-\omega t$.
Et $k = \frac{2\pi}{\lambda} \leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2.10^{-6}$ m $\notin$ visible

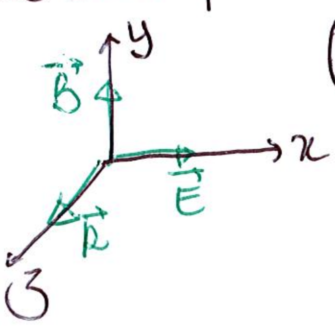
* $\omega = 3\pi 10^{14}$ rad.s^{-1}
Or $\omega = 2\pi\nu \leftrightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3}{2}.10^{14}$ Hz
$\hookrightarrow T = \frac{1}{\nu} = \frac{2}{3}.10^{-14}$ s.

* vitesse $v = \lambda\nu = 3.10^8$ m/s : on pouvait s'en douter car il est énoncé que l'onde se propage dans le vide.

* phase initiale : $\varphi(z=0, t=0) = 0$.

* état de polarisation : $\vec{E} \,//\, \hat{x}\ \forall t$: polarisation linéaire ou état-P.

2°) La direction de $\vec{B}$ est telle que $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ forme un trièdre direct :



(3 doigts main droite).

Donc $\vec{B} \,//\, \hat{y}$.

La norme de $\vec{B}$ est telle que $B = \frac{E}{v}$ $\leftarrow c$

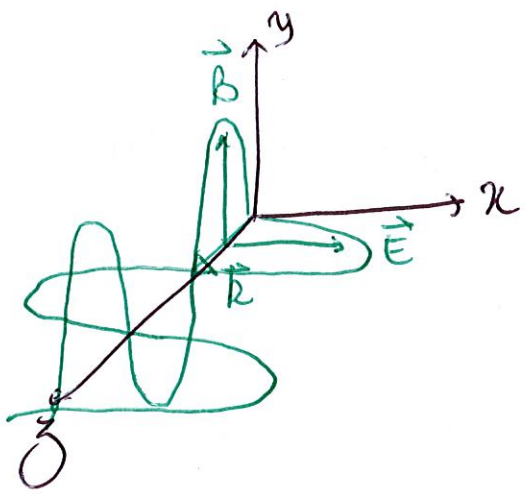
Ici, $E = E_x$, soit

$$B = \frac{10^2}{3.10^8} \sin\left[\pi(10^6 z - 3\,10^{14} t)\right]$$

$\frac{1}{3} 10^{-6}$ T (Tesla)

Soit $\vec{B} = \frac{1}{3} 10^{-6} . \sin\left[\pi(10^6 z - 3\,10^{14} t)\right] \hat{y}$.

3°)



4°) L'énergie par unité de surface du front d'onde est donnée par le vecteur de Poynting :

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu}$$ $\leftarrow$ ici $\mu = \mu_0$ car dans le vide

or, par déf. $\vec{E} \wedge \vec{B} \perp (\vec{E}, \vec{B})$
Mais $\vec{k} \perp (\vec{E}, \vec{B})$
$\Big\}$ $\vec{E} \wedge \vec{B} \,//\, \hat{k}$

Soit $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \|\vec{E} \wedge \vec{B}\| \hat{k}$.

et, par déf., $\|\vec{E} \wedge \vec{B}\| = E . B . \underbrace{\sin(\underbrace{\widehat{\vec{E}, \vec{B}}}_{\pi/2})}_{1} = 1$

Nom du candidat : ....

Signature :

Prénoms : ....

Soit $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} E.B.\hat{k}$

Comme $B = \frac{E}{v}$ ← ici $v = c$, $\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0 c} E^2 \hat{k}}$

ν est si élevée qu'on ne détecte que $\langle S \rangle_t$, que l'on appelle intensité :

$$I = \langle S \rangle_t = \frac{1}{\mu_0 c} \langle E^2 \rangle$$

$$= \frac{1}{\mu_0 c} \langle E_0^2 \sin^2(kz - \omega t) \rangle_t$$

$$= \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \langle \sin^2(kz - \omega t) \rangle_t$$

Rappel : $\langle \sin \rangle = \langle \cos \rangle = 0$

$\langle \sin^2 \rangle = \langle \cos^2 \rangle = 1/2$

$$\boxed{= \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}}$$

<u>exo I-5</u>

exactement la m démo que dans la question 4) de l'exo I-4 mais on est dans un milieu autre que le vide : $\mu_0 \to \mu$

$c \to v = c/n$

soit la réponse donnée.

exo I-6

Choisissons d'écrire la fonction d'onde selon :

$$\psi(x,t) = A \sin(\underset{\sim}{kx} - \omega t + \varepsilon)$$

$\vec{k}\cdot\vec{r}$ avec onde se propageant dans la direction $\hat{x}$, soit $\vec{k}\begin{vmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ et $\vec{r}\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{r} = kx$

$-\omega t$ car l'onde se propage vers $+\hat{x}$

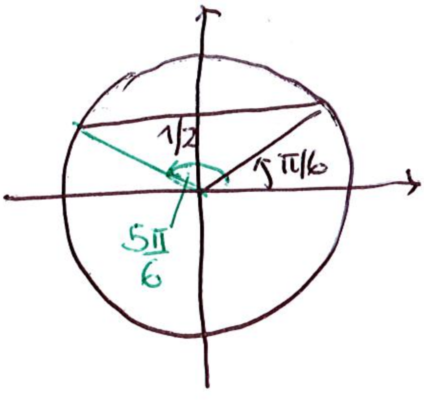
Par identification avec le schéma où est représenté $\psi(x, t=0) = A\sin(kx+\varepsilon)$,

* $A = 3\,\text{mm}$
* On voit aussi que λ (période spatiale de l'onde) $= 6{,}3$ mm.

  D'où $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{\underbrace{6{,}3}_{\sim 2\pi}.10^{-3}} \sim 10^3\ \text{rad.m}^{-1}$
* $\omega = 2\pi\nu = 100\pi\ \text{rad.s}^{-1}$
* Pour la phase initiale $\varphi(x=0, t=0) = \varepsilon$, on voit sur le schéma que :

$$\psi(x=0,t=0) = \underbrace{A}_{3\,\text{mm}} \sin\varepsilon = 1{,}5\,\text{mm}$$

$$\hookrightarrow \sin\varepsilon = 1/2$$



2 solutions $\nearrow \varepsilon = \dfrac{\pi}{6}$ rad

$\searrow \varepsilon = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

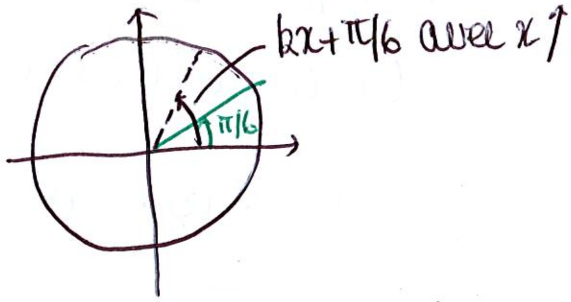
Nom du candidat : ....

Signature :

Prénoms : ....

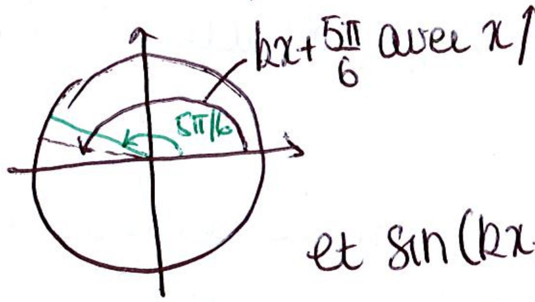
Pour déterminer celle que l'on retient, on note que $\psi(x, t=0)$ augmente pour $x>0$ sur le schéma. Or $\psi(x,t=0) = A\sin(\underbrace{kx+\varepsilon}_{\text{l'angle} \nearrow \text{ pour } x>0.})$

Or si $\varepsilon = \frac{\pi}{6}$ rad, l'angle $kx + \frac{\pi}{6}$ ↗ à partir de $x=0$ et $\sin(kx+\frac{\pi}{6})$ ↗ :



c'est cohérent avec $\psi(x,t=0)$ ↗ lorsque x ↗ à partir de 0.

Si $\varepsilon = \frac{5\pi}{6}$, alors :



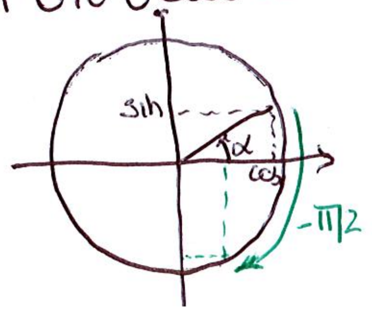
et $\sin(kx+\frac{5\pi}{6})$ ↘ lorsque x ↗ à partir de 0.

Cela signifierait que $\psi(x,t=0)$ ↘, ce qui est incohérent avec le schéma

Donc la bonne solution est $\varepsilon = \frac{\pi}{6}$ rad.

D'où : $\psi(x,t) = 3\sin(10^3 x - 100\pi t + \pi/6)$ en mm.

⊛ Si on veut une solution en cos, on note que :



$$\begin{cases} \sin\alpha = \cos(\alpha - \pi/2) \\ \cos\alpha = -\sin(\alpha - \pi/2) \end{cases}$$

On a alors : $\psi(x,t) = 3\cos\left(10^3 x - 100\pi t + \underbrace{\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}}_{-\pi/3}\right)$.

<u>exo I-7</u> (Chgt d'ordre des questions dans 1)).

1°) $\psi(\vec{r},t) = A\sin(\underbrace{\varphi(\vec{r}) - \omega t}_{\text{phase } \varphi(\vec{r},t)})$.

et $\varphi(\vec{r}) = 3x + 4y + 5z$.

a) (question c) dans le fascicule)

On a facilement : $\varphi(\vec{r}) = \vec{k}\cdot\vec{r}$ avec $\vec{k}\begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{vmatrix}$ et $\vec{r}\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$.

Définissant $\hat{u} = \frac{\vec{k}}{k}$, on a : $\hat{u} = \frac{1}{k}\begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{vmatrix}$ et

$\|\vec{k}\| = \sqrt{50}$ rad.m^{-1}. D'où $\hat{u}\begin{vmatrix} 3/\sqrt{50} \\ 4/\sqrt{50} \\ 5/\sqrt{50} \end{vmatrix}$.

$\hat{u}$ est le vecteur unitaire définissant la direction de $\vec{k}$, soit la dir. de prop. de l'onde

Sachant que $k = \frac{2\pi}{\lambda} \leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{50}}$ m.

Aussi, $v = \lambda\nu = \frac{2\pi}{\sqrt{50}}\cdot 5 = \frac{10\pi}{\sqrt{50}}$ Hz.

b) Quels sont les fronts d'onde ?

Les fronts d'onde sont tels que :

$\psi(\vec{r},t) = $ cte à t fixé

↳ $\varphi(\vec{r},t) = \vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t = $ cte à t fixé

↳ $\vec{k}\cdot\vec{r} = $ cte. les points $\vec{r}$ solutions de cette équation sont $\in$ plans $\perp$ à $\vec{k}$: les fronts d'onde sont donc des plans $\perp$ à $\vec{k}$, et l'onde est dite plane.

c) (question b) du fascicule)

On doit vérifier $\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{d^2\psi}{dy^2} + \dfrac{d^2\psi}{dz^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{d^2\psi}{dt^2}$.

Calculons $\dfrac{d^2\psi}{dx^2}$ avec $\psi(\vec{r},t) = A\sin(3x+4y+5z-\omega t)$.

$$\frac{d\psi}{dx} = 3A\cos(\ldots)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -9A\sin(\ldots) = -9\,\psi(\vec{r},t)$$

De la m̂ façon, $\dfrac{d^2\psi}{dy^2} = -16\,\psi(\vec{r},t)$ et $\dfrac{d^2\psi}{dz^2} = -25\,\psi(\vec{r},t)$.

D'où $\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{d^2\psi}{dy^2} + \dfrac{d^2\psi}{dz^2} = -50\,\psi(\vec{r},t)$. (*)

Calculons $\dfrac{d^2\psi}{dt^2}$:

$$\frac{d\psi}{dt} = -\omega A\cos(\ldots) \quad \text{et } \omega = 2\pi\nu = 10\pi\ \text{rad.s}^{-1}$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = -\omega^2 A\sin(\ldots) = -\omega^2\psi(\vec{r},t) = -100\pi^2\psi(\vec{r},t).$$

$\hookrightarrow \psi(\vec{r},t) = -\dfrac{1}{100\pi^2}\dfrac{d^2\psi}{dt^2}$ que l'on reporte dans (*) :

$\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{d^2\psi}{dy^2} + \dfrac{d^2\psi}{dz^2} = +\dfrac{1}{2\pi^2}\dfrac{d^2\psi}{dt^2}$: c'est donc OK si $\dfrac{1}{v^2} = \dfrac{1}{2\pi^2}$.

Or $v = \lambda\nu = \frac{2\pi}{\sqrt{50}} \cdot 5 = \frac{10\pi}{\sqrt{50}}$ m.s^{-1}

$\hookrightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{50}{100\pi^2} = \frac{1}{2\pi^2}$: c'est donc bien OK.

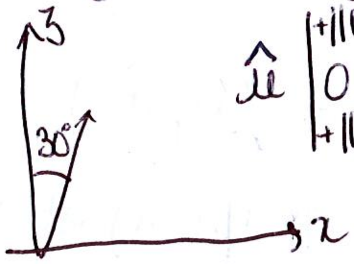
d) $\hat{m}\,\nu \longleftrightarrow \hat{m}\,\omega$ et ν (comme ω) sont indépendantes du milieu.

$\hat{m}$ milieu $\longleftrightarrow \hat{m}\,n$ et $\hat{m}\,v$.

Or $\underset{\hat{m}\,v}{v} = \lambda \underset{\hat{m}\,\nu}{\nu} \longleftrightarrow \hat{m}\,\lambda$.

$\hookrightarrow \hat{m}\,k$.

La seule chose qui change est donc la direction de propagation de l'onde, soit $\hat{u}$:



$\hat{u} \begin{vmatrix} +\|\vec{u}\| \sin 30° \\ 0 \\ +\|\vec{u}\| \cos 30° \end{vmatrix}$ or $\|\hat{u}\| = 1 \Rightarrow \hat{u} \begin{vmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{vmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{k} = k\hat{u} \begin{vmatrix} \sqrt{150}/2 \\ 0 \\ \sqrt{50}/2 \end{vmatrix}$

Et donc : $\psi(\vec{r},t) = A \sin\left(\frac{\sqrt{150}}{2}x + \frac{\sqrt{50}}{2}z - \omega t\right)$.

2°) Onde sphérique :

a) Une fois encore, les fronts d'onde sont définis par $\varphi(\vec{r},t) = kr - \omega t = cte$ à t fixé

$\hookrightarrow kr = cte$

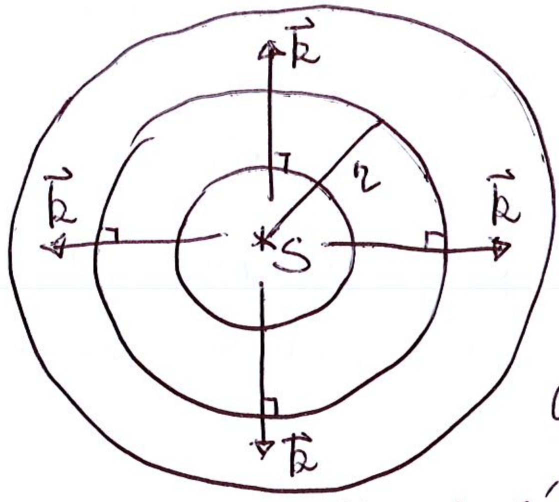
$\hookrightarrow r = cte$: les fronts d'onde sont donc des sphères de rayon r, d'où le nom de

Nom du candidat : ....

Signature :

Prénoms : ....

Onde sphérique :



Mais ici, $\vec{k}$ est radial : l'onde est émise tout autour de la source.

Comme on a $-\omega t$, l'onde s'éloigne de la source. Si on avait $+\omega t$, l'onde convergerait vers les r petits, soit sur S comme si S était un trou noir.

b) L'intensité (énergie par unité de surface du front d'onde) est :

$$I = \frac{1}{\mu v}\langle \psi^2 \rangle_t$$

$$= \frac{1}{\mu v}\left\langle \frac{A'^2}{r^2}\sin^2(kr-\omega t)\right\rangle_t$$

car indépt du temps

$$= \frac{A'^2}{\mu v r^2}\underbrace{\langle \sin^2(kr-\omega t)\rangle_t}_{1/2}$$

$$= \frac{A'^2}{2\mu v r^2}.$$

L'intensité par unité de surface du front d'onde ↓ en $1/r^2$. Si bien que l'énergie totale, qui est

$$I_{tot} = I \times S_{front\ d'onde}$$

est ici : $I_{tot} = \frac{A'^2}{2\rho v r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{2\pi A'^2}{\rho v}$

qui est une cte : en fait l'énergie totale émise par la source.

On comprend que la diminution de I en $\frac{1}{r^2}$ est compensée par l'augmentation de S_{front} en r^2 au fur et à mesure que l'onde s'éloigne de la source.

Si on avait une onde plane, on aurait :

$I = \frac{A^2}{2\rho v}$, soit une cte par unité de surface du front d'onde

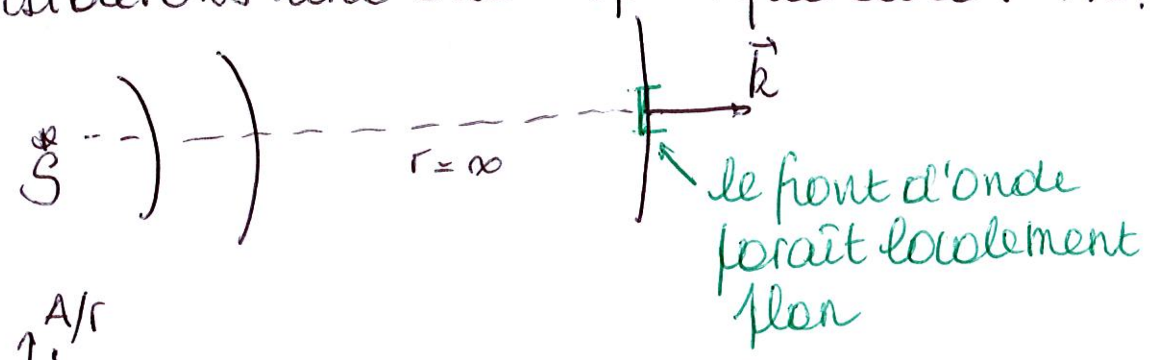
et $I_{tot} = I \times \underbrace{S_{front}}_{\text{surface d'un plan : } \infty} = \infty$!

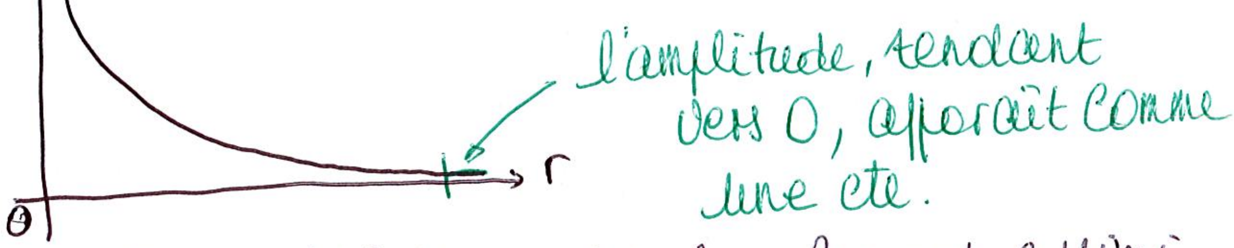
Il est donc clair que dans la 'vraie vie', l'amplitude doit décroître comme $\frac{1}{r}$ pour que $I \searrow$ en $\frac{1}{r^2}$ et $I_{tot} = cte$.

3°) voir page suivante

	Onde plane	Onde sphérique
forme math	$A \begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}(\vec{k}\cdot\vec{r} \pm \omega t + \varepsilon)$	$\frac{A}{r} \begin{smallmatrix}\sin\\\cos\end{smallmatrix}(kr \pm \omega t + \varepsilon)$
amplitude	A cte	$\frac{A}{r} \searrow$ en $\frac{1}{r}$
vecteur d'onde	$\vec{k}$ fixé	$\vec{k}$ radial
intensité (densité de flux)	$\frac{A^2}{2\mu v}$ cte	$\frac{A^2}{2\mu v r^2} \searrow$ en $\frac{1}{r^2}$
fronts d'onde	plans $\perp$ à $\vec{k}$ ($S_{front} = \infty$)	sphères de rayon r ($S_{front} = 4\pi r^2$)
énergie totale	∞ !	$\frac{2\pi A^2}{\mu v}$ = cte

Considérons une onde sphérique avec $r \to \infty$:





Donc, l'onde sphérique est localement assimilable à une onde plane dans la limite $r \to \infty$.

exo I-8

Onde plane : amplitude cte

Prop. dans le vide : $v = c = 3.10^8$ m/s

Prop. dans la direction des x : $\vec{k} \parallel \hat{x}$, soit

$$\vec{k}\begin{vmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{k}\cdot\vec{r} = \begin{vmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = kx$$

Prop. vers les $x>0$: $-\omega t$.

$\nu = 6.10^{14}$ Hz

$E_0 = 42{,}42$ V/m

1°) Commençons par l'écriture de la norme de E :

$$E = \underbrace{E_0}_{42{,}42\ \text{V/m}} \cos(\underbrace{k}_{\frac{2\pi}{\lambda}} x - \underbrace{\omega}_{2\pi\nu = 12\pi.10^{14}\ \text{rad.s}^{-1}} t)$$

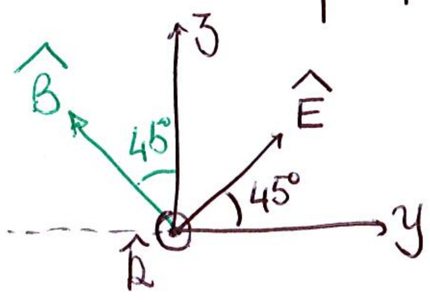
On trouve λ par :

$\underset{c}{v} = \lambda\nu \leftrightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = 0{,}5.10^{-6}$ m $\in$ visible

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi.10^6$ rad.m^{-1}

D'où : $E = 42{,}42 \cos(4\pi 10^6 x - 12\pi 10^{14} t)$ V/m.

On dit ensuite que l'onde est polarisée linéairement : cela signifie que la dir. de E est cte au cours de la propagation. La dir. $\hat{E}$ de $\vec{E}$ est,



$\hat{E}$ est le vecteur unitaire pointant la dir. de $\vec{E}$.

$$\hat{E}\begin{vmatrix} 0 \\ \|\vec{E}\|\cos 45° \\ \|\vec{E}\|\sin 45° \end{vmatrix} \begin{matrix} \rightarrow 1 \\ \searrow \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \nearrow \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{vmatrix}$$

On a donc :

$$\vec{E} = 42{,}42 \cos(4\pi 10^6 x - 12\pi 10^{14} t) \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{y} + \hat{z}).$$

Concernant le champ magnétique,

→ sa norme est donnée par :

$$B = \frac{E}{\underset{c}{v}} = \underbrace{14{,}14.10^{-8}}_{\text{tesla T}} \cos(\dots\dots)$$

→ sa dir $\hat{B}$ est telle que $(\hat{k}, \hat{E}, \hat{B})$ forme un trièdre direct (3 doigts main droite). On reporte alors $\hat{B}$ sur le schéma de la page précédente, et :

$$\hat{B} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -\|\vec{B}\| \sin 45° = -\sqrt{2}/2 \\ \underset{1}{\|\vec{B}\|} \cos 45° = \sqrt{2}/2 \end{array} \right.$$

D'où $\vec{B} = 14{,}14 10^{-8} \cos(\dots\dots) \frac{\sqrt{2}}{2}(-\hat{y} + \hat{z})$.

2°) Lorsque le champ $\vec{E}$ a plusieurs composantes, on l'écrit comme la somme de 2 vecteurs, ici :

$$\vec{E} = \vec{E_y} + \vec{E_z}$$

et on garde les vecteurs lors du calcul de I :

$$I = \frac{1}{\mu v} \langle \vec{E}^2 \rangle_t = \frac{1}{\mu v} \langle (\vec{E_y} + \vec{E_z})^2 \rangle_t$$

$$= \frac{1}{\mu v} \langle \vec{E_y}^2 + \vec{E_z}^2 + 2 \underbrace{\vec{E_y} \cdot \vec{E_z}}_{0 \text{ car } \vec{E_y} \perp \vec{E_z}} \rangle_t$$

$$= \frac{1}{\mu v} \left\langle \vec{E_y}^2 + \vec{E_z}^2 \right\rangle_t$$

Or $\langle a \pm b \rangle = \langle a \rangle \pm \langle b \rangle$

$$= \frac{1}{\mu v} \left\{ \langle \vec{E_y}^2 \rangle_t + \langle \vec{E_z}^2 \rangle_t \right\}$$

$\langle \vec{E_y}^2 \rangle_t$: $E_y E_y \underbrace{\hat{y} \cdot \hat{y}}_{\|\hat{y}\| \|\hat{y}\| \underbrace{\cos(\overset{0}{\widehat{\hat{y},\hat{y}}})}_{1}}$

$\langle \vec{E_z}^2 \rangle_t$: de la m̃ façon E_z^2

$$= \frac{1}{\mu v} \left\{ \langle \underset{\downarrow \, E_0 \frac{\sqrt{2}}{2}}{E_{0y}^2} \cos^2(\dots) \rangle_t + \langle \underset{\downarrow \, E_0 \frac{\sqrt{2}}{2}}{E_{0z}^2} \cos^2(\dots) \rangle_t \right\}$$

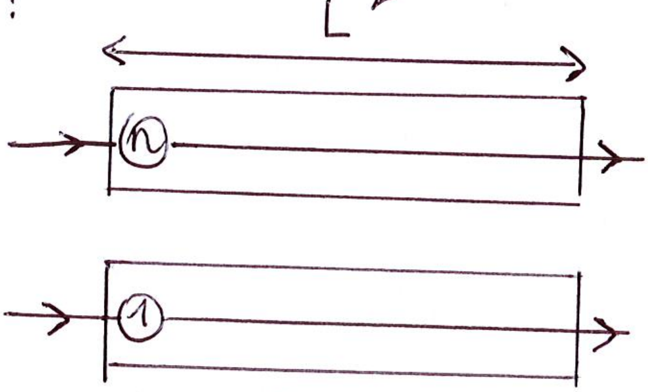
$$= \frac{1}{\mu v} \left\{ E_0^2 \frac{1}{2} \underbrace{\langle \cos^2(\dots) \rangle_t}_{1/2} + E_0^2 \frac{1}{2} \underbrace{\langle \cos^2(\dots) \rangle_t}_{1/2} \right\}$$

$$= \frac{E_0^2}{2 \mu v}$$

Exo I-9

On a :

Soit L la longueur des récipients.



Comme vitesse $= \frac{\text{longueur}}{\text{temps}}$, le temps t_1 mis pour traverser la cuve d'indice n est :

$$t_1 = \frac{L}{v} \; ; \; \text{comme } v = \frac{c}{n} \; , \; t_1 = \frac{nL}{c}.$$

Le temps t_2 mis pour traverser la cuve d'indice 1 est $t_2 = \frac{L}{v_{\to c}} = \frac{L}{c}$.

La diff. de temps de transit est alors :

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{L}{c}(n-1).$$

$$\hookrightarrow \boxed{L = \frac{c\Delta t}{n-1}} \; 652,17\,m.$$

Exo I-10

On donne $\nu = 440\,Hz$ et $\lambda = 0,782\,m$

$\hookrightarrow$ $v = \lambda\nu = 344,08\,m/s$.

$\hookrightarrow$ il faut mettre λ en m puisque ν est en Hz (m^{-1})

Dans le béton $\lambda = 7,045\,m$ et donc : $v = 3099,8\,m/s$.

Le son étant une onde longitudinale, il se propage d'autant mieux que le milieu est dense (au contraire d'une onde électromagnétique qui est transverse).

Exo I-11

Encore une fois $v = \underset{1900Hz}{\overset{0,18m}{\lambda\nu}} = 342\,m/s$ (prop. dans ...... l'air)

Exo I-12

L'énergie du photon associé à ce rayon γ est,

$$E = h\nu = 10^{19} eV$$
$$= 1,6 J.$$

$$\nu = \frac{E}{h} = 2,417.10^{33} Hz$$

Et $v = \lambda\nu \longleftrightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = 1,24.10^{-25} m.$

c puisque prop. dans le vide